最難関問題集4年下第19回・くわしい解説

目　次

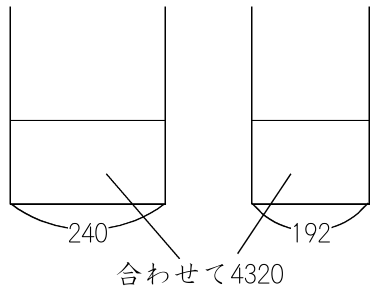
すぐる学習会
http://www.suguru.jp

応用問題 1

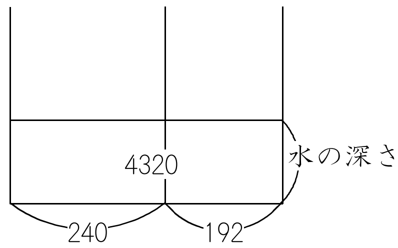
はじめに容器Ａに入っている水の体積は，12×20×18＝4320（cm^3）です。

この4320 cm^3 の水のうち何cm^3 かをＢにうつして，ＡとＢの水の深さを等しくさせる，という問題です。

Ａの底面積は 12×20＝240（cm^3），Ｂの底面積は24×16÷2＝192（cm^2）ですから，水の深さが等しくなったときは右の図のようになります。



ＡとＢをくっつけると右の図のようになり，水の深さは 4320÷(240＋192)＝10（cm）です。



はじめのＡの水の深さは18 cmでしたから，Ａから18－10＝8（cm）の深さぶんの水を，Ｂにうつしたことになります。

Ａの底面積は240 cm^2 ですから，240×8＝1920（cm^3）の水をＢにうつしたことになります。

応用問題 $\boxed{2}$

(1)　全体を，左の四角すい・まん中の三角柱・右の四角すいに分けます。

左の四角すいの体積は，底面積×高さ×$\frac{1}{3}$＝6×3×4×$\frac{1}{3}$＝24（cm^3）です。
まん中の三角柱の体積は，底面積×高さ＝6×4÷2×10＝120（cm^3）です。

右の四角すいの体積は，左の四角すいと同じなので，24 cm^3 です。

よって全体の体積は，24＋120＋24＝168（cm^3）です。

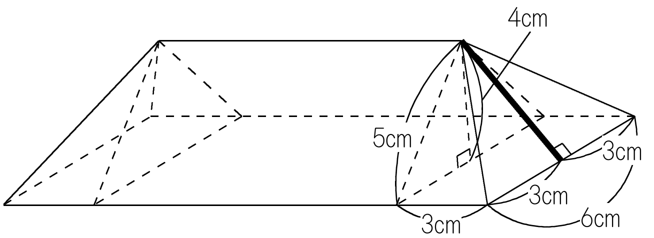
(2)　底面積は，6×(3＋10＋3)＝96（cm^2）です。

手前の台形の面積は，（10＋16）×5÷2＝65（cm^2）です。

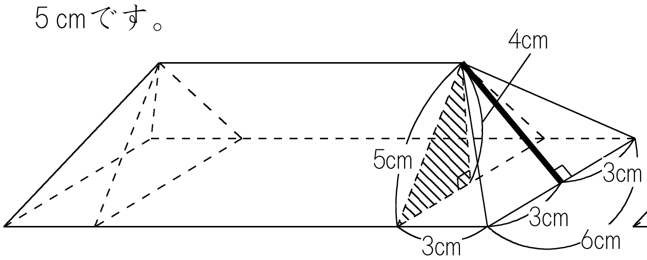
$\boxed{\text{注意}}$　手前の台形の高さは，4 cmではなくて 5 cmです。注意しましょう。

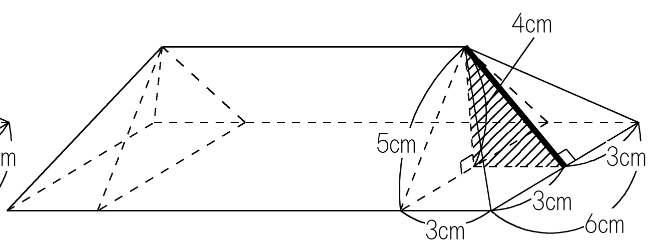
後ろの台形の面積も手前の台形と同じなので，65 cm^2 です。

右の三角形は，底辺を 6 cmとすると，
高さは右の図の太線の部分になります。



下の図の２つのしゃ線をつけた三角形は，形も大きさも同じなので，太線の長さは
5 cmです。





よって右の三角形の面積は 6×5÷2＝15（cm^2）で，左の三角形の面積も 15 cm^2です。

全部合わせて，96＋65×2＋15×2＝256（cm^2）です。

応用問題 $\boxed{3}$ (1)

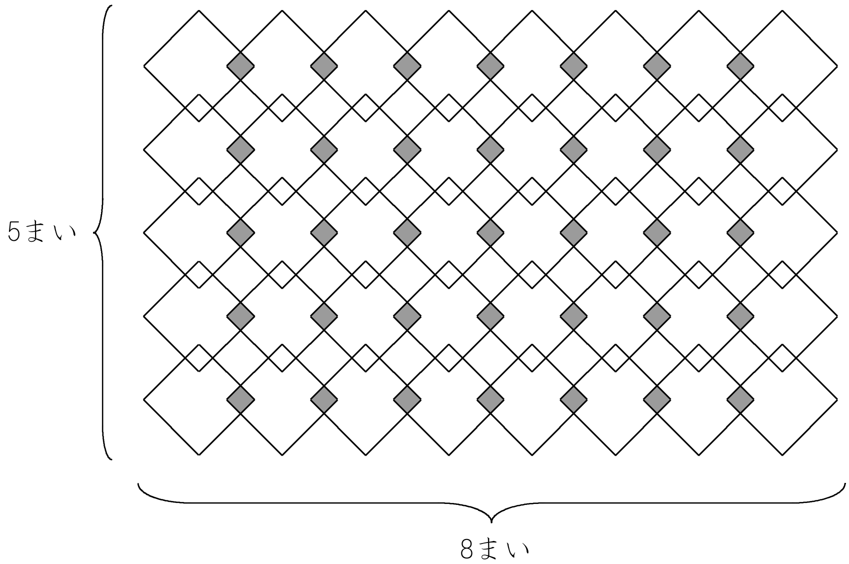
問題には，たて２列，横３列の場合のサンプルが書いてありました。

サンプルとしては数が少ないので，たて５列，横８列ぐらいにしてはどうでしょう。

右の図のようになります。

左右をつなぐ部分は，右の図のかげをつけた部分です。１段に８－１＝７（個）あり，５段ぶんで，７×５＝35（個）です。

上下をつなぐ部分は，右の図の白い重なりの部分です。１列に５－１＝４（個）あり，８列ぶんで，４×８＝32（個）です。



よって，たて５列，横８列のサンプルの場合は，「(8－1)×5＋(5－1)×4」という式になります。

同じようにして，たて□列，横△列の場合は，「(△－1)×□＋(□－1)×△」という式になります。

この問題の場合は，たて 10 列，横 20 列ですから，
(20－1)×10＋(10－1)×20＝ 190＋180＝ 370（か所）の重なりの部分ができます。

応用問題 $\boxed{3}$ (2)

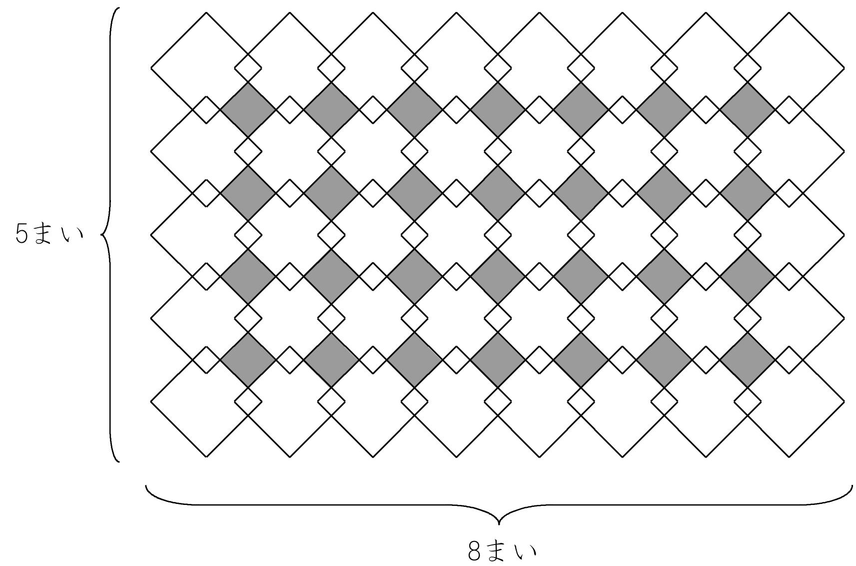
(1)で，重なりの部分は370か所あることがわかりました。

1か所の重なりの面積は，1×1＝1（cm^2）ですから，370か所で，1×370＝370（cm^2）です。

紙は全部で200まいあり，1まいの紙の面積は 4×4＝16（cm^2）ですから，200まいで，16×200＝3200（cm^2）です。

重なりの部分である370 cm^2 だけへるので，3200－370＝2830（cm^2）になります。

しかし答えは2830 cm^2 ではありません。なぜなら，下の図のかげをつけた部分のような，「すき間」があるからです。「すき間」のぶんだけ，答えは大きくなります。



たて5列，横8列の場合，「すき間」は，(5－1)×(8－1)＝28（か所）ありました。

同じようにして，たて10列，横20列の場合は，(10－1)×(20－1)＝171（か所）になります。

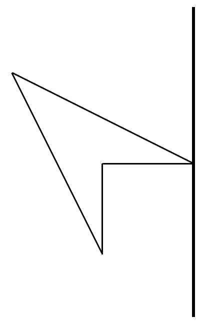
1か所の「すき間」の1辺は，4－1×2＝2（cm）ですから，面積は，2×2＝4（cm^2）です。
171か所の「すき間」で，4×171＝684（cm^2）です。

「すき間」を考えないときの面積は2830 cm^2 で，「すき間」は684 cm^2 ですから，図形全体の面積は，2830＋684＝3514（cm^2）になります。

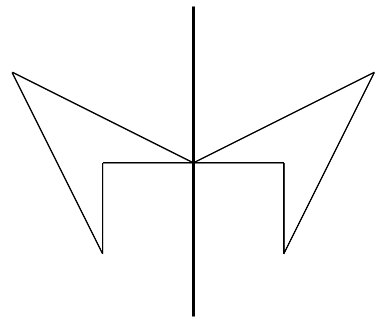
応用問題 4

立体の見取り図を書く方法を，マスターしましょう。

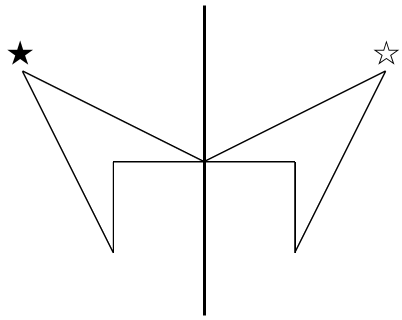
右のような図が，問題に書いてありました。



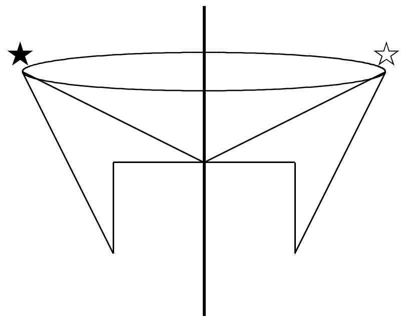
左右対称になるように，右側にも書きます。



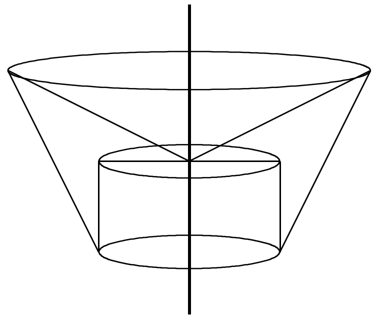
★に対応する点は，☆です。



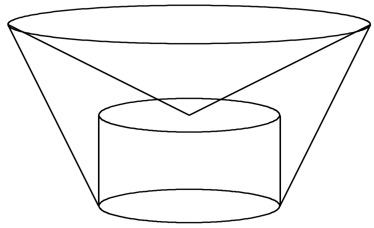
★と☆を通るような「だ円」(円がつぶれたような形)を書きます。



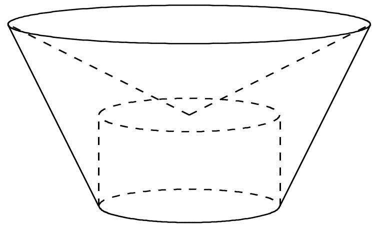
(次のページへ)



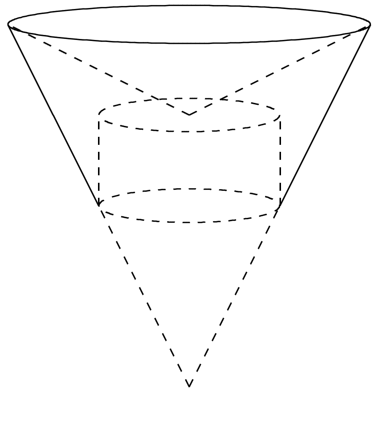
他の対応する点どうしも，同じように「だ円」を書いていきます。



じくを消し，よけいな横線も消して，



見えない線を点線にすれば，立体の見取り図の完成です。



この立体の体積を求めるには，右の図のように線をのばして，大きい円すいにして，

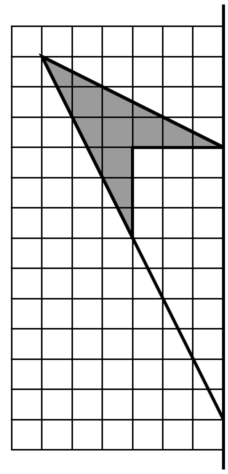
ア「大きい円すい」全体を求め，

イ「上の部分のへこんだ円すい」を引いて，

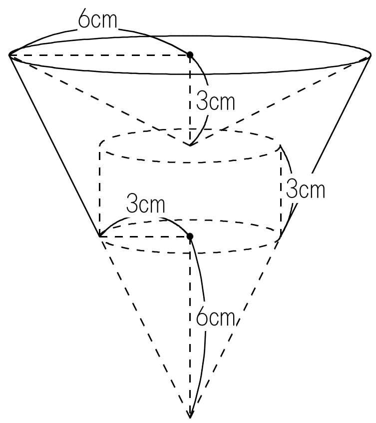
ウ「下の部分の円すい」も引き，

エ「まん中あたりにある円柱」も引けば求められます。

（次のページへ）



問題に書いてある方眼の図を，右の図のようにのばせば，立体の底面の半径や高さがわかります。



ア「大きい円すい」全体の体積は，底面の半径が6cm，高さが 3＋3＋6＝12（cm）ですから，$6\times6\times3.14\times12\times\frac{1}{3}=144\times3.14$（$cm^3$）です。

イ「上の部分のへこんだ円すい」の体積は，底面の半径が6cm，高さが3cmですから，$6\times6\times3.14\times3\times\frac{1}{3}=36\times3.14$（$cm^3$）です。

ウ「下の部分の円すい」の体積は，底面の半径が3cm，高さが6cmですから，$3\times3\times3.14\times6\times\frac{1}{3}=18\times3.14$（$cm^3$）です。

エ「まん中あたりにある円柱」の体積は，底面の半径が3cm，高さが3cmですから，$3\times3\times3.14\times3=27\times3.14$（$cm^3$）です。

よってこの立体の体積は，

$\underbrace{144\times3.14}_{ア}-\underbrace{36\times3.14}_{イ}-\underbrace{18\times3.14}_{ウ}-\underbrace{27\times3.14}_{エ}$

$=(144-36-18-27)\times3.14$

$=63\times3.14$

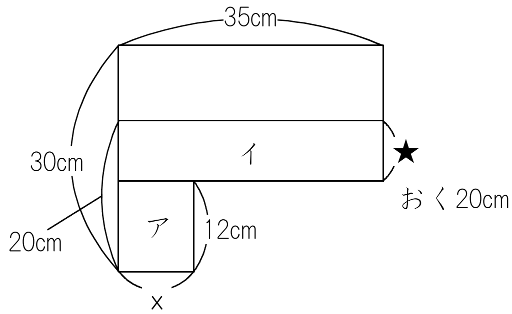
$=197.82$（cm^3）です。

応用問題 5

(1)　グラフを見ると，0 分から 3 分までの水の入り方よりも，3 分から 10 分までの入り方の方が，ゆるやかになっています。その理由は，底面積が広くなったためです。

よって，0 分から 3 分までの 3 分間で右の図のアの部分に水が入り，3 分から 10 分までの 7 分間でイの部分に水が入りました。

★の長さは，20－12＝ 8（cm）ですから，イの体積は，8×35×20＝ 5600（cm^3）です。



7 分間で 5600 cm^3 イ入ったのですから，1 分あたり，5600÷7＝ 800（cm^3）→ 0.8 L ずつ，水が入ることになります。

(2)　(1)で，1 分あたり 800 cm^3 ずつ水が入ることがわかりました。

上の図のアの部分には 3 分で水が入ったのですから，アの体積は，800×3＝ 2400（cm^3）です。

よって x の長さは，2400÷(12×20)＝ 10（cm）です。

(3)　グラフを見ると，10分から17分までの7分間で，水の深さは 20－18＝ 2（cm）下がっています。これは，管 A を閉じると同時に栓（せん）B を開いたので，水が出ていったためです。

7 分間で出ていった水の体積は，2×35×20＝ 1400（cm^3）ですから，栓 B からは 1 分あたり，1400÷7＝ 200（cm^3）→ 0.2 L ずつ，水が出たことになります。

(4)　グラフを見ると，17分から y 分までに，水の深さは 30－18＝12（cm）上がっています。これは，栓 B を開いたまま管 A も開いて，水が増えていったためです。

管 A からは毎分 800 cm^3 ずつ水が入り，栓 B からは毎分 200 cm^3 ずつ水が出ていくことが，すでにわかっています。

よって管 A も栓 B も開くと，毎分 800－200＝ 600（cm^3）ずつ，水が増えていきます。

深さ 12 cmぶんの水の体積は，12×35×20＝ 8400（cm^3）ですから，8400÷600＝ 14（分）で，12 cmの深さぶん水が入りました。

よって，グラフの 17 分から y 分までの時間は 14 分なので，y は，17＋14＝ 31 になります。

応用問題 $\boxed{6}$ (1)

分子だけ見ていくと，1，2，3，1，2，3，1，2，……のように，「1，2，3」の3個がくり返されています。

33÷3＝11 ですから，33番目までで，「1，2，3」のセットがちょうど11セットありますから，33番目はセットの最後の数字である「3」です。

また，分母だけ見ていくと，1，4，7，10，13，……のように，はじめが1で，3ずつふえる等差数列になっています。
33番目は，はじめ＋ふえる数×(N－1)＝1＋3×(33－1)＝97 です。

分子が3，分母が97ですから，33番目の分数は $\frac{3}{97}$ になります。

応用問題 $\boxed{6}$ (2)

分子は1，2，3のいずれかです。

まず，分子が1の場合について考えます。

分子が1の分数だけ書いていくと，$\frac{1}{1}$，$\frac{1}{10}$，$\frac{1}{19}$，$\frac{1}{28}$，……のように，分母は，はじめが1で，9ずつふえる等差数列になっています。

$\frac{1}{333}$ より大きい分数は，分子が1なら，分母は333より小さい必要があります。

分母に333がいつあらわれるかを考えましょう。

$1+9\times(N-1)=333$ とすると，$333-1=332$　　$332\div9=36.8\cdots$　　$36.8\cdots+1=37.8\cdots$
となるので，分母が333より小さい分数は37個あります。

次に，分子が2の場合について考えます。

分子が2の分数だけ書いていくと，$\frac{2}{4}$，$\frac{2}{13}$，$\frac{2}{22}$，$\frac{2}{31}$，……のように，分母は，はじめが4で，9ずつふえる等差数列になっています。

$\frac{1}{333}=\frac{2}{666}$ より大きい分数は，分子が2なら，分母は666より小さい必要があります。

分母に666がいつあらわれるかを考えましょう。

$4+9\times(N-1)=666$ とすると，$666-4=662$　　$662\div9=73.5\cdots$　　$73.5\cdots+1=74.5\cdots$
となるので，分母が666より小さい分数は74個あります。

次に，分子が3の場合について考えます。

分子が3の分数だけ書いていくと，$\frac{3}{7}$，$\frac{3}{16}$，$\frac{3}{25}$，$\frac{3}{34}$，……のように，分母は，はじめが7で，9ずつふえる等差数列になっています。

$\frac{1}{333}=\frac{3}{999}$ より大きい分数は，分子が3なら，分母は999より小さい必要があります。

分母に999がいつあらわれるかを考えましょう。

$7+9\times(N-1)=999$ とすると，$999-7=992$　　$992\div9=110.2\cdots$　　$110.2\cdots+1=111.2\cdots$
となるので，分母が999より小さい分数は111個あります。

分子が1の場合は37個，分子が2の場合は74個，分子が3の場合は111個ありますから，$37+74+111=222$（個）です。