2020年度　渋谷教育学園渋谷中学校〈帰国生受験〉算数　くわしい解説

すぐる学習会

$\boxed{1}$ (1)

$$\underbrace{3\frac{2}{3}-\underbrace{\underbrace{\left(1-\underbrace{\frac{4}{7}\div\frac{3}{5}}_{\text{ア}}\right)}_{\text{イ}}\times 6.5}_{\text{ウ}}}_{\text{エ}}$$

$\text{ア}=\frac{4}{7}\div\frac{3}{5}=\frac{20}{21}$

$\text{イ}=1-\frac{20}{21}=\frac{1}{21}$

$\text{ウ}=\frac{1}{21}\times 6.5=\frac{1}{21}\times\frac{13}{2}=\frac{13}{42}$

$\text{エ}=3\frac{2}{3}-\frac{13}{42}=3\frac{28}{42}-\frac{13}{42}=3\frac{15}{42}=3\frac{5}{14}$

(2)　8％の食塩水を625ｇ作ろうとしたということは，食塩を　625×0.08＝50（ｇ）用意して，水を　625－50＝575（ｇ）用意した，ということです。

水を230ｇこぼしてしまったので，残った水は　575－230＝345（ｇ）です。

残った水は，もとの水の，$\frac{345}{575}=\frac{3}{5}$　です。

食塩も，もとの食塩の重さである50ｇの$\frac{3}{5}$　を使えばよいので，$50\times\frac{3}{5}=30$（ｇ）を使えばよいことになります。

(3)　ある日の入館者数は，大人が450人で，子どもと大人の人数の比が5：3でした。
この日の子どもの入館者数は，450÷3×5＝750（人）です。

子ども1人の入館料は大人1人の入館料の6割です。
（大人1人の入館料）:（子ども1人の入館料）＝1：0.6＝5：3　です。

そこで，大人1人の入館料を5，子ども1人の入館料を3とします。
大人は450人いるので，入館料の合計は　5×450＝2250，
子どもは750人いるので，入館料の合計は　3×750＝2250。

よって，大人と子どもを合わせた入館料の合計は，2250＋2250＝4500　です。
これが1620000円にあたるので，1あたり，1620000÷4500＝360（円）です。

子ども1人の入館料は3にあたるので，360×3＝1080（円）になります。

(4)　商品Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの1個あたりの値段は，55円，66円，77，89円になっています。この4種類の商品の中で，1個だけ仲間はずれを探せと言われたら，どれにしますか？

仲間はずれはＤの89円ですね。Ａ，Ｂ，Ｃは，十の位と一の位の数字が同じになっていますが，Ｄだけは違っています。

というより，Ａ，Ｂ，Ｃの1個あたりの値段はすべて11で割り切れますが，Ｄだけは11で割り切れませんね。89÷11＝8　あまり　1　ですから，11で割ると1あまります。

もしＤを買わずにＡ，Ｂ，Ｃだけ買ったら，代金の合計も11で割り切れるはずです。

しかし実際の代金は1470円で，1470÷11＝133　あまり　7　ですから，11で割ると7あまります。

もしＤを1個だけ買ったら，11で割ると1あまるはずです。

また，Ｄを2個買ったら，11で割ると2あまるはずです。

いまは11で割ると7あまっているので，Ｄを7個買ったのではないかと予想できますね。

しかし，Ｄを7個買ったと言い切れるわけではないのです。なぜなら，Ｄを18個買った可能性もあるからです。

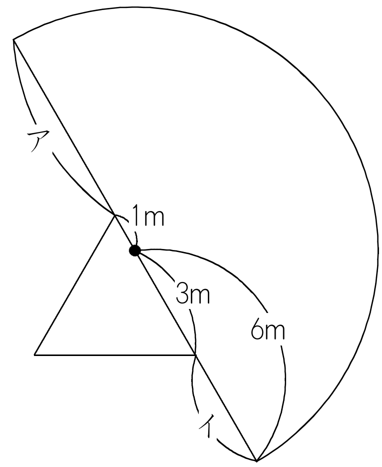
18÷11＝1　あまり　7　ですから，Ｄを18個買っても，代金の合計を11で割ると7あまることになるからです。

ところがＤを18個買うと，89×18＝1602（円）となり，実際の代金の合計よりも多くなってしまうので，Ｄを18個買ったことはありえません。18個より多く買ったこともありえません。

よって，Ｄを7個買ったことに決まります。

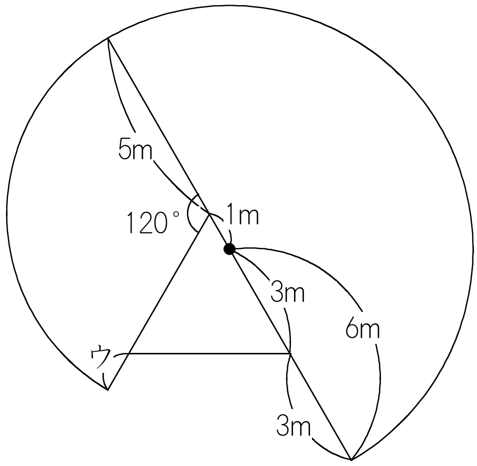
(5)　ひもの長さは6mなので，右の図のように半径6mの半円を描きます。

　アは 6－1＝5（m），イは 6－3＝3（m）です。

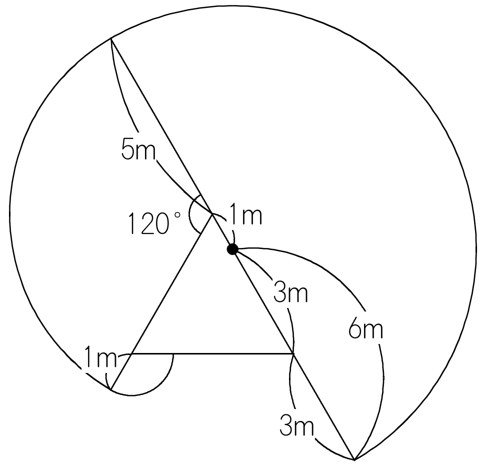


　5mのひもの部分は，右の図のように180－60＝120（度）の中心角のおうぎ形の弧を描きます。

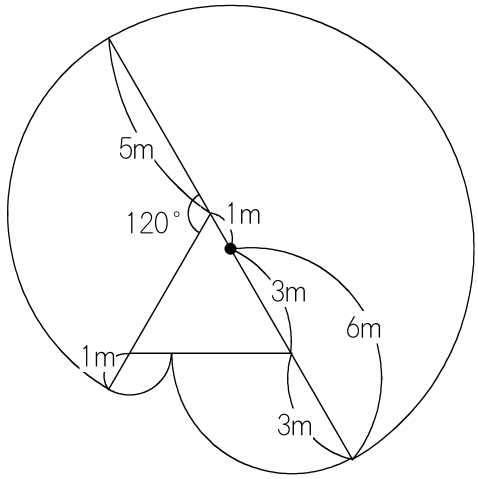
　ウの部分のひもの長さは，5－4＝1（m）です。



　1mのひもの部分も，右の図のように180－60＝120（度）の中心角のおうぎ形の弧を描きます。



3mのひもの部分も，右の図のように180－60＝120（度）の中心角のおうぎ形の弧を描きます。



半径6mの半円，半径5mで中心角120°，半径1mで中心角120°，半径3mで中心角120°のおうぎ形の面積の和を求めることになりますから，

$$6\times6\times3.14\div2 + 5\times5\times3.14\times\frac{1}{3} + 1\times1\times3.14\times\frac{1}{3} + 3\times3\times3.14\times\frac{1}{3}$$

$$=\left(6\times6\div2 + 5\times5\times\frac{1}{3} + 1\times1\times\frac{1}{3} + 3\times3\times\frac{1}{3}\right)\times3.14$$

$$=\left(18 + \frac{25}{3} + \frac{1}{3} + 3\right)\times3.14$$

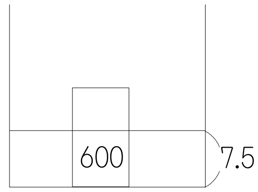
$$=\frac{89}{3}\times3.14$$

$$=\frac{89}{3}\times\frac{314}{100}$$

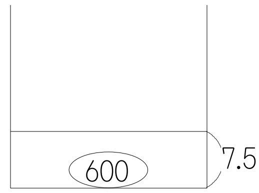
$$=\frac{13973}{150}$$

$$=93\frac{23}{150}\ (m^2)$$

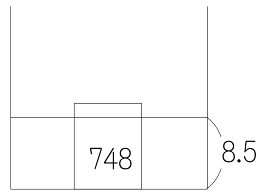
(6)　Aの面積は，8×10＝80（cm^2）です。
　Aを下にして水そうの底におくと，水の深さは7.5cmになったそうです。
　おもりの水中に入った部分の体積は，80×7.5＝600（cm^3）です。



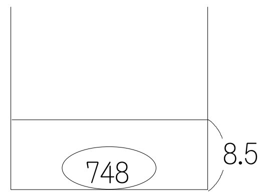
　これは，600cm^3の石をしずめたときに，水の深さが7.5cmになったことと同じです。



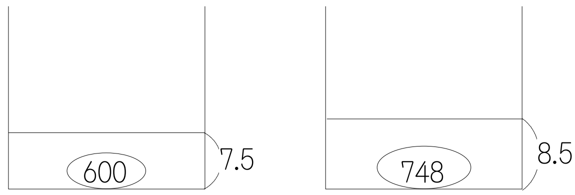
　Bの面積は，8×11＝88（cm^2）です。
　Bを下にして水そうの底におくと，水の深さは8.5cmになったそうです。
　おもりの水中に入った部分の体積は，88×8.5＝748（cm^3）です。



　これは，748cm^3の石をしずめたときに，水の深さが8.5cmになったことと同じです。

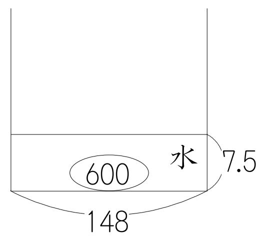


　Aが下の場合とBが下の場合を並べて書くと，右の図のようになります。



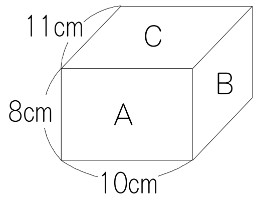
　Bが下の場合の方が，石が大きいので，そのぶん水面が上がりました。
　石が 748－600＝148（cm^3）大きいので，8.5－7.5＝1（cm）上がったのですから，この水そうの底面積は，148÷1＝148（cm^2）です。

　よって水の体積は，148×7.5－600＝510（cm^3）です。



また，Ｃの面積は $11\times10=110$（cm^2）で，Ｂより大きいですから，水の深さは8.5cmより深くなります。

Ｃを底面にしたときのおもりの高さは8cmしかないので，おもりは水の中に全部入ってしまいます。

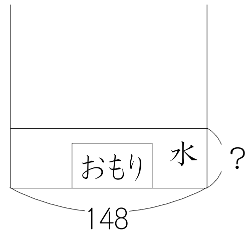


右の図のようになるわけです。

おもりの体積は $110\times8=880$（cm^3），水の体積は510cm^3なので，合わせて $880+510=1390$（cm^3）です。

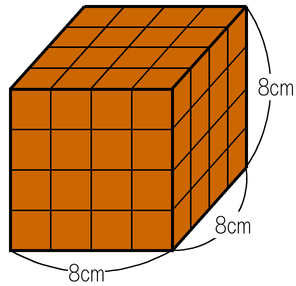
底面積は148cm^2ですから，水の深さは，

$1390\div148=\frac{1390}{148}=\frac{695}{74}=9\frac{29}{74}$（cm）になります。

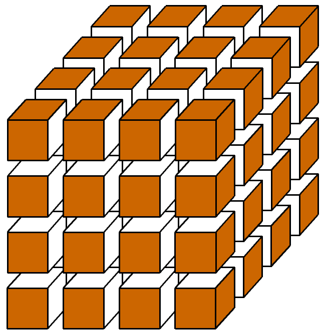


2 (1)　右の図のように，1辺が8cmの立方体の食パンがあります。

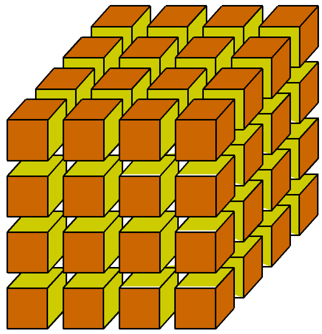
食パンの表面は焼かれて茶色になっています。



右の図のように64個に切り分けて，

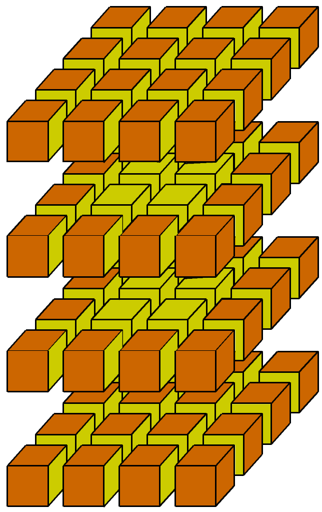


右の図のように，ナイフで切った断面すべてにバターをぬりました。

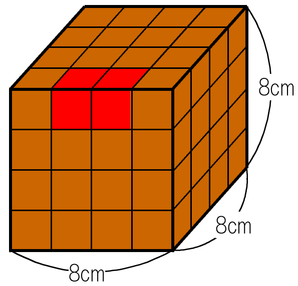


6面すべてにバターがぬられた食パンが，上から2段目に4個，上から3段目に4個ありますから，合計 4＋4＝8（個）あります。

1個の体積は 2×2×2＝8（cm^3）ですから，8個の合計は，8×8＝64（cm^3）になります。

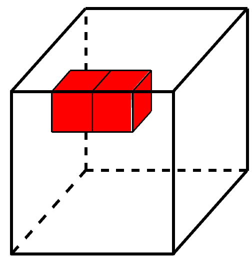


(2)　右の図の赤い立方体などが，2面は焼かれているので残り4面にバターがぬられている立体です。



右の図のように，大きい立方体の1つの辺に2個ずつあり，大きい立方体には辺は12本あるので，全部で，2×12＝24（個）あります。

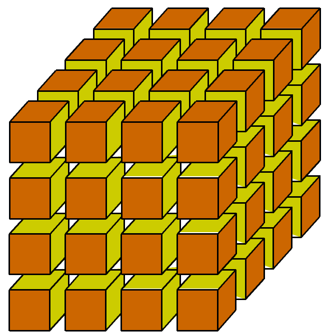
1個の体積は 2×2×2＝8（cm^3）ですから，体積の合計は，8×24＝192（cm^3）になります。



(3)　バラバラにしたときは，全部で64個になりました。

1個の表面積は，1辺2cmの正方形が6面あるので，2×2×6＝24（cm^2）です。

全部で64個あるので，表面積全体は，24×64＝1536（cm^2）です。



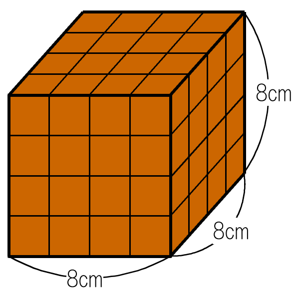
しかし答えは1536cm^2ではありません。

なぜなら，すべての表面にバターをぬったわけではないからです。

バラバラにする前の，大きな立方体の表面は焼かれているのでバターをぬりません。

よってバターをぬらなかった面は，大きな立方体の表面です。

大きな立方体の表面は，1辺8cmの正方形が6面あるので，表面積は 8×8×6＝384（cm^2）です。



1536cm^2のうち，バターをぬらなかった面は384cm^2なので，バターをぬった面は，1536－384＝1152（cm^2）になります。

3 (1)　右の表のように，1＋3＝4（通り）あります。

10円	5円	1円	
1	0	0	1通り
0	2	0	3通り
0	1	5	
0	0	10	

(2)　20円の作り方なら，右の表のように，
1＋3＋5＝9（通り）あります。

10円	5円	1円	
2	0	0	1通り
1	2	0	3通り
1	1	5	
1	0	10	
0	4	0	5通り
0	3	5	
0	2	10	
0	1	15	
0	0	20	

同じように考えて，30円の作り方なら，1＋3＋5＋7＝16（通り）あります。
40円の作り方なら，1＋3＋5＋7＋9＝25（通り）あります。
50円の作り方は，50円玉を使わない場合は，1＋3＋5＋7＋9＋11＝36（通り）。
50円玉を使う場合は，50円玉1個のみの1通り。
合わせて，36＋1＝37（通り）。

(3)　(1)，(2)で，10円と5円と1円だけで10円，20円，30円，40円，50円を作る方法は，次のようになりました。

10円，5円，1円のみを使って10円を作る…1＋3＝4（通り）
〃　　　　20円を作る…1＋3＋5＝9（通り）
〃　　　　30円を作る…1＋3＋5＋7＝16（通り）
〃　　　　40円を作る…1＋3＋5＋7＋9＝25（通り）
〃　　　　50円を作る…1＋3＋5＋7＋9＋11＝36（通り）

次のように，平方数を利用した方が，計算が簡単になります。
10円，5円，1円のみを使って10円を作る…2×2＝4（通り）
〃　　　　20円を作る…3×3＝9（通り）
〃　　　　30円を作る…4×4＝16（通り）
〃　　　　40円を作る…5×5＝25（通り）
〃　　　　50円を作る…6×6＝36（通り）

このように考えると，たとえば60円なら 7×7＝49（通り），……のようになって，100円なら 11×11＝121（通り），150円なら 16×16＝256（通り），200円なら 21×21＝441（通り）になります。

重要なもののみ書くと，

10円，5円，1円のみ使って
50円を作る…36通り
100円を作る…121通り
150円を作る…256通り
200円を作る…441通り

では，200円を作り方が何通りあるかを，考えていきます。

右の表のようになるので，答えは1014通りになります。

100円	50円	残り	何通り
2	0	0円	1通り
1	2	0円	1通り
1	1	50円	36通り
1	0	100円	121通り
0	4	0円	1通り
0	3	50円	36通り
0	2	100円	121通り
0	1	150円	256通り
0	0	200円	441通り
合　計			1014通り

4 (1)　A（1階）からB（2階）までは，$17\times3=51$（m）あります。
B（2階）からC（3階）までも51m，C（3階）からD（4階）までも51mあるので，AからDまでは，$51\times(4-1)=153$（m）になります。

1階から4階までだったら，$51\times(4-1)$ という式でした。
A（1階）からL（12階）だったら，$51\times(12-1)=561$（m）になります。
この561mを，教子さんは8分15秒＝8.25分かかったのですから，教子さんの分速は，$561\div8.25=68$（m）になります。

(2)　2人の上る速さは，教子さんの下りる速さの$\frac{3}{4}$である，と問題文に書いてありま
教子さんの下りる分速は，(1)で求めた通り，分速68mです。
よって2人の上る速さは，$68\times\frac{3}{4}=51$（m／分）です。

教子さんはL（12階）からC（3階）までの $51\times(12-3)=459$（m）を，分速68mで下るので，$459\div68=6.75$（分）かかります。

渋男君はA（1階）からC（3階）までの $51\times(3-1)=102$（m）を，分速51mで上るので，$102\div51=2$（分）かかります。

よって渋男君は，教子さんが出発してから $6.75-2=4.75$分→4分45秒後に出発すればよいことになります。

(3)　渋男君は，A（1階）からL（12階）までの $51\times(12-1)=561$（m）を，分速51mで上るので，$561\div51=11$（分）かかりました。
渋男君はB（2階）で $5\times1=5$（秒）休み，C（3階）で $5\times2=10$（秒）休み，…のように，5×(階数－1) 秒休みますから，最後の休みである11階では，
$5\times(11-1)=50$（秒）休みます。
休んだ時間の合計は，$5+10+15+\cdots+50=(5+50)\times10\div2=275$（秒）→4分35秒です。
渋男君は，11分上り，上っている間に4分35秒休んだので，上りにかかった時間は，11分＋4分35秒＝15分35秒 です。

教子さんはL（12階）からA（1階）までの561mを，分速68mで下りました。
下りにかかった時間は，$561\div68=8.25$（分）→8分15秒 です。
残りの 15分35秒－8分15秒＝7分20秒→$7\frac{1}{3}$分で，教子さんは何mの高さまで上ったかを求める問題です。

教子さんの上りの分速は，渋君と同じく51mです。
$7\frac{1}{3}$分で，$51\times7\frac{1}{3}=374$（m）を上ります。

しかし答えは374ｍではありません。なぜなら，教子さんが上った道のりは確かに374ｍですが，この問題では底面から何ｍの高さにいるかを求める問題だからです。

問題文の図を見るとわかる通り，1階から2階までの51ｍを進むと，高さとしては24ｍ高くなります。51ｍ進むと24ｍ高くなるのですから，3で割って，「17ｍ進むと8ｍ高くなる」ということがわかります。

この問題では，教子さんは374ｍ進んだのですから，374÷17＝22（倍）になっています。よって8ｍの22倍の，8×22＝176（ｍ）高い所にいることがわかりました。

(4)　(3)でも求めましたが，教子さんはＬ（12階）からＡ（1階）までの561ｍを，分速68ｍで下ったので，下りにかかった時間は，561÷68＝8.25（分）→8分15秒　です。

その8分15秒で，渋男君はどこまで上れたかを求めます。

渋男君は，Ａ（1階）からＢ（2階）までの 17×3＝51（ｍ）を，分速51ｍで上るのですから，51÷51＝1（分）かかります。Ｂ（2階）からＣ（3階）までも1分，Ｃ（3階）からＤ（4階）までも1分，……のように，1階ぶん上がるのに，1分かかります。

また，Ａ（1階）からＢ（2階）に上ったときに5秒休み，Ｂ（2階）からＣ（3階）に上ったときに10秒休み，……と，休む時間は5秒ずつ増えていきます。

たとえばＡ（1階）からＦ（6階）までだと，

A(1階)	→	B(2階)	→	C(3階)	→	D(4階)	→	E(5階)	→	F(6階)
	1分	5秒	1分	10秒	1分	15秒	1分	20秒	1分	25秒

となり，全部で，1×5＝5（分）と，5＋10＋15＋20＋25＝75（秒）かかり，合わせて，5分＋75秒＝6分15秒です。

教子さんは8分15秒かかっているので，渋男君はもう1階ぶん上れそうです。

Ｇ（7階）までだと，さらに 1分＋30秒＝1分30秒かかるので，6分15秒＋1分30秒＝7分45秒　かかります。

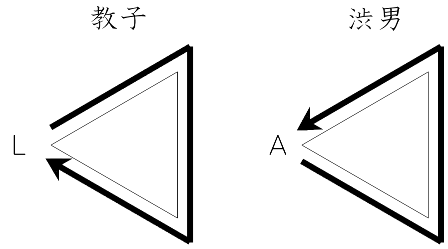
教子さんは8分15秒かかっているので，渋男君は，あと 8分15秒－7分45秒＝30秒上ることができます。

渋男君は1階ぶんを1分で上りますが，30秒は1分の半分です。

よって渋男君は，Ｇ（7階）とＨ（8階）の真ん中まで上ることができます。

整理すると，教子さんがＬ（12階）からＡ（1階）までの11階ぶんを下っている間に，渋男君はＡ（1階）から，Ｇ（7階）とＨ（8階）の真ん中までの6.5階ぶんを上ったことがわかりました。

教子さんがＬから下り，渋男君がＡから上るようすを上から見ると，右の図のようになります。



教子さんは11階ぶんを下ったので，正三角形のまわりを11周したことと同じです。
渋男君は6.5階ぶんを上ったので，正三角形のまわりを6.5周したことと同じです。

この問題では教子さんも渋男君も動いていますが，渋男君を動かさないで，教子さんだけが 11＋6.5＝17.5（周）したことと同じです。

すると，渋男君はずっとＡに止まっていて，教子さんだけが17.5周するので，教子さんは渋男君と17回出会います。

この図は上から見た図なので，実際には17回も出会っているわけではなく，単に渋男君の真上や真下に教子さんがいるだけです。

本当に出会ったのは1回だけで，出会ったのは回数に入れないと問題に書いてあったので，答えは 17－1＝16（回）になります。