平成27年度　渋谷教育学園渋谷中学校〈帰国生受験〉算数　くわしい解説
すぐる学習会

$\boxed{1}$ (1)

$$\underbrace{3+\underbrace{\underbrace{\left\{2+\underbrace{4\times\underbrace{\left(1.875-\frac{3}{8}\right)}_{\text{ア}}}_{\text{イ}}\right\}}_{\text{ウ}}\div 2}_{\text{エ}}}_{\text{オ}}$$

$\text{ア} = 1.875-\dfrac{3}{8} = 1\dfrac{7}{8}-\dfrac{3}{8} = 1\dfrac{4}{8} = 1\dfrac{1}{2}$

$\text{イ} = 4\times\text{ア} = 4\times 1\dfrac{1}{2} = 4\times\dfrac{3}{2} = 6$

$\text{ウ} = 2+\text{イ} = 2+6 = 8$

$\text{エ} = \text{ウ}\div 2 = 8\div 2 = 4$

$\text{オ} = 3+\text{エ} = 3+4 = 7$

(2)　行きと帰りの速さの比は，60：240＝1：4 なので，かかる時間の比は逆比になって，4：1 になります。

往復で32分かかったので，行きにかかった時間は，32÷(4＋1)×4＝25.6（分）です。

行きは分速60ｍで，25.6分かかる距離なので，60×25.6＝1536（ｍ）になります。

(3)　面積図を書いてもできますが，水と食塩の重さの比を使って解いた方が簡単です。

10％の食塩水を作ろうとしたとき，全体の10％が食塩ですから，全体の 100－10＝90（％）が水です。

よって，水と食塩の重さの比は，90：10＝9：1 です。

実際には，25％の食塩水ができてしまいました。

全体の25％が食塩ですから，全体の 100－25＝75（％）が水です。

よって，水と食塩の重さの比は，75：25＝3：1 です。

（次のページへ）

整理すると，右のような表になります。

	水	：	食塩
予定	9	：	1
実際	3	：	1

	水	：	食塩
予定	9	：	1
実際	9	：	3

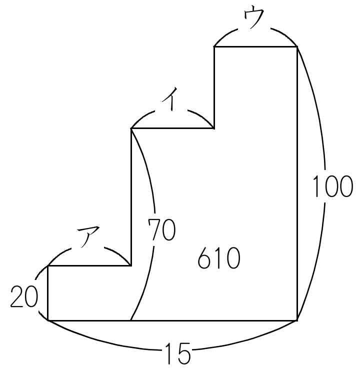
水の量は変わらなかったのでそろえると，右のような表になります。

食塩を，1だけ入れる予定だったのが，実際は3も入れてしまったわけです。

よって答えは，3÷1＝3（倍）になります。

※　水の重さである100ｇを，まったく使わないで問題を解くことができました。
　100ｇを使って計算すると，分数が出てきてややこしく（まちがいやすく）なります。

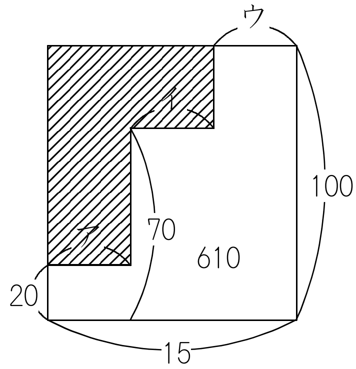
(4)　いもづる算です。面積図を書きましょう。



右の図の斜線部分の面積は，100×15－610＝890です。
100－20＝80，100－70＝30 ですから，右の図の斜線部分を式にすると，

$$\boxed{80 \times ア + 30 \times イ = 890}$$

となります。



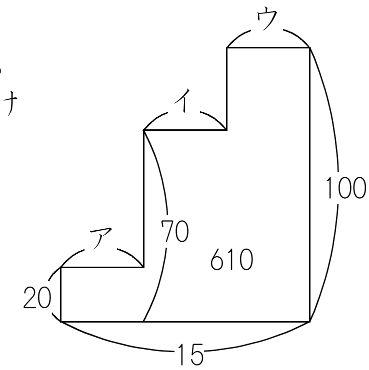
（次のページへ）

10で割ると，$\boxed{8\times ア+3\times イ=89}$ となります。

ア＝0にすると，イは(89−8×0)÷3 が割り切れないのでダメです。
ア＝1にすると，イは(89−8×1)÷3 が割り切れて，27 です。
これで，（ア，イ）＝（1，27）となりました。
8：3 の逆比は3：8なので，アを3ずつプラスして，イを8ずつマイナスしていくと，右の表のようにどんどん求めることができます。

	ア	イ	
＋3	1	27	−8
	4	19	
	7	11	
	10	3	

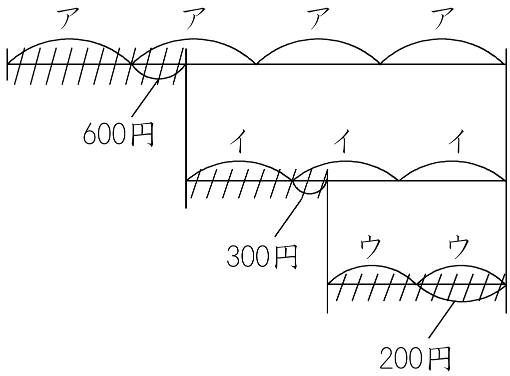
ところで，面積図において，ア＋イ＋ウ＝15 でした。
ということは，（ア，イ）＝（1，27）は，ア＋イ だけで，もう28になってしまうので，ア＋イ＋ウが15になることはありえません。



ありえるのは，（ア，イ）＝（10，3）のときのみで，そのときウは，15−(10＋3)＝2 です。

これで，20円のえんぴつは10本，70円の色えんぴつは3本，100円のボールペンは2本であることがわかり，この問題は色えんぴつの本数を求める問題ですから，答えは3本になります。

(5) 下に降ろす線分図を書くと，右の図のようになります。



200×2＝400（円）…ウ2山
300＋400＝700（円）…イ2山
700÷2＝350（円）…イ1山
350×3＝1050（円）…イ3山
600＋1050＝1650（円）…ア3山
1650÷3＝550（円）…ア1山
550×4＝2200（円）…ア4山

よって，最初に持っていたお金は2200円になります。

(6)　まず，すべての位の数を足すと７になるようなパターンを探し出しましょう。
016パターン，025パターン，034パターン，124パターンの４パターンが考えられます。

016パターンのとき，偶数にするためには一の位は０か６ですから，$\boxed{}\boxed{}\boxed{0}$，$\boxed{}\boxed{}\boxed{6}$ の２種類が考えられます。
$\boxed{}\boxed{}\boxed{0}$ のときは，160，610の２個で，$\boxed{}\boxed{}\boxed{6}$ のときは，106の１個だけなので，合計３個です。

025パターンのとき，偶数にするためには一の位は０か２ですから，$\boxed{}\boxed{}\boxed{0}$，$\boxed{}\boxed{}\boxed{2}$ の２種類が考えられます。
$\boxed{}\boxed{}\boxed{0}$ のときは，250，520の２個で，$\boxed{}\boxed{}\boxed{2}$ のときは，502の１個だけなので，合計３個です。

034パターンのとき，偶数にするためには一の位は０か４ですから，$\boxed{}\boxed{}\boxed{0}$，$\boxed{}\boxed{}\boxed{4}$ の２種類が考えられます。
$\boxed{}\boxed{}\boxed{0}$ のときは，340，430の２個で，$\boxed{}\boxed{}\boxed{4}$ のときは，304の１個だけなので，合計３個です。

124パターンのとき，偶数にするためには一の位は２か４ですから，$\boxed{}\boxed{}\boxed{2}$，$\boxed{}\boxed{}\boxed{4}$ の２種類が考えられます。
$\boxed{}\boxed{}\boxed{2}$ のときは，142，412の２個で，$\boxed{}\boxed{}\boxed{4}$ のときも，124，214の２個なので，合計４個です。

全部で，３×３＋４＝13（通り）できることになります。

2　1人目はすべての整数のスイッチを押します。つまり，1の倍数のスイッチを押すという意味です。
2人目は2の倍数のスイッチを押します。
3人目は3の倍数のスイッチを押します。
このようにして，30人目が30の倍数のスイッチを押し終わるまで，続けるわけです。

たとえば，15という番号の場合，どのようにスイッチが押されるかを考えてみましょう。
15の約数は，1と3と5と15の4個ありますから，1の倍数，3の倍数，5の倍数，15の倍数のときに，スイッチが押されます。
全部で4回押されるので，はじめは×でしたが，1の倍数のときに○になり，3の倍数のときに×になり，5の倍数のときに○になり，15の倍数のときに×になります。
このようにして，偶数回スイッチが押されると×になり，奇数回スイッチが押されると○になります。
つまり，約数が偶数個ある整数の場合は×に，約数が奇数個ある整数の場合は○になることがわかります。

(1)　3の約数は，1と3の2個ですから，偶数個あるので×になります。
9の約数は，1と3と9の3個ですから，奇数個あるので○です。
14の約数は，1と2と7と14の4個ですから，偶数個あるので×になります。

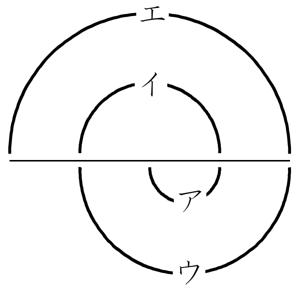
(2)　4の約数は，1と2と4の3個ですから，スイッチも3回押されます。
24の約数は，1と2と3と4と6と8と12と24の8個ですから，スイッチも8回押されます。

(3)　ライトがついているということは，スイッチが奇数回押されたことになります。
スイッチが奇数回押されたのですから，約数が奇数個ある整数です。
平方数が，約数が奇数個ある整数ですから，この問題は1から30までの中に，平方数が何個あるかを求めればよいことになります。

1×1＝1，2×2＝4，3×3＝9，4×4＝16，5×5＝25 があてはまります。
（6×6＝36は，30よりも大きいのでダメです。）

よって答えは，1＋4＋9＋16＋25＝55 になります。

3 (1)　見やすくするために，線を少し離して書いたのが，右の図です。



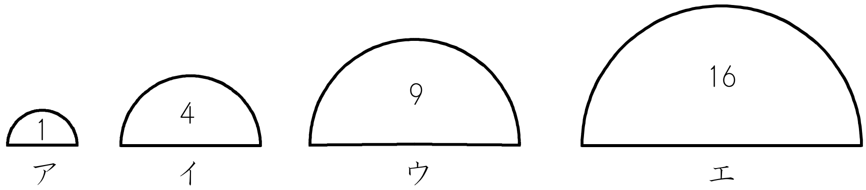
　ア，イ，ウ，エの半円の直径は，それぞれ3cm，6cm，9cm，12cmですから，アの長さを①とすると，イは②，ウは③，エは④となり，合計は，①＋②＋③＋④＝⑩となるので，アの長さの10倍になります。

　アは直径が3cmの半円ですから，

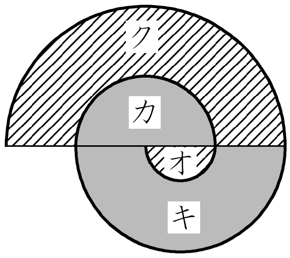
$\underbrace{3\times3.14\div2}_{\text{アの弧の長さ}}\times\underbrace{10}_{\text{10倍だから}}=15\times3.14=47.1$（cm）になります。

(2)　下の図の半円ア，イ，ウ，エは，直径がそれぞれ3cm，6cm，9cm，12cmの半円であるとすると，直径の比は，3：6：9：12＝1：2：3：4 です。

　面積の比は，(1×1)：(2×2)：(3×3)：(4×4)＝1：4：9：16 です。



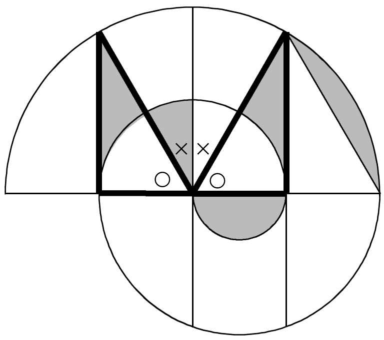
　右の図のオの面積を1とすると，カの面積は4にあたり，キの面積は，9－1＝8 にあたり，クの面積は，16－4＝12 にあたります。



　よって，斜線部の面積は，オ＋ク＝1＋12＝13，灰色部の面積は，カ＋キ＝4+8＝12 にあたるので，答えは13：12になります。

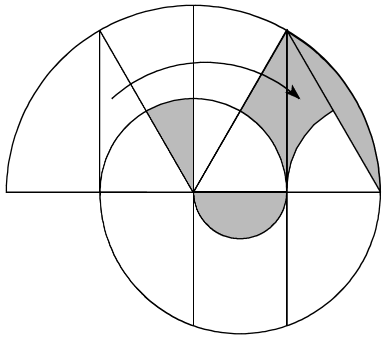
(3)　右の図の太線をつけた2つの三角形は，どちらも底辺が3cmで，ななめの辺が6cmになっているので，正三角形の半分の形をしています。

　よって，右の図の○の角度は60度，×の角度は30度になります。

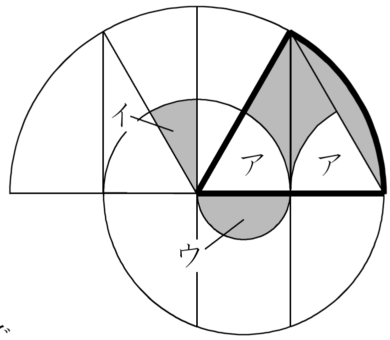


（次のページへ）

右の図のように移動させます。

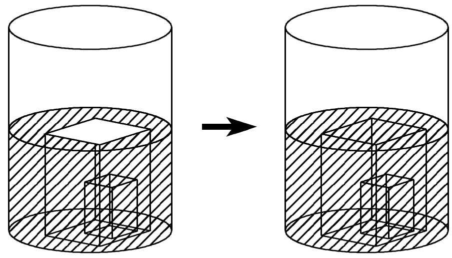


すると，かげをつけた部分の面積は，
「太線のおうぎ形－ア２個＋イ＋ウ」になります。



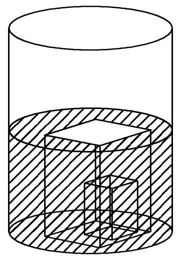
「太線のおうぎ形」は，$6\times6\times3.14\div6=6\times3.14$,
「ア２個」は，$3\times3\times3.14\div6\times2=3\times3.14$,
「イ」は，$3\times3\times3.14\underbrace{\div12}_{\text{30度だから}}=0.75\times3.14$,
「ウ」は，$\underbrace{1.5}_{\text{半径は3cmの半分}}\times1.5\times3.14\div2=1.125\times3.14$ となるので，
かげをつけた部分の面積は，
$(6-3+0.75+1.125)\times3.14=4.875\times3.14=15.3075$（$cm^2$）になります。

4 (1)　（イ）の外側の部分に水が入ってから，（イ）の部分に水が入ります。



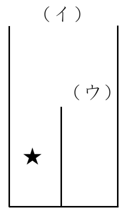
　円柱の底面の半径は10cmで，15cmの深さまで水が入ったのですから，
　$10\times10\times3.14\times15=4710$（$cm^3$）の水が入りました。
　1分間に360cm^3ずつ水を入れるのですから，$4710\div360=13\frac{1}{12}$（分）→13分5秒後に，（イ）がいっぱいになります。

(2)　右の図のような状態になったときに，（イ）に水が入り始めます。



　入れた水の量は，(1)で求めた4710cm^3よりも，（イ）の体積ぶんだけ少ないのですから，$4710-10\times10\times15=3210$（$cm^3$）です。
　1分間に360cm^3ずつ水を入れるのですから，
$3210\div360=8\frac{11}{12}$（分）→8分55秒後に，（イ）に水が入り始めます。

(3)　(2)で，（イ）に水が入り始めたのは8分55秒後であることがわかりました。



　（イ）に水が入り始めてからは，右の図の★の部分に水が入っていって，9分14秒後に（ウ）に水が入り始めます。
　よって，★の部分に水が入っていた時間は，9分14秒－8分55秒＝19（秒間）です。
　1分間に360cm^3ずつ水を入れるのですから，★の部分には，$360\times\frac{19}{60}=114$（$cm^3$）の水が入りました。

　（ウ）の底面は正方形なので，その一辺を□cmとし，（ウ）の高さを△cmとすると，★の部分の体積は，$\underbrace{(10\times10-\square\times\square)}_{底面積}\times\underbrace{\triangle}_{高さ}=114$　と表すことができます。

　□も△も整数ですから，あとは□に1から9までの数をあてはめていって，△が整数になるものだけが正解，という解き方になります。

□＝1のとき，	10×10－□×□	＝99　で，	114÷99は割り切れないので，	×です。
□＝2	〃	＝96	114÷96	〃
□＝3	〃	＝91	114÷91	〃
□＝4	〃	＝84	114÷84	〃
□＝5	〃	＝75	114÷75	〃
□＝6	〃	＝64	114÷64	〃
□＝7	〃	＝51	114÷51	〃
□＝8	〃	＝36	114÷36	〃
□＝9	〃	＝19	114÷19＝6　ですから，△は6です。	

　よって，（ウ）の直方体の底面の正方形の1辺は9cmで，高さは6cmになります。