

演習問題集4年下第19回・くわしい解説

目次

ステップ①	1	… p.2
ステップ①	2	… p.3
ステップ①	3	… p.4
ステップ①	4	… p.6
ステップ①	5	… p.7
ステップ①	6	… p.8

ステップ②	1	… p.9
ステップ②	2	… p.10
ステップ②	3	… p.11
ステップ②	4	… p.12
ステップ②	5	… p.13
ステップ②	6	… p.14

ステップ③	1	… p.16
ステップ③	2	… p.19
ステップ③	3	… p.20

ステップ① 1

2が1個だけなら，2のままです。

2が2個あれば， $2 \times 2 = 4$ なので，4になります。

2が3個あれば， $2 \times 2 \times 2 = 8$ なので，8になります。

注意 $2 \times 3 = 6$ ではないことに注意しましょう。

2が4個あれば， $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ ですが，一の位だけでよいので，6になります。

2が5個あれば， $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ ですが，一の位だけでよいので，2になります。

2が6個あれば， $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$ ですが，一の位だけでよいので，4になります。

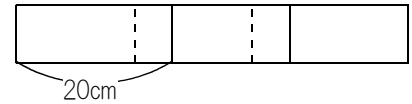
このようにして，2, 4, 8, 6, 2, 4, 8, 6, 2, 4, …… という，「2, 4, 8, 6」の4個を1セットとする，周期になっています。

$99 \div 4 = 24$ あまり 3 ですから，2を99個かけ合わせると，「2, 4, 8, 6」のセットが24セットできて，あと3個あまります。

あと3個というのは，「2, 4, 8」ですから，99個かけ合わせたときの一の位は8になります。

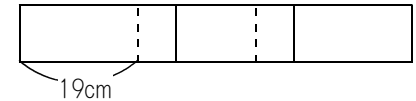
ステップ① 2

テープをつなげる問題の場合は、サンプルとして右の図のようなテープを3本つなげた図を書くようにしましょう。

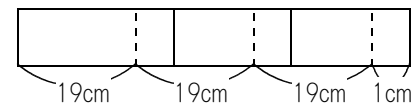


テープ1本の長さは20 cmですが、

のりしろの部分を書いて、テープ1本の長さを $20 - 1 = 19$ (cm) にします。



テープが3本の場合は、19 cmが3本と、他に1 cmがあるので、 $(19 \times 3 + 1)$ のようになります。



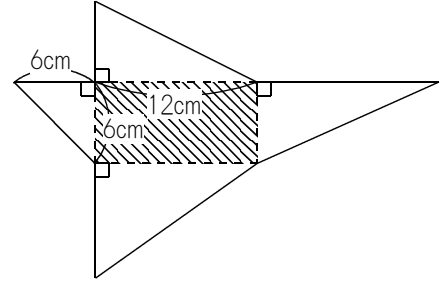
テープが□本の場合も同じようにして、19 cmが□本と、他に1 cmがあるので、全体の長さは $(19 \times \square + 1)$ cmです。それが $4 \text{ m} = 400 \text{ cm}$ になればよいのですから、

$$19 \times \square + 1 = 400 \quad 400 - 1 = 399 \quad 399 \div 19 = 21$$

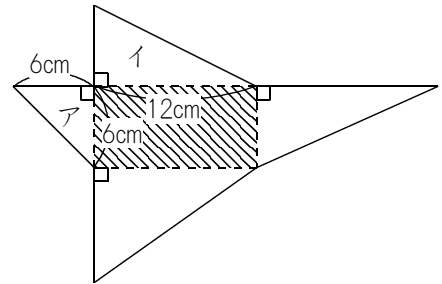
よって、テープを **21** 本使ったときに、全体の長さがちょうど4 mになります。

ステップ① 3(1)

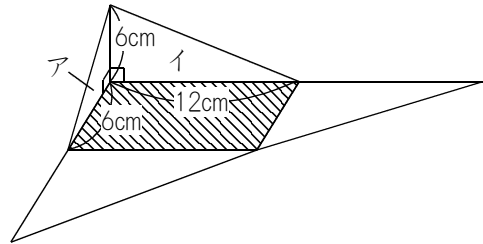
右の図のしゃ線をつけた面を底面とします。



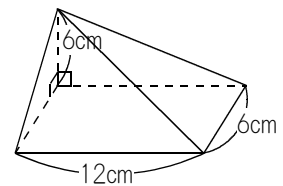
底面にくっついている面のうち、右の図のア、イはどちらも直角のマークがついています。



よって、ア、イだけ折って組み立てると右の図のようになります。この立体の高さは6cmであることがわかります。



さらに組み立てると、右の図のような四角すいになります。底面積は $6 \times 12 = 72 \text{ (cm}^2\text{)}$ で、高さは6cmですから、体積は、



$$\begin{aligned} & \text{底面積} \times \text{高さ} \times \frac{1}{3} \\ &= 72 \times 6 \times \frac{1}{3} \\ &= 144 \text{ (cm}^3\text{)} \text{ です。} \end{aligned}$$

ステップ① 3(2)

$$\frac{\text{底面の半径}}{\text{母線}} = \frac{\text{側面の中心角}}{360}$$

を，しっかり理解しておきましょう。

この問題では，底面の半径は4cm，側面の中心角は90度ですから，

$$\frac{4}{\text{母線}} = \frac{90}{360} \text{ となります。}$$

$$\frac{90}{360} = \frac{1}{4} \text{ ですから，} \frac{4}{\text{母線}} = \frac{1}{4} \text{ となり，母線} = 16\text{cm} \text{ です。}$$

円すいの表面積

= 円すいの底面積 + 円すいの側面積

$$= 4 \times 4 \times 3.14 + \underbrace{16}_{\text{母線}} \times \underbrace{4}_{\text{半径}} \times 3.14$$

$$= 16 \times 3.14 + 64 \times 3.14$$

$$= (16 + 64) \times 3.14$$

$$= 80 \times 3.14$$

$$= 251.2 \text{ (cm}^2\text{)}$$

ステップ① 4

- (1) はじめはA管だけで水を入れ、とちゅうからはA管とB管の両方を使って水を入れました。

グラフを見ると、A管だけで入れたのは、はじめの9分間で、その間に36Lの水が入りました。

よってA管からは1分あたり、 $36 \div 9 = 4$ (L) の割合で水が入りました。

- (2) グラフを見ると、9分から15分までの $15 - 9 = 6$ (分間) で、 $90 - 36 = 54$ (L) の水が入りました。

1分あたり、 $54 \div 6 = 9$ (L) の割合で水が入りました。

よって、A管とB管の両方を使って水を入れると、1分あたり9Lの割合で水が入ることがわかりました。

また、(1)では、A管からは1分あたり4Lの割合で水が入ることがわかっています。

よってB管からは1分あたり、 $9 - 4 = 5$ (L) の割合で水が入ることになります。

ステップ① 5

(1) 容器に入れた水の量 = たて × 横 × 水の深さ = $8 \times 12 \times 15 = 1440$ (cm³)

(2) 太線で囲まれた面の面積は、 $20 \times 8 = 160$ (cm²) です。

水の体積は(1)で求めた通り 1440cm³です。

よって水の深さは、 $1440 \div 160 = 9$ (cm) になります。

ステップ① 6

(1) 右の図のように、段にすると考えやすくなります。

$80 \div 3 = 26$ あまり 2 ですから、左から80番目の数までには、26段と、あと2個の数があります。

あと2個の数は、26段目ではなく、27段目にあります。

よって、27段目の、左から2番目の数を求めればよいことになります。

- 1段目の左から2番目の数は2です。
- 2段目の左から2番目の数は4です。
- 3段目の左から2番目の数は6です。

このように考えていくと、 \square 段目の左から2番目の数は、 $(\square \times 2)$ になっていますから、27段目の左から2番目の数は、 $27 \times 2 = 54$ になります。

2, 2, 3,
4, 4, 5,
6, 6, 7,
8, 8, 9,
.....

(2) 右の図のように、段にすると考えやすくなります。

- 1段目の和は $2+2+3=7$ です。
- 2段目の和は $4+4+5=13$ です。
- 3段目の和は $6+6+7=19$ です。

このように、それぞれの段の和は、はじめが7で、6ずつふえる等差数列になっています。

(1)で、左から80番目の数までには、26段と、あと2個の数があることがわかりました。

26段目の和は、はじめ+ふえる数 $\times(N-1) = 7+6 \times (26-1) = 157$ なので、1段目から26段目までのすべての和は、(はじめ+おわり) $\times N \div 2 = (7+157) \times 26 \div 2 = 2132$ です。

27段目の左から2番目の数は、(1)で求めた通り54ですが、左から1番目の数も同じなので54ですから、全部で、 $2132+54+54 = 2240$ になります。

2, 2, 3,
4, 4, 5,
6, 6, 7,
8, 8, 9,
.....

ステップ② 1

分数を小数にするには、「分子÷分母」の計算をします。

$\frac{51}{82}$ の場合も、 $51 \div 82$ の計算をします。

$51 \div 82 = 0.621951219512195 \dots$ のように、わり切れない小数になります。

小数部分は、はじめに「6」があり、そのあとは「21951」が何回もくり返されていることがわかります。

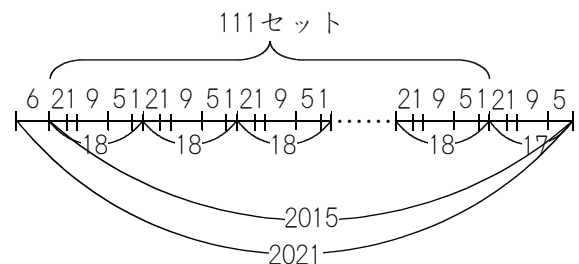
小数第1位から小数第□位までの数字の和が2021ですが、小数第1位の「6」をとり
のぞくと、和は $2021 - 6 = 2015$ です。

「21951」の1セットの和は、 $2 + 1 + 9 + 5 + 1 = 18$ です。

よって、18が何セットか集まって、2015になるわけです。

$2015 \div 18 = 111$ あまり 17 ですから、「21951」が111セットと、あと17あまります。

$17 = 2 + 1 + 9 + 5$ ですから、右の図のようになります。



1セットの中に数字は、2, 1, 9, 5, 1の
5個あり、111セットでは、 $5 \times 111 = 555$ (個)
あります。

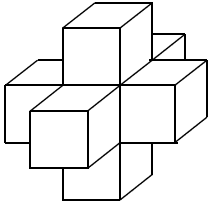
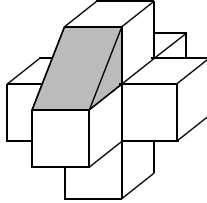
その他、はじめに「6」が1個あり、最後に「2, 1, 9, 5」の4個がありますから、
全部で、 $1 + 555 + 4 = 560$ (個) です。

よって、小数第1位から第**560**位までの和が、2021になります。

ステップ② 2

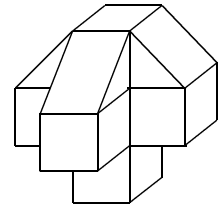
1辺3cmの立方体の体積は、 $3 \times 3 \times 3 = 27 \text{ (cm}^3\text{)}$ です。

立体Aには、1辺3cmの立方体が7個あるので、立体Aの体積は、 $27 \times 7 = 189 \text{ (cm}^3\text{)}$ です。

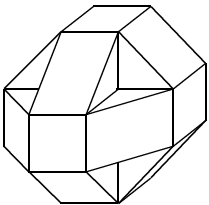
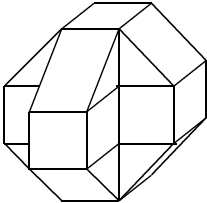
立体Bを作るには、立体A  に、  のように三角柱をつけ

ていきます。

三角柱の体積は、 $3 \times 3 \div 2 \times 3 = 13.5 \text{ (cm}^3\text{)}$ で、上の部分には4個つけて

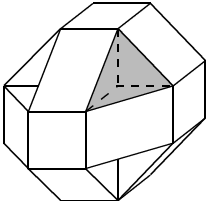
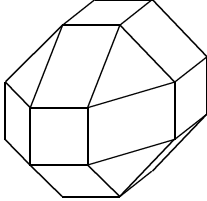


となり、下の部分にも4個つけて  となり、まん中の部分にも4個つけて



となるので、合計 $4 \times 3 = 12$ (個) つけたこととなります。

1個の三角柱の体積は 13.5 cm^3 ですから、 $13.5 \times 12 = 162 \text{ (cm}^3\text{)}$ ふえて、 $189 + 162 = 351 \text{ (cm}^3\text{)}$ になります。

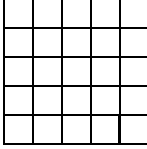
さらに、  のように三角すいを8個つければ、立体B  の

完成です。

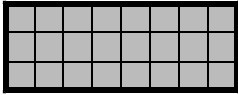
1個の三角すいの体積は、 $3 \times 3 \div 2 \times 3 \times \frac{1}{3} = 4.5 \text{ (cm}^3\text{)}$ ですから、8個ぶんでは、

$4.5 \times 8 = 36 \text{ (cm}^3\text{)}$ ふえますから、立体Bの体積は、 $351 + 36 = 387 \text{ (cm}^3\text{)}$ です。

ステップ② 3

(1) 白いタイルをならべて1辺5cmの正方形を作ると  となり，そのまわりに

黒いタイルを3重にならべると，  となります。

黒いタイルのまい数をかぞえるときは，  を1セットとして，4セットぶんあると考えます。

1セットのまい数は， $3 \times (5 + 3) = 24$ （まい）ですから，4セットで， $24 \times 4 = 96$ （まい）です。

(2) (1)では，白いタイルで1辺5cmの正方形を作り，そのまわりに黒いタイルを3重にならべるとき，1セットは $3 \times (3 + 5) = 24$ （まい），4セットで， $24 \times 4 = 96$ （まい），という式になりました。

(2)では，同じく4セットで500まいですから，1セットあたり， $500 \div 4 = 125$ （まい）です。

白いタイルで1辺 \square cmの正方形を作り，そのまわりに黒いタイルを5重にならべるならば，1セットのまい数は， $5 \times (5 + \square)$ という式になります。

よって， $5 \times (5 + \square) = 125$ ですから， $125 \div 5 = 25$ $25 - 5 = 20$ になり， \square が **20**であることがわかりました。

ステップ② 4

容器Aにいっぱいに入れた水を容器Bにすべてうつすと、容器Bの水面の高さは9cmになりました。

容器Bの底面の半径は10cmですから、容器Bの9cmぶんの体積は、 $10 \times 10 \times 3.14 \times 9 = 900 \times 3.14$ (cm³) です。

注意 900×3.14の計算はしない方が、答えを簡単に求めることができます。

よって、容器Aにいっぱいに入れた水の体積も、 (900×3.14) cm³です。

容器Aの底面の半径は6cmですから、容器Aの高さを□cmとすると、

$$6 \times 6 \times 3.14 \times \square = 900 \times 3.14$$

よって、 $6 \times 6 \times \square = 900$ となり、 $\square = 900 \div (6 \times 6) = 25$ (cm) です。

したがって、容器Aの高さが25cmであることがわかりました。

また、容器Bにいっぱいに入れた水を容器Aにうつすと、容器Bには水が1570cm³残るそうです。

容器Aにいっぱいに入れた水を入れると、 (900×3.14) cm³の水が入るので、容器Bいっぱいに入る水の体積は、 $(900 \times 3.14 + 1570)$ cm³です。

ここで、 $1570 = 500 \times 3.14$ ですから、

$$900 \times 3.14 + 1570 = 900 \times 3.14 + 500 \times 3.14 = (900 + 500) \times 3.14 = 1400 \times 3.14 \text{ です。}$$

よって、容器Bいっぱいに入る水の体積は、 (1400×3.14) cm³です。

容器Bの底面の半径は10cmですから、容器Bの高さを△cmとすると、

$$10 \times 10 \times 3.14 \times \triangle = 1400 \times 3.14$$

よって、 $10 \times 10 \times \triangle = 1400$ となり、 $\triangle = 1400 \div (10 \times 10) = 14$ (cm) です。

したがって、容器Bの高さが14cmであることがわかりました。

ステップ② 5

この容器の上の部分の体積は、 $40 \times 100 \times 90 = 360000$ (cm³) です。

12 L = 12000 cm³ですから、1分に12000 cm³ずつ水を入れます。

よって、この容器の上の部分に水が入るのに、 $360000 \div 12000 = 30$ (分) かかります。

グラフを見ると、36分後に容器の上まで水が入ったので、アは、 $36 - 30 = 6$ になります。

この容器の下の部分には、6分で水が入ることがわかりました。

1分に12000 cm³ずつ水が入るので、6分では、 $12000 \times 6 = 72000$ (cm³) の水が入ります。

よって、この容器の下の部分の体積は、72000 cm³です。

この容器の下の部分の高さを□cmとすると、 $40 \times 60 \times \square = 72000$ です。

$\square = 72000 \div (40 \times 60) = 30$ (cm) です。

したがって、イは30 cmになり、ウは $30 + 90 = 120$ (cm) です。

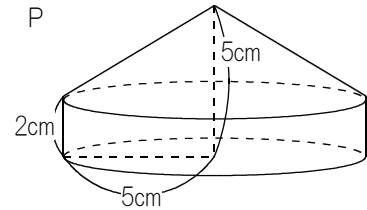
これで、アは6、イは30、ウは120であることがわかりました。

ステップ② 6(1)

立体Pは，上が円すいで下が円柱です。

円すいの底面の半径は5cm，高さは $5 - 2 = 3$ (cm) です。

円柱の底面の半径は5cm，高さは2cmです。



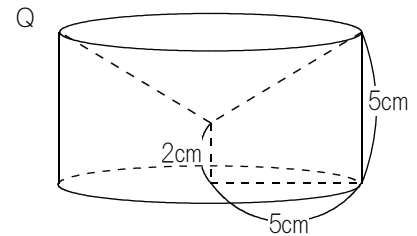
立体Pの体積は，

$$5 \times 5 \times 3.14 \times 3 \times \frac{1}{3} + 5 \times 5 \times 3.14 \times 2 = 25 \times 3.14 + 50 \times 3.14 = (25 + 50) \times 3.14 = 75 \times 3.14 \text{ (cm}^3\text{)}$$

立体Qは，円柱から円すいを引いた立体です。

円柱の底面の半径は5cm，高さは5cmです。

円すいの底面の半径は5cm，高さは $5 - 2 = 3$ (cm) です。



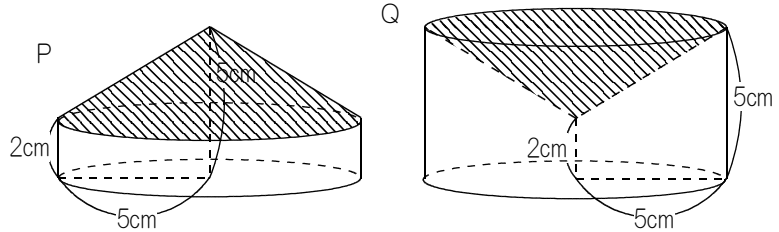
立体Qの体積は，

$$5 \times 5 \times 3.14 \times 5 - 5 \times 5 \times 3.14 \times 3 \times \frac{1}{3} = 125 \times 3.14 - 25 \times 3.14 = (125 - 25) \times 3.14 = 100 \times 3.14 \text{ (cm}^3\text{) です。}$$

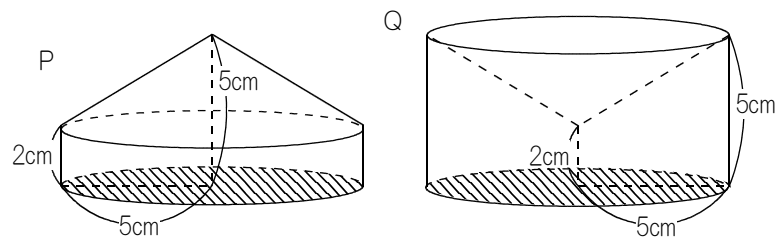
立体Pの体積は $(75 \times 3.14) \text{cm}^3$ ，立体Qの体積は $(100 \times 3.14) \text{cm}^3$ ですから，立体Pと立体Qの体積の差は， $100 \times 3.14 - 75 \times 3.14 = (100 - 75) \times 3.14 = 25 \times 3.14 = 78.5 \text{ (cm}^3\text{)}$ です。

ステップ② 6 (2)

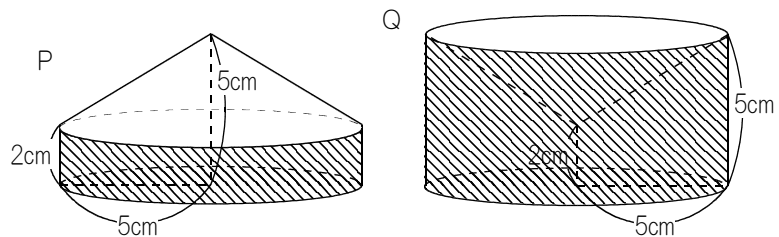
立体Pの円すいの側面積と、
立体Qの円すいの側面積は同じ
なので、差はありません。



立体Pの底面積と、立体Qの
底面積も同じなので、差はあり
ません。



立体Pの円柱の側面積と、
立体Qの円柱の側面積には、
差があります。



立体Pの円柱の側面積は、 $\underbrace{2}_{\text{たて}} \times \underbrace{5 \times 2}_{\text{横}} \times 3.14 = 20 \times 3.14 \text{ (cm}^2\text{)}$ で、

立体Qの円柱の側面積は、 $\underbrace{5}_{\text{たて}} \times \underbrace{5 \times 2}_{\text{横}} \times 3.14 = 50 \times 3.14 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

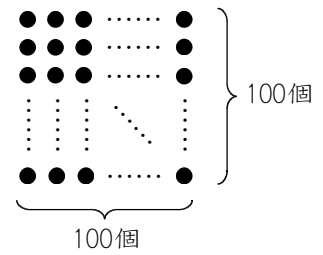
よって、立体Pと立体Qの表面積の差は、
 $50 \times 3.14 - 20 \times 3.14 = (50 - 20) \times 3.14 = 30 \times 3.14 = 94.2 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

ステップ③ 1

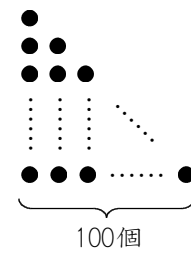
(1) 10番目の三角数は、 $1+2+\dots+10=55$ です。おぼえておきましょう。

10番目の四角数は、 $10\times 10=100$ です。

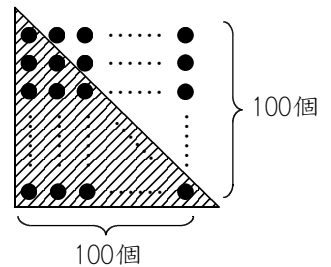
(2) 100番目の四角数は、右の図のご石の数と等しいです。



100番目の三角数は、右の図のご石の数と等しいです。

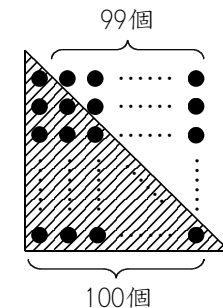


よって、100番目の四角数から100番目の三角数を引くと、右の図のしゃ線をつけていない部分になります。



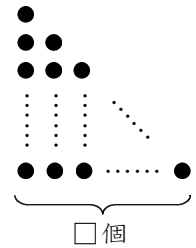
しゃ線をつけていない部分は、(さかさになっていますが) $(1+2+\dots+99)$ 個のようにならんでいるので、99番目の三角数です。

よってウは99です。

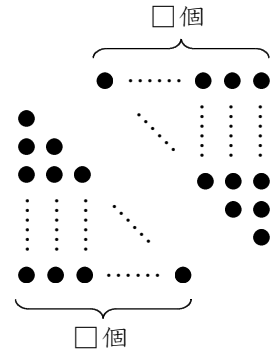


(次のページへ)

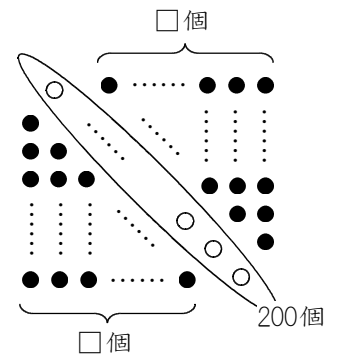
また、□番目の三角数があったとして、



その□番目の三角数の2倍に、

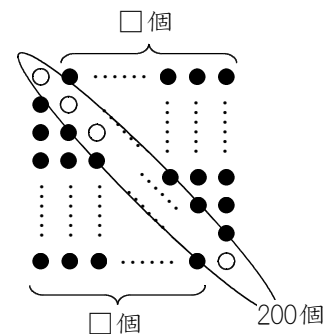


200個を加えると、



200番目の四角数になるので、右の図の1辺が200個です。

よって□は、 $200 - 1 = 199$ ですから、199番目の三角数を2倍して200個を加えたことになり、エは199です。



(次のページへ)

(3) 49番目の三角数は、 $1+2+\cdots+49=(1+49)\times 49\div 2=50\times 49\div 2=25\times 49$ です。

四角形は、「 $\square\times\square$ 」の形をしていますから、 $\square\times\square=25\times 49$ となる \square を求めればOKです。

ところで、 $25=5\times 5$ 、 $49=7\times 7$ ですから、
 $25\times 49=5\times 5\times 7\times 7=(5\times 7)\times (5\times 7)=35\times 35$ です。

よって、 $\square\times\square=35\times 35$ となり、 $\square=35$ です。

したがってオは、**35**になります。

ステップ③ 2

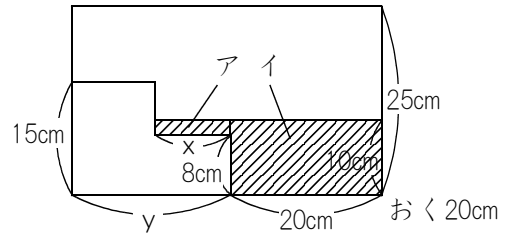
(1) 3分40秒 = 220秒です。

1秒あたり 20cm^3 ずつ水を入れるので、220秒では、 $20 \times 220 = 4400$ (cm^3) の水が入ります。

右の図のイの部分の体積は、 $10 \times 20 \times 20 = 4000$ (cm^3) ですから、アの部分の体積は、 $4400 - 4000 = 400$ (cm^3) です。

xの長さを□cmとすると、 $(10 - 8) \times \square \times 20 = 400$ ですから、 $\square = 400 \div 20 \div 2 = 10$ (cm) です。

xは10cmであることがわかりました。



(2) (1)で、xは10cmであることがわかりました。

また、容器全体に水を入れるのに13分かかることがわかっています。

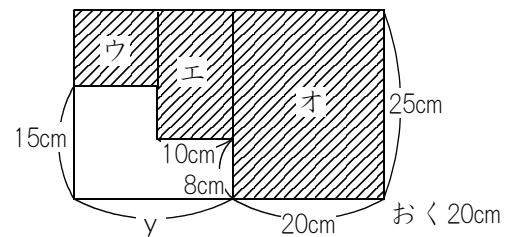
13分 = 780秒で、1秒あたり 20cm^3 ずつ水を入れるので、右の図のしゃ線部分の水の体積は、 $20 \times 780 = 15600$ (cm^3) になります。つまり、ウ、エ、オの体積の合計が 15600cm^3 です。

エの体積は $(25 - 8) \times 10 \times 20 = 3400$ (cm^3) で、オの体積は $25 \times 20 \times 20 = 10000$ (cm^3) です。

よってウの体積は、 $15600 - (3400 + 10000) = 2200$ (cm^3) です。

ウの横の長さを△とすると、 $(25 - 15) \times \triangle \times 20 = 2200$ ですから、 $\triangle = 2200 \div 20 \div 10 = 11$ (cm) です。

よってyは、 $11 + 10 = 21$ (cm) です。

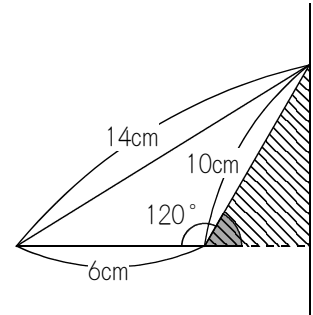


ステップ③ 3

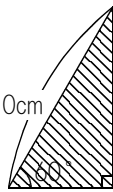
120度という角度が書いてあることに注意しましょう。

右の図のかげをつけた角度は、 $180 - 120 = 60$ （度）です。

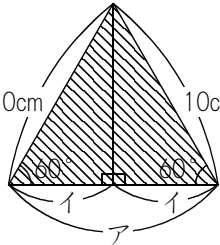
よってしゃ線をつけた三角形は、三角形の半分です。



しゃ線をつけた三角形 10cm と同じ三角形をもう1個

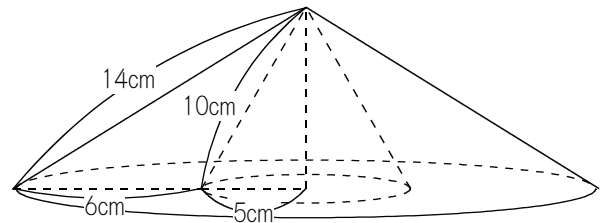


用意してくっつけると 10cm 10cm となり、正三角形ができます。



よってアの長さも 10cm になり、イとイは同じ長さなので、イは $10 \div 2 = 5$ (cm) です。

軸のまわりに1回転させてできる立体は
右の図のようになります。



この立体の底面積は、 $11 \times 11 \times 3.14 - 5 \times 5 \times 3.14 = 121 \times 3.14 - 25 \times 3.14 = 96 \times 3.14$ (cm²)
です。

外側の円すいの側面積は、母線 \times 底面の半径 $\times 3.14 = 14 \times 11 \times 3.14 = 154 \times 3.14$ (cm²)
です。

内側の円すいの側面積は、母線 \times 底面の半径 $\times 3.14 = 10 \times 5 \times 3.14 = 50 \times 3.14$ (cm²) です。

よってこの立体の表面積は、
 $96 \times 3.14 + 154 \times 3.14 + 50 \times 3.14 = (96 + 154 + 50) \times 3.14 = 300 \times 3.14 = 942$ (cm²) になります。