$\boxed{1}$ (1)

$$\underbrace{3\frac{1}{2}-\underbrace{\underbrace{\left(2\frac{1}{4}-\underbrace{0.625\times3}_{\text{ア}}\right)}_{\text{イ}}\div1\frac{5}{6}}_{\text{ウ}}}_{\text{エ}}$$

ア $=0.625\times3=1.875$

イ $=2\frac{1}{4}-1.875=2\frac{1}{4}-1\frac{7}{8}=\frac{3}{8}$

ウ $=\frac{3}{8}\div1\frac{5}{16}=\frac{2}{7}$

エ $=3\frac{1}{2}-\frac{2}{7}=3\frac{3}{14}$

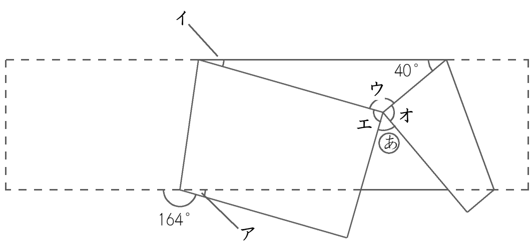
(2)　$1\div27=0.0370370\cdots\cdots$となりますから，「037」の3個1セットがくり返されます。
$2019\div3=673$ ですから，673セットあります。
1セットの和は $0+3+7=10$ で，それが673セットあるのですから，全部で，$10\times673=6730$ になります。

(3)　Aの重さは，$36\div0.144=250$（g）です。
Bの濃さは，$30\div250=0.12$ ですから，12％です。
Aは14.4％で，Bは12％ですから，Aの方が濃いです。
よってAに水を加えて，Bと同じ濃さである12％にすることになります。
Aに水を加えても，食塩の量は変わらず36gです。
濃さが12％になったときのAの食塩水の重さは，$36\div0.12=300$（g）です。

Aはもともと250gだったのですから，$300-250=50$（g）の水を加えればよいことになります。

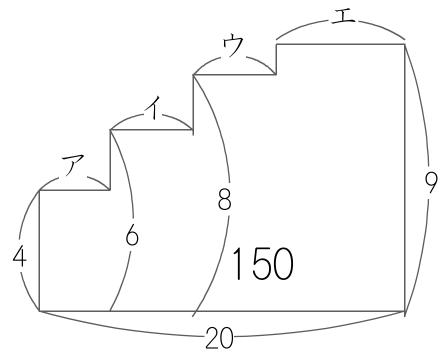
(4)　右の図のアは，$180-164=16$（度）です。
よってイも16度です。
ウは，$180-(16+40)=124$（度）です。

エとオは，どちらも長方形の角ですから90度です。

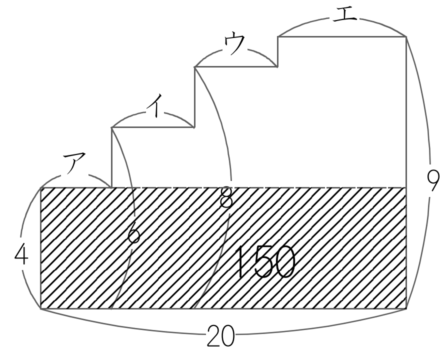


よって あ は，$360-(124+90+90)=56$（度）になります。

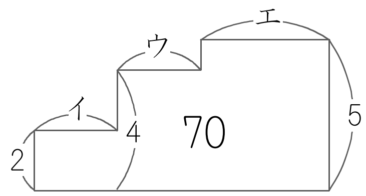
(5)　右のような面積図を書きましょう。



右の図の斜線部分を切り取ります。
斜線部分の面積は，4×20＝80　です。
斜線部分を切り取った残りの面積は，
150－80＝70　です。



切り取った残りは，右の図のようになります。
式にすると，
2×イ＋4×ウ＋5×エ＝70　…（※）
になります。



$\boxed{9}$ のカードの枚数をできるだけ多く選ぶということは，エをできるだけ大きくすることと同じです。

エを14にすると，5×エ＝70 となり，イもウも0にしなければならなくなります。しかし，選ばない数字のカードがないようにするのですから，0ではいけません。

エを13にすると，5×エ＝65 となり，イもウも0にしてはいけないので1にすると，（※）の左辺は71になってしまうのでダメです。

エを12にすると，5×エ＝60 となり，70－60＝10 ですから，
2×イ＋4×ウ＝10 になります。
この式にあてはまる（イ，ウ，エ）は，（1，2，12）と（3，1，12）です。

ア，イ，ウ，エ合わせて20ですから，
（イ，ウ，エ）が（1，2，12）のときのアは，20－(1＋2＋12)＝5　です。
（イ，ウ，エ）が（3，1，12）のときのアは，20－(3＋1＋12)＝4　です。

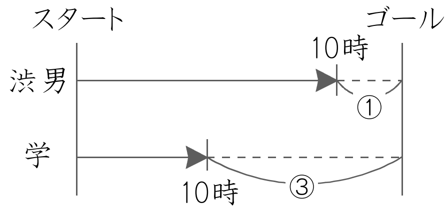
よって求める（ア，イ，ウ，エ）の組は，（5，1，2，12）と（4，3，1，12）です。

(6)　渋男君は1時間＝60分，学君は2時間＝120分かかるので，マラソン大会のスタートからゴールまでの道のりを，60と120の最小公倍数である120ｍに決めます。

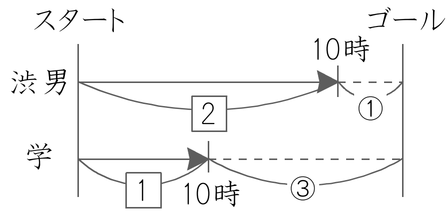
渋男君の分速は，120÷60＝2（ｍ），学君の分速は，120÷120＝1（ｍ）です。

午前10時のときの「学君の位置からゴールまでの道のり」は，「渋男君の位置からゴールまでの道のり」の3倍だったそうですから，
「学君の位置からゴールまでの道のり」を③，「渋男君の位置からゴールまでの道のり」を①にします。

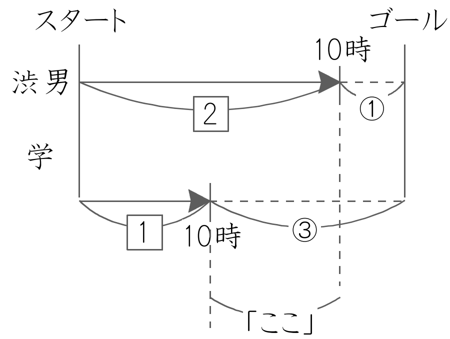
すると，右の図のようになります。



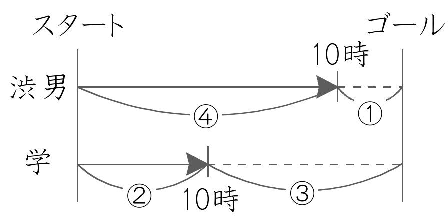
ところで，渋男君の分速は2ｍ，学君の分速は1ｍですから，2人の速さの比は2：1です。
よって，スタートしてから午前10時までの2人が進んだ道のりを$\boxed{2}$と$\boxed{1}$にすると，右の図のようになります。



右の図の「ここ」の部分を見ると，
$\boxed{2}$－$\boxed{1}$＝$\boxed{1}$が，③－①＝②であることがわかります。
$\boxed{1}$が②にあたるので，$\boxed{2}$は，④にあたります。



右の図のようになり，スタートからゴールまでは，④＋①＝⑤ です。
渋男君はスタートからゴールまで60分かかるので，⑤を60分かかることになります。
①あたり，60÷5＝12（分）かかるので，④は12×4＝48（分）かかります。



渋男君は，スタートしてから48分かかって午前10時になったのですから，
午前10時－48分＝午前9時12分にスタートしたことになります。

2 (1)　万の位の選び方は，1から7までの7個の数字から選ぶので，7通りです。

万	千	百	十	一

千の位は，万の位で使った数字以外の6個の数字から選ぶので，6通りです。
同様にして，百の位は5通り，十の位は4通り，一の位は3通りですから，全部で，７×６×５×４×３＝2520（通り）になります。

(2)　1，2，3，4，5，6，7の7個の数字から，削除する2個を選べばオシマイです。
なぜなら，たとえば2と5を削除する数字として選ぶとします。
すると，残った数字は1，3，4，6，7ですが，並べ方は決まっています。
左から大きい順に並べるので，「76431」と決まります。

よって，7個の数字から，削除するどの2個を選ぶか，という問題になります。
7個中2個を選ぶということですから，(7×6)÷(2×1)＝21（通り）になります。

(3)　この問題は(2)と違って，1，2，3，4，5，6，7の7個の数字から，削除する2個を選べばオシマイというわけではありません。

なぜなら，たとえば(2)と同様に2と5を削除する数字として選んだとします。
すると，残った数字は1，3，4，6，7ですが，並べ方は決まってはいません。
というのは，並べ方はいろいろあるからです。
5けたの数を「ＡＢＣＤＥ」とすると，真ん中のＣは最も大きい数なので7です。
これで「ＡＢ７ＤＥ」となりましたが，ＢとＤをどのような数にするかによって場合分けしましょう。
Ｂ＝6，Ｃ＝4 とすると，「Ａ６７４Ｅ」となり，残った1と3は，ＡとＥに入れるか，またはＥとＡに入れるかの，2通りになります。
Ｂ＝4，Ｃ＝6 の場合も，2通りあります。
Ｂ＝6，Ｃ＝3 とすると，「Ａ６７３Ｅ」となり，残った1と4は，ＥとＡに入れる1通りしかありません。
Ｂ＝3，Ｃ＝6 の場合も，1と4をＡとＥに入れる1通りしかありません。

以上のことから，2と5を削除する数字として選んだ場合は，2＋2＋1＋1＝6（通り）あります。

7個の数字から，削除する2個を選ぶ方法は，(2)と同じく21通りあり，それぞれに対して，並べる方法は6通りずつあるので，全部で 6×21＝126（通り）になります。

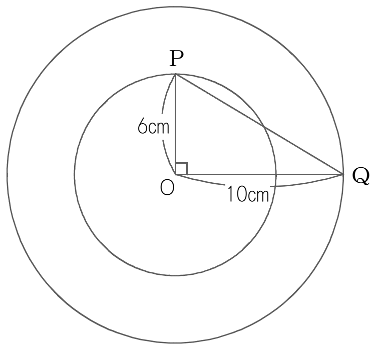
$\boxed{3}$ (1)　点Ｑは大円のまわりを動きます。
大円の半径は10cmなので，大円の円周は，10×2×3＝60（cm）です。
（円周率が3であることに注意しましょう。）
点Ｑは毎秒2.5cmなので，1周するのに 60÷2.5＝24（秒）かかります。

(2)　点Ｑと同じようにして，点Ｐは1周するのに何秒かかるかを求めましょう。
点Ｐは小円のまわりを動きます。
小円の半径は6cmなので，小円の円周は，6×2×3＝36（cm）です。
点Ｐは毎秒2cmなので，1周するのに 36÷2＝18（秒）かかります。

点Ｐは1周するのに18秒，点Ｑは1周するのに24秒かかることがわかりました。
1周は360度であることを利用して，点Ｐと点Ｑが1秒あたりに動く角度を求めましょう。

点Ｐは1周するのに18秒かかるので，1秒あたり 360÷18＝20（度）動きます。
点Ｑは1周するのに24秒かかるので，1秒あたり 360÷24＝15（度）動きます。
点Ｐは点Ｑよりも，1秒あたり 20－15＝5（度）多く動くことがわかりました。
角あ の大きさが初めて145度になるのは，145÷5＝29（秒後）になります。

(3)　右の図のように，ＯＰとＯＱのつくる角が直角になったときに，三角形ＯＰＱの面積は 10×6÷2＝30 (cm^2)になります。

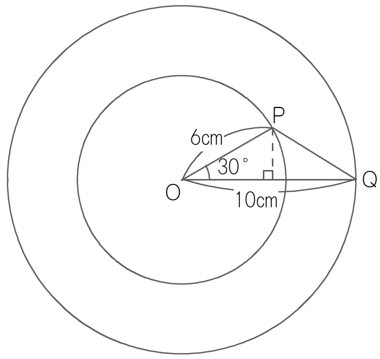


(2)でわかった通り，点Ｐは点Ｑよりも，1秒あたり5度多く動きます。

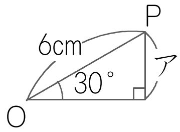
はじめて直角になるのは，90÷5＝18（秒後）です。
2回目に直角になるのは，ＰとＱが270度はなれたときです。このとき小さい方の角は 360－270＝90（度）になるからです。

よって，270÷5＝54（秒後）になります。

(4)　右の図のように，ＯＰとＯＱのつくる角が30度になったときに，三角形ＯＰＱの底辺は10cmで，高さは右の図の点線の部分です。



点線の部分の長さを求めるために，



のように取り出すと，この三角形は正三角形の半分なので，アの長さは 6÷2＝3（cm）。

よって三角形ＯＰＱの面積は，10×3÷2＝15（cm^2）になり，ＯＫです。

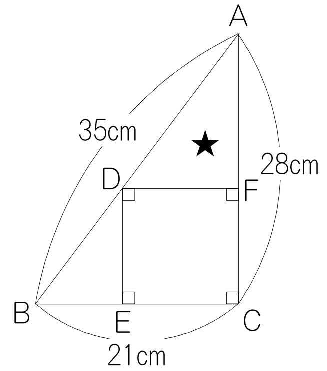
したがって，三角形ＯＰＱの面積がはじめて15cm^2になるのは，あがはじめて30度になるときです。

(2)でわかった通り，点Ｐは点Ｑよりも，1秒あたり5度多く動きます。

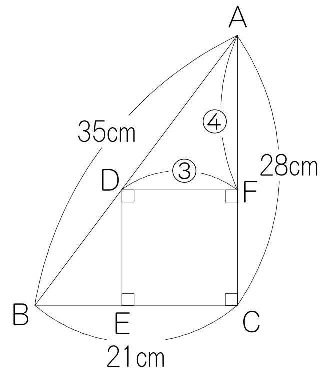
よって答えは，30÷5＝6（秒後）になります。

4 (1)　正方形の1辺の長さを求めることができないと，
(1)から(3)まですべて失うので注意しましょう。

三角形ＡＢＣの高さと底辺の比は，28：21＝4：3 です。
よって三角形ＡＤＦ（右の図の★の三角形）の高さと底辺の比も，4：3 です。



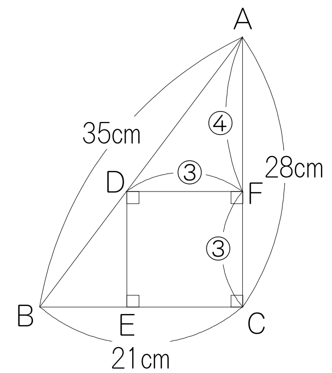
よって，右の図のように高さを④，底辺を③とします。



正方形のたてと横の長さは同じなので，右の図のようにＦＣの長さも③にすることができます。

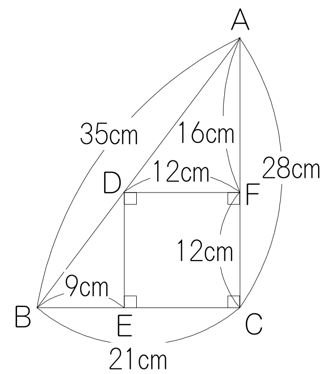
ＡＣの長さは ④＋③＝⑦ となり，これが28cmなので，①あたり，28÷7＝4（cm）になります。

正方形の1辺は③ですから，4×3＝12（cm）です。
ＡＦの長さは④ですから，4×4＝16（cm）です。
ＢＥの長さは，21－③＝21－12＝9（cm）です。



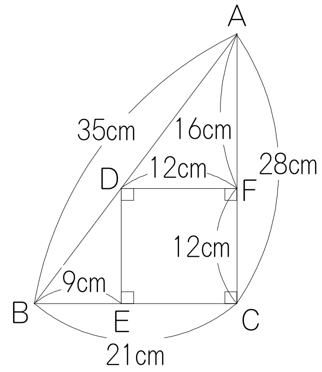
右の図のようになります。
三角形ＡＤＦをＡＦのまわりに回転してできる円すいは，底面の半径が12cm，高さが16cmですから，(12×12×3.14×16÷3) で求められます。

三角形ＢＥＤをＢＥのまわりに（ＤＥではないことに注意しましょう)回転してできる円すいは，底面の半径が12cm，高さが9cmですから，(12×12×3.14×9÷3) で求められます。

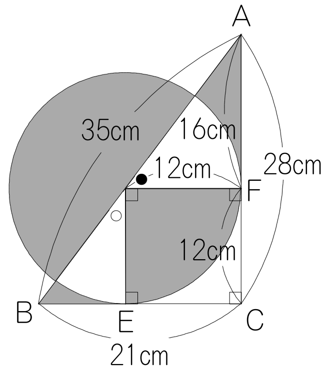


よって体積の比は，
$(\underbrace{12\times12\times3.14}_{共通}\times16\underbrace{\div3}_{共通}):(\underbrace{12\times12\times3.14}_{共通}\times9\underbrace{\div3}_{共通})=16:9$ になります。

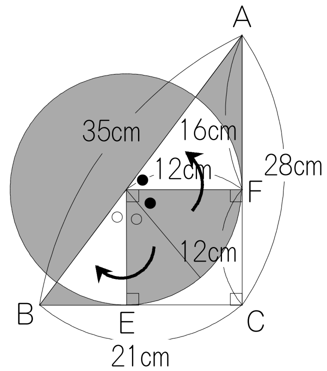
(2)　(1)によって，右の図のように長さがわかっています。



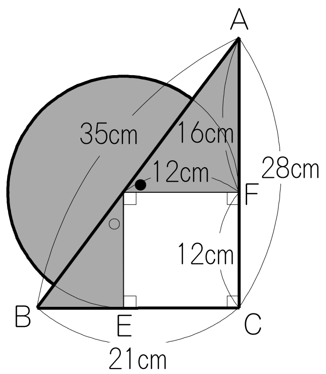
(2)では，右の図のかげの部分の面積を求めます。
右の図の●と○の角度の和は 180－90＝90（度）ですから，



かげになっている四分円を右の図のように切って，白いおうぎ形の部分に移動させると，



右の図のように，半円と，三角形ＡＢＣから正方形を引いた形になります。



半円の半径は12cm，正方形の1辺も12cmですから，
かげの部分の面積は，

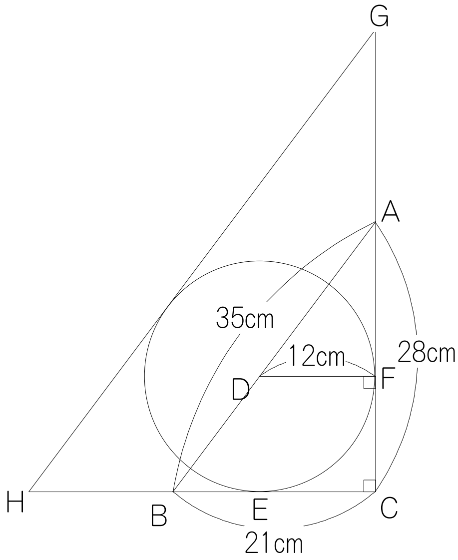
$$\underbrace{12\times12\times3.14\div2}_{\text{半円}} + \underbrace{21\times28\div2}_{\text{三角形ABC}} - \underbrace{12\times12}_{\text{正方形}}$$

$= 226.08 + 294 - 144$

$= 376.08$（cm^2）

となります。

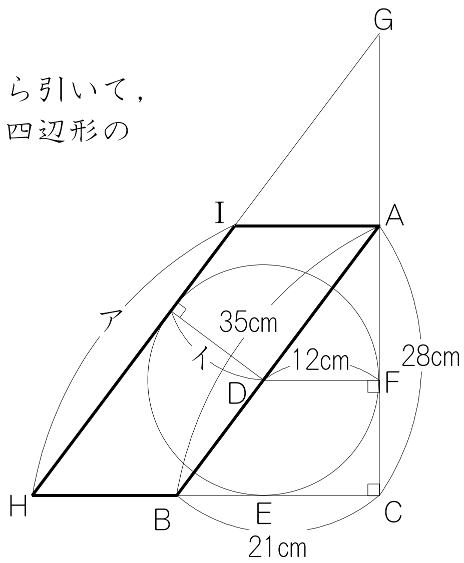
(3)　右の図のＧＨの長さを求める問題です。



右の図のように，辺ＢＣと平行な直線を点Ａから引いて，辺ＧＨとの交点をＩとします。そして太線の平行四辺形の面積について考えます。

アの長さは辺ＡＢと同じなので35cmです。
イの長さは円の半径なので12cmです。

平行四辺形の底辺をアとすると，高さはイにあたるので，平行四辺形の面積は，35×12＝420(cm^2)になります。
次に平行四辺形の底辺をＩＡとすると，高さは辺ＡＣになるので28cmです。



よって，ＩＡ×28＝420 となり，ＩＡ＝420÷28＝15（cm）です。

右の図の，斜線をつけた2つの三角形は相似です。
よって，ウ：35＝15：21 です。

ウの長さは，35×15÷21＝25（cm）です。

よってＧＨの長さは，25＋35＝60（cm）になります。