2023年度　渋谷教育学園渋谷中学校〈帰国生受験〉算数　くわしい解説

すぐる学習会

$\boxed{1}$ (1)　$2.75=2\frac{3}{4}$，$0.625=\frac{5}{8}$であることをおぼえておきましょう。

$$\underbrace{\underbrace{\left(3-\underbrace{6\frac{3}{5}\div 2.75}_{\text{ア}}\right)}_{\text{イ}}\times 0.625}_{\text{ウ}}$$

$$\text{ア}=6\frac{3}{5}\div 2.75=6\frac{3}{5}\div 2\frac{3}{4}=\frac{33}{5}\div\frac{11}{4}=\frac{33}{5}\times\frac{4}{11}=\frac{12}{5}$$

$$\text{イ}=3-\text{ア}=3-\frac{12}{5}=\frac{15}{5}-\frac{12}{5}=\frac{3}{5}$$

$$\text{ウ}=\text{イ}\times 0.625=\frac{3}{5}\times 0.625=\frac{3}{5}\times\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$$

(2)　11÷5＝2 あまり 1 ですから，11◎5＝1です。
同じようにして，23÷6＝3 あまり 5 ですから，23◎6＝5です。

25◎(43◎9)のうち，まず(43◎9)の部分を計算します。
43÷9＝4 あまり 7 ですから，43◎9＝7です。

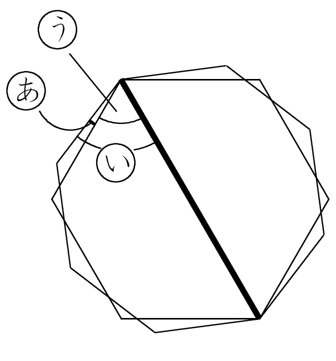
よって，25◎(43◎9)は，25◎7 となります。

25÷7＝3 あまり 4 ですから，25◎7＝4です。

(3)　N角形の内角の和は，180×（N－2）の公式で求めることができます。

六角形の内角の和は，180×(6－2)＝720（度）ですから，正六角形の1つの角は，720÷6＝120（度）です。

八角形の内角の和は，180×(8－2)＝1080（度）ですから，正八角形の1つの角は，1080÷8＝135（度）です。



右の図の太線は，正六角形も正八角形も半分に分ける線です。

よって，い は 135÷2＝67.5（度），
う は 120÷2＝60（度）です。

したがって あ は，67.5－60＝7.5（度）です。

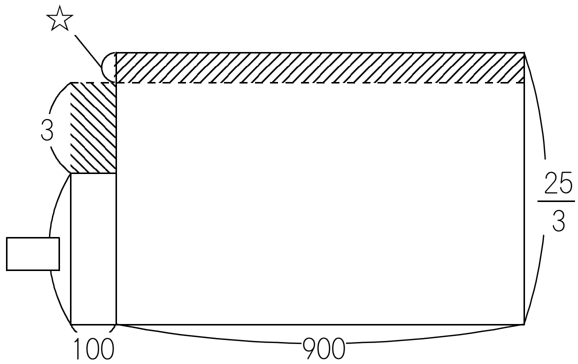
(4)　加えたのは，10％の食塩水400ｇと7％の食塩水500ｇです。

10％の食塩水400ｇには，$400\times0.1=40$(ｇ)の食塩がふくまれていて，7％の食塩水500ｇには，$500\times0.07=35$(ｇ)の食塩がふくまれています。

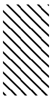
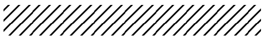
合わせて，$40+35=75$(ｇ)の食塩がふくまれていることになります。

加えた食塩水の重さの合計は，$400+500=900$(ｇ)ですから，加えた食塩水の濃さは，$75\div900\times100=\frac{25}{3}$(％)です。

よってこの問題は，100ｇの食塩水Ａに，$\frac{25}{3}$％の食塩水900ｇを加えたところ，3％濃くなった，という問題になりました。



面積図にすると，右の図のようになります。

 の部分と  の部分の横の長さの比は 100：900＝1：9で，面積は等しいのですから，たての長さの比は逆比になって9：1です。

よって3％の部分が⑨にあたり，☆の部分は①にあたります。
①あたり，$3\div9=\frac{1}{3}$(％)ですから，☆も$\frac{1}{3}$％です。

したがって，□の部分は，$\frac{25}{3}-(☆+3)=\frac{25}{3}-(\frac{1}{3}+3)=5$(％)です。

(5)　6年生と男子が手を上げたとき，手を上げていないのは5年生の女子だけです。
100人のうち，手を上げたのは73人ですから，5年生の女子は 100－73＝27(人)います。

また，5年生と女子が手を上げたとき，手を上げていないのは6年生の男子だけです。
100人のうち，手を上げたのは68人ですから，6年生の男子は 100－68＝32(人)います。

表にすると，右の図のようになります。

	５年	６年	合計
男子		３２	
女子	２７		
合計			１００

６年生より５年生の方が少ないので，
５年生は 100÷2＝50（人）より少ないので，
49人以下です。

右の図のアが49人以下なので，
イは，490－27＝22（人）以下です。

	５年	６年	合計
男子	イ	３２	ウ
女子	２７		
合計	ア		１００

よってウは，22＋32＝54（人）以下です。…(★)

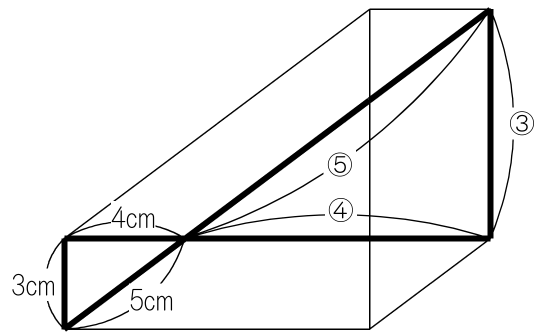
男子は女子より多いのですから，ウは51人以上です。…(☆)

(★)と(☆)から，ウは51人以上54人以下であることがわかりました。

よってイは，51－32＝19（人）以上，54－32＝22（人）以下です。

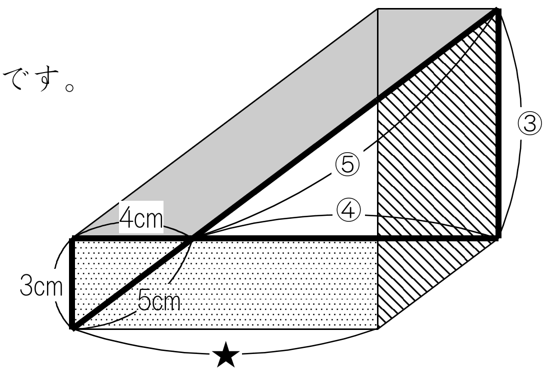
５年生男子は，19人以上22人以下であることがわかりました。

(6)　右の図の2つの太線の三角形は相似なので，
図のように③，④，⑤とします。



右の図のかげの部分の面積は，4×③＝⑫です。
しゃ線部分の面積は，③×4＝⑫です。
あみ掛けの部分の面積は，★の長さは④ですから，④×3＝⑫です。

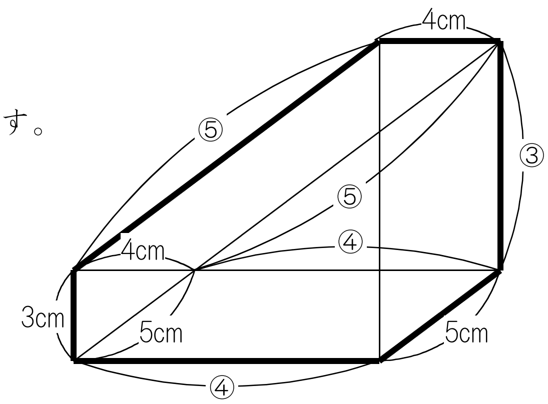
したがって，かげの部分，しゃ線部分，あみ掛けの部分の面積はどれも同じで，合計の面積は126 cm^2ですから，それぞれの面積は，126÷3＝42 (cm^2)です。



よって，⑫＝42 となります。

右の図の太線の長さは，
③＋④＋⑤＋3cm＋4cm＋5cm＝⑫＋12cmです。

⑫＝42cmですから，太線の長さは，
42＋12＝54(cm)です。



$\boxed{2}$ (1)　2と2と4の最大公約数ですから，答えは2です。

(2)　最大公約数が2となるためには，少なくともＡもＢもＣも2の倍数の目が出なければなりません。

Ａのサイコロの出る目が2の倍数になるのは，2と4と6の3通りあります。

ＢもＣも同じく3通りあるので，ＡもＢもＣも2の倍数の目が出るのは，$3\times3\times3=27$(通り)あります。

27通りのうち，最大公約数が4になるのは，ＡもＢもＣも4の目が出たときの1通りしかありません。

また，最大公約数が6になるのは，ＡもＢもＣも6の目が出たときの1通りのみです。

最大公約数が8以上になることはありません。

よって，最大公約数が2になるのは，$27-1\times2=25$(通り)です。

(3)　Ａ，Ｂ，Ｃの最大公約数が2か4か6という2の倍数になるためには，ＡもＢもＣも2の倍数の目が出なければならないので，(2)の解説の中で求めたように，27通りあります。

Ａ，Ｂ，Ｃの最大公約数が3か6という3の倍数になるためには，ＡもＢもＣも3の倍数である3か6の目が出なければならないので，$2\times2\times2=8$(通り)あります。

整理すると，Ａ，Ｂ，Ｃの最大公約数が2か4か6のいずれかになるのは27通りで，最大公約数が3か6のいずれかになるのは8通りです。

Ａ，Ｂ，Ｃの最大公約数が6になるのは，ＡもＢもＣも6が出た場合の1通りしかありません。

したがって，Ａ，Ｂ，Ｃの最大公約数が2，3，4，6のいずれかになるのは，$27+8-1=34$(通り)です。

また，Ａ，Ｂ，Ｃの最大公約数が5になるのは，ＡもＢもＣも5が出た場合の1通りしかありません。

よって，Ａ，Ｂ，Ｃの最大公約数が2，3，4，5，6のいずれかになるのは，$34+1=35$(通り)です。

Ａ，Ｂ，Ｃのサイコロの目の出方は，全部で $6\times6\times6=216$(通り)あります。

Ａ，Ｂ，Ｃの最大公約数は1から6までのどれかになり，2，3，4，5，6のいずれかになるのは35通りありますから，最大公約数が1になるのは，$216-35=181$(通り)です。

(4)　Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの最大公約数が2か4か6という2の倍数になるためには，ＡもＢもＣもＤも2の倍数の目が出なければならないので，3×3×3×3＝81(通り)あります。

Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの最大公約数が3か6という3の倍数になるためには，ＡもＢもＣもＤも3の倍数である3か6の目が出なければならないので，2×2×2×2＝16(通り)あります。

整理すると，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの最大公約数が2か4か6のいずれかになるのは81通りで，最大公約数が3か6のいずれかになるのは16通りです。

Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの最大公約数が6になるのは，ＡもＢもＣもＤも6が出た場合の1通りしかありません。

したがって，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの最大公約数が2，3，4，6のいずれかになるのは，81＋16－1＝96(通り)です。

また，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの最大公約数が5になるのは，ＡもＢもＣもＤも5が出た場合の1通りしかありません。

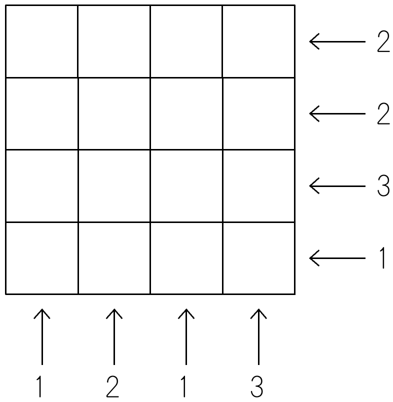
よって，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの最大公約数が2，3，4，5，6のいずれかになるのは，96＋1＝97(通り)です。

Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄのサイコロの目の出方は，全部で 6×6×6×6＝1296(通り)あります。

Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの最大公約数は1から6までのどれかになり，2，3，4，5，6のいずれかになるのは97通りありますから，最大公約数が1になるのは，
1296－97＝1199(通り)です。

3　真正面から見ると1個，2個，1個，3個が積み上がっていて，真横から見ると1個，3個，2個，2個が積み上がっているのですから，右の図のように書いておきます。

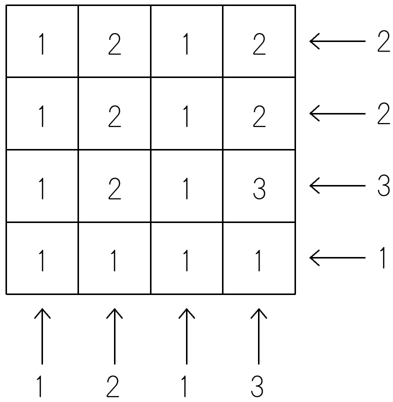
ここで，すべてのマス目を使うとは限らないことに注意しましょう。



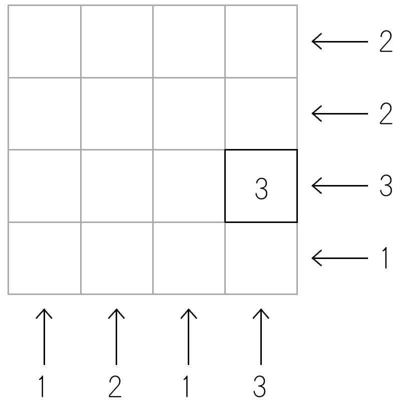
(1)　最も体積が大きくなるのは，右の図のようになったときです。

1個の体積は1cm³です。

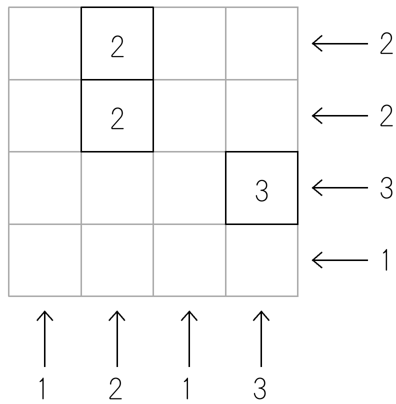
全部で，$1\times10+2\times5+3\times1=23$(個)ありますから，23cm³になります。



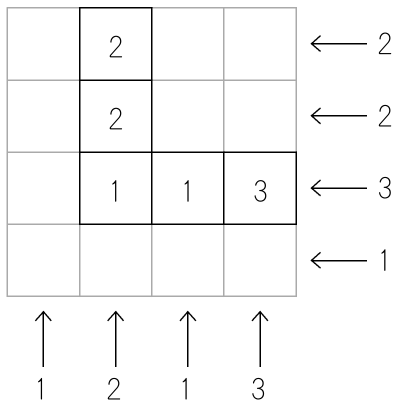
(2)　右の図のように，3個積み上がっているマスが1マス必要です。



2個積み上がっているマスが2マス必要です。



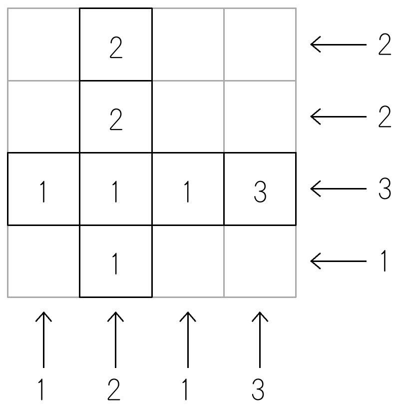
ひと続きの立体となるためには右の図のようになっている必要があり，



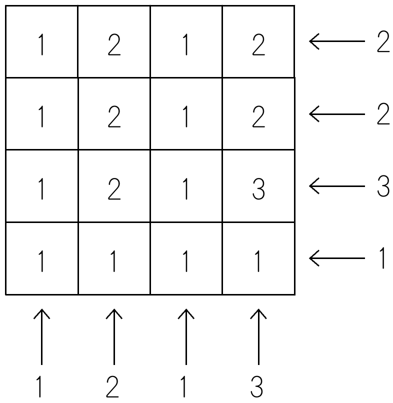
真正面図，真横図にようになるためには右の図のようになる必要があります。

1個の体積は1cm^{3}です。

全部で，1×4＋2×2＋3×1＝11(個)ありますから，11cm^{3}になります。



(3)　(1)によって，最も体積が大きい立体は，右の図のようになっていることがわかりました。



この立体の表面積を求めます。

「前」から見ると，真正面の図により，1＋2＋1＋3＝7(面)が見えます。

「後ろ」から見ても，やはり7面が見えます。

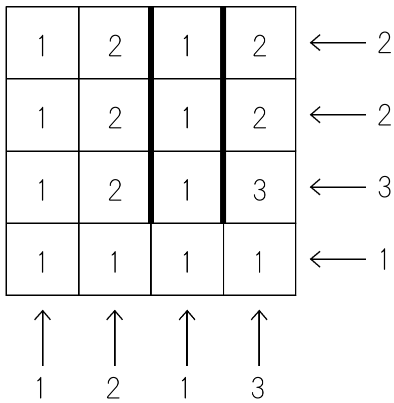
「右」から見ると，真横の図により，1＋3＋2＋2＝8(面)が見えます。

「左」から見ても，やはり8面が見えます。

「上」から見ると，16マスありますから16面が見えます。

「下」から見ても，やはり16面が見えます。

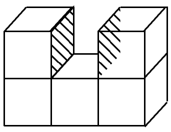
他に，「前後左右上下」のいずれからも見えない「かくれ面」があります。



たとえば

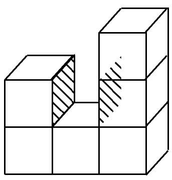
2	1	2

と並んでいると，

立体的にすると  となっているので，

「かくれ面」が2面あります。

2	1	3

と並んでいるときも  となっているので，

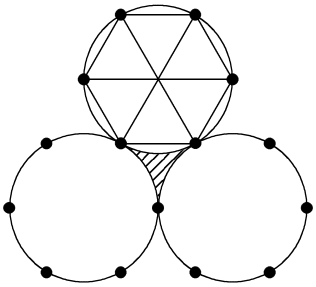
「かくれ面」が2面あります。

結局，「かくれ面」は全部で2×3＝6(面)あります。

1面の面積は1㎠です。

「前後左右上下」で(7＋8＋16)×2＝62(面)，かくれ面が6面ですから，全部で，62＋6＝68(面)あるので，この立体の表面積は68㎠です。

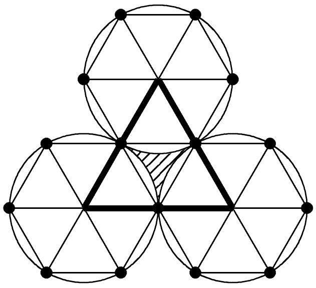
4 (1)　正六角形ＡＢＣＤＥＦを右の図のように分けると，
1辺の長さが1cmの正三角形が6個に分かれます。



1辺の長さが1cmの正三角形の面積は，
(1辺の長さ)×(1辺の長さ)×0.43＝1×1×0.43＝0.43(cm^2)
です。

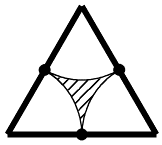
よって，正六角形ＡＢＣＤＥＦの面積は，
0.43×6＝2.58(cm^2)です。

(2)　右の図のように分けると，太線の正三角形の面積は，
1辺の長さが1cmの正三角形の面積が4個ぶんです。



1辺の長さが1cmの正三角形の面積は，(1)で求めた
通り，0.43cm^{2}です。

よって太線部分の面積は，0.43×4＝1.72(cm^2)です。

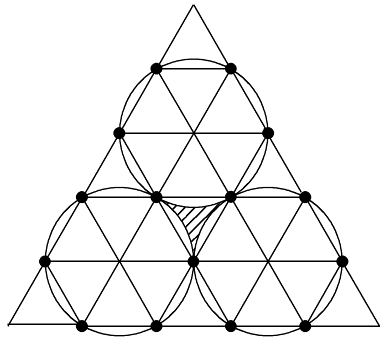


太線の正三角形の面積から，半径が1cmのおうぎ形3個ぶんを
引けば，斜線部分の面積になります。

おうぎ形の中心角は60度なので，3個合わせて 60×3＝180(度)
になり，半円になります。

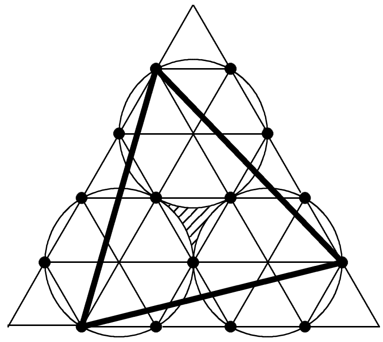
よって斜線部分の面積は，1.72－1×1×3.14÷2＝0.15(cm^2)です。

(3)　右の図のようにすると，１辺が１cmの正三角形が25個あります。

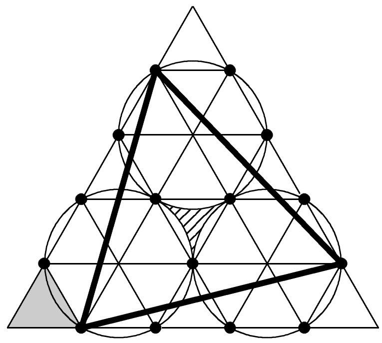


１辺が１cmの正三角形の面積は，(1)で求めた通り，0.43 cm^2 です。

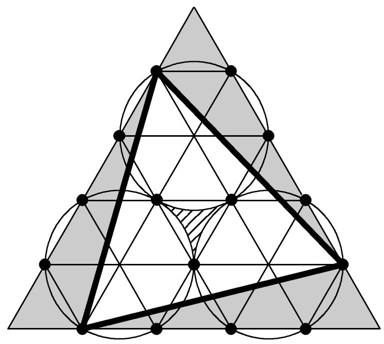
よって全体の面積は，(0.43×25) cm^2 です。



求めたいのは，右の図の太線部分の面積です。



右の図のかげをつけた部分の面積は，１辺が１cmの正三角形です。



右の図のかげをつけた部分は３個ありますが，どれも１辺が１cmの正三角形の面積の４倍です。

よって太線部分の面積は，
全体－かげの部分3個
＝0.43×25－(0.43×4)×3
＝0.43×25－0.43×12
＝0.43×(25－12)
＝0.43×13
＝5.59 (cm^2) です。