

最難関問題集4年下第1回・くわしい解説

目 次

応用問題 A	1	…p.2
応用問題 A	2	…p.3
応用問題 A	3	…p.6
応用問題 A	4	…p.9
応用問題 B	1	…p.11
応用問題 B	2	…p.13

すぐる学習会

<http://www.suguru.jp>

応用問題A 1

$$(1) \quad \text{不快指数} = (\text{乾球温度} + \text{湿球温度}) \times 0.72 + 40.6$$

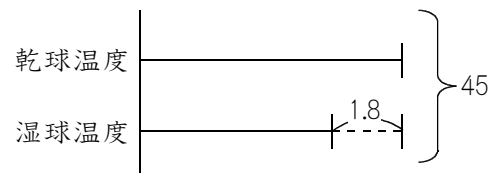
乾球温度が28.5度で，湿球温度が27度なので，

$$\begin{aligned} \text{不快指数} &= (\text{乾球温度} + \text{湿球温度}) \times 0.72 + 40.6 \\ &= (28.5 + 27) \times 0.72 + 40.6 \\ &= 55.5 \times 0.72 + 40.6 \\ &= 39.96 + 40.6 \\ &= \mathbf{80.56} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad &\text{不快指数が73ですから，} \\ &(\text{乾球温度} + \text{湿球温度}) \times 0.72 + 40.6 = 73 \\ &73 - 40.6 = 32.4 \\ &32.4 \div 0.72 = 45 \end{aligned}$$

よって，(乾球温度 + 湿球温度) は45度です。

また，乾球温度は湿球温度よりも1.8度高いので，右のような線分図になります。



乾球温度は， $(45 + 1.8) \div 2 = 46.8 \div 2 = \mathbf{23.4}$ (度) です。

応用問題A 2 (1)

分母を9にします。

$\frac{1}{3}$ の分母は3なので、9にするには $9 \div 3 = 3$ (倍) します。

分子の1も3倍になり、 $1 \times 3 = 3$ になります。

よって、 $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$ になります。

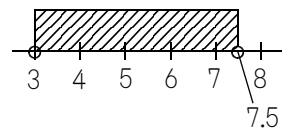
$\frac{5}{6}$ の分母は6なので、9にするには $9 \div 6 = 1.5$ (倍) します。

分子の5も1.5倍になり、 $5 \times 1.5 = 7.5$ になります。

よって、 $\frac{5}{6} = \frac{7.5}{9}$ になります。

したがって、 $\frac{1}{3}$ より大きく $\frac{5}{6}$ より小さいということは、 $\frac{3}{9}$ より大きく $\frac{7.5}{9}$ より小さいということと同じです。

分子は、3より大きく7.5より小さいのですから、その中に入っている整数は4, 5, 6, 7です。



よって、 $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{7}{9}$ ですが、 $\frac{6}{9}$ は3で約分できるのでダメです。

よって、 $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{9}$ になります。

応用問題A 2 (2)

分子を8にします。

たとえば $\frac{8}{2}$ は、 $8 \div 2 = 4$ になります。

同じようにして、 $\frac{8}{\square}$ は、 $8 \div \square$ になります。

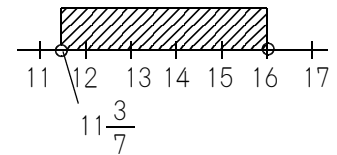
よって、 $\frac{8}{\square}$ が0.5より大きく0.7より小さいということは、 $8 \div \square$ が0.5より大きく、 $8 \div \square$ が0.7より小さいことと同じです。

$8 \div \square = 0.5$ とすると、 $\square = 8 \div 0.5 = 16$ です。

$8 \div \square = 0.7$ とすると、 $\square = 8 \div 0.7 = 8 \div \frac{7}{10} = \frac{8}{1} \div \frac{7}{10} = \frac{8 \times 10}{1 \times 7} = \frac{80}{7} = 11 \frac{3}{7}$ です。

よって \square は、16と $11\frac{3}{7}$ の間の整数です。

右の図によって、 \square は12、13、14、15があてはまります。



よって $\frac{8}{\square}$ は、 $\frac{8}{12}$ 、 $\frac{8}{13}$ 、 $\frac{8}{14}$ 、 $\frac{8}{15}$ ですが、 $\frac{8}{12}$ と $\frac{8}{14}$ は2で約分できてしまうので、ダメです。

答えは、 $\frac{8}{13}$ 、 $\frac{8}{15}$ になります。

応用問題A 2 (3)

たとえば、「22mのリボンから、4mのリボンをできるだけ多く切り取る」という問題があったら、どのように解きますか？

わり算ですね。 $22 \div 4 = 5$ あまり 2 ですから、5本取れて、2mあまります。

この計算を、 $22 \div 4 = 5.5$ として、 $5.5 = 5 + 0.5$ ですから、5本取れて、0.5mあまるとしてはダメですよね。

この(3)の問題も、 $18\frac{1}{3} \div 1.25$ というわり算になりますが、意味をよく考えないと、まちがえることになります。

$1.25 = 1\frac{25}{100} = 1\frac{1}{4}$ ですから、

$$18\frac{1}{3} \div 1.25 = 18\frac{1}{3} \div 1\frac{1}{4} = \frac{55}{3} \div \frac{5}{4} = \frac{55 \times 4}{3 \times 5} = \frac{44}{3} = 14\frac{2}{3}$$

よって、14本切り取ることができますが、あまりは $\frac{2}{3}$ mではありません。

1.25mが14本取れるのですから、 $1.25 \times 14 = 17.5$ (m) のリボンを切り取ることができました。

はじめに $18\frac{1}{3}$ m あったのですから、

$18\frac{1}{3} - 17.5 = 18\frac{1}{3} - 17\frac{1}{2} = 18\frac{2}{6} - 17\frac{3}{6} = 17\frac{8}{6} - 17\frac{3}{6} = \frac{5}{6}$ (m) のリボンがあまったことになります。

応用問題A 3 (1)

$A \times \frac{4}{3}$, $B \div 0.25 = B \div \frac{1}{4}$, $C \times \frac{3}{2}$, $D \div \frac{3}{5}$ がすべて同じ数になりました。

同じ数なら何でもよいので (さすがに0はダメです), 1にします。

$$A \times \frac{4}{3} = 1, \quad B \div \frac{1}{4} = 1, \quad C \times \frac{3}{2} = 1, \quad D \div \frac{3}{5} = 1$$

すると,

$$A = 1 \div \frac{4}{3} = \frac{3}{4}, \quad B = 1 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}, \quad C = 1 \div \frac{3}{2} = \frac{2}{3}, \quad D = 1 \times \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$$

小数に直します。わり切れない分数は, 大ききさえわかればよいので, 小数第2位まで求めればOKです。

$$A = \frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0.75$$

$$B = \frac{1}{4} = 1 \div 4 = 0.25$$

$$C = \frac{2}{3} = 2 \div 3 = 0.66\cdots$$

$$D = \frac{3}{5} = 3 \div 5 = 0.6$$

$0.25 < 0.6 < 0.66\cdots < 0.75$ ですから, 小さい方から **B, D, C, A** の順になります。

応用問題A 3 (2)

E, F, Gに, 適当に数をあてはめてみましょう。

たとえば, $E = 12, F = 6, G = 2$ とすれば, $E \div (F \div G) = 12 \div (6 \div 2) = 12 \div 3 = 4$ です。

よってア～エのうち, 答えが4になるものをさがせばよいことになります。

$$\text{ア} \cdots E \div F \div G = 12 \div 6 \div 2 = 2 \div 2 = 1$$

$$\text{イ} \cdots G \div (E \div F) = 2 \div (12 \div 6) = 2 \div 2 = 1$$

$$\text{ウ} \cdots E \div (F \times G) = 12 \div (6 \times 2) = 12 \div 12 = 1$$

$$\text{エ} \cdots G \div (F \div E) = 2 \div (6 \div 12) = 2 \div 0.5 = 4$$

よって, 答えは **エ** になります。

本当は, 次のように式を書いていきます。

$$E \div (F \div G) = \frac{E}{1} \div \left(\frac{F}{1} \div \frac{G}{1} \right) = \frac{E}{1} \div \frac{F \times 1}{1 \times G} = \frac{E}{1} \div \frac{F}{G} = \frac{E \times G}{1 \times F} = \frac{E \times G}{F}$$

$$\text{ア} \cdots E \div F \div G = \frac{E}{1} \div \frac{F}{1} \div \frac{G}{1} = \frac{E \times 1 \times 1}{1 \times F \times G} = \frac{E}{F \times G}$$

$$\text{イ} \cdots G \div (E \div F) = \frac{G}{1} \div \left(\frac{E}{1} \div \frac{F}{1} \right) = \frac{G}{1} \div \frac{E \times 1}{1 \times F} = \frac{G}{1} \div \frac{E}{F} = \frac{G \times F}{1 \times E} = \frac{F \times G}{E}$$

$$\text{ウ} \cdots E \div (F \times G) = \frac{E}{1} \div \left(\frac{F}{1} \times \frac{G}{1} \right) = \frac{E}{1} \div \frac{F \times G}{1 \times 1} = \frac{E}{1} \div \frac{F \times G}{1} = \frac{E \times 1}{1 \times F \times G} = \frac{E}{F \times G}$$

$$\text{エ} \cdots G \div (F \div E) = \frac{G}{1} \div \left(\frac{F}{1} \div \frac{E}{1} \right) = \frac{G}{1} \div \frac{F \times 1}{1 \times E} = \frac{G}{1} \div \frac{F}{E} = \frac{G \times E}{1 \times F} = \frac{E \times G}{F}$$

よって, 答えは **エ** になります。

応用問題A 3 (3)

$H \times 1$ ならば, H と同じ数です。

$H \times \Delta$ の Δ が1よりも大きければ, $H \times \Delta$ は H よりも大きくなります。

$H \times \Delta$ の Δ が1よりも小さければ, $H \times \Delta$ は H よりも小さくなります。

よって, ア～オのそれぞれの式を, $H \times \Delta$ の形の式にして, Δ が1よりも大きいものが答えになります。

$$\text{ア} \cdots H \times \frac{2}{3} \div 2.25 = H \times \frac{2}{3} \div 2\frac{1}{4} = H \times \frac{2}{3} \div \frac{9}{4} = H \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{9} = H \times \frac{2 \times 4}{3 \times 9} = H \times \frac{8}{27}$$

$$\text{イ} \cdots H \times \frac{2}{3} \times 2.25 = H \times \frac{2}{3} \times 2\frac{1}{4} = H \times \frac{2}{3} \times \frac{9}{4} = H \times \frac{2 \times 9}{3 \times 4} = H \times \frac{3}{2}$$

$$\text{ウ} \cdots H \div 0.5 \div 0.8 = H \div \frac{1}{2} \div \frac{4}{5} = H \times \frac{2}{1} \times \frac{5}{4} = H \times \frac{2 \times 5}{1 \times 4} = H \times \frac{5}{2}$$

$$\text{エ} \cdots H \times \frac{2}{3} \div \frac{2}{3} = H \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = H \times \frac{2 \times 3}{3 \times 2} = H \times 1$$

$$\text{オ} \cdots H \div \frac{2}{3} \times \frac{4}{9} = H \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{9} = H \times \frac{3 \times 4}{2 \times 9} = H \times \frac{2}{3}$$

$\frac{8}{27}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, 1 , $\frac{2}{3}$ のうち, 1より大きいのは $\frac{3}{2}$ と $\frac{5}{2}$ なので, 答えはイ, ウになります。

応用問題A 4 (1)

たとえば、 $120 \div 60$ の計算の答えと、 $120 \div 3$ の計算の答えでは、どちらの方が大きくなるかは、わかりますか？

$120 \div 60 = 2$ 、 $120 \div 3 = 40$ ですから、 $120 \div 3$ の計算の答えの方が、大きくなります。

そりゃあ、たとえば120cmのようかんがあって、それを60個に分けると、3個に分けるのでは、3個に分ける方が大きくなりますよね。

ですから、「わる数」(60とか、3とか)が、小さければ小さいほど、計算の答えは大きくなるわけです。

では、 $192.368 \div 3.7$ と、 $192.368 \div 2.8$ では、どちらの計算の答えの方が大きくなるでしょうか。

$192.368 \div 2.8$ の方が、「わる数」が小さいので、計算の答えは大きくなります。

同じようにして、 $\frac{2}{3} \div \frac{B}{A}$ の計算の答えを大きくするためには、 $\frac{B}{A}$ の方を、小さくする必要があります。

AとBには1以上9以下の整数を入れるのですから、 $\frac{B}{A}$ を小さくするためには、Aを9、Bを1として、 $\frac{B}{A} = \frac{1}{9}$ としたときが、最も小さくなります。

応用問題A 4 (2)

$$\frac{2}{3} \div \frac{B}{A} = \frac{2}{3} \times \frac{A}{B} = \frac{2 \times A}{3 \times B}$$

の分母は $3 \times B$ になっていますが、分母を 2 にしなければ
ならないので、 $3 \times B$ の 3 がじゃまです。

$$\frac{2 \times A}{\cancel{3} \times B}$$

のように約分される必要があるので、A は 3 の倍数です。

よって、A は 3, 6, 9 のいずれかです。それぞれの場合について、考えていきます。

[A = 3 のとき]

$$\frac{2 \times \cancel{3}^1}{\cancel{3} \times B}$$

のように約分されます。 $\frac{2}{B}$ となります。分母を 2 にするためには、さらに

$$\frac{\cancel{2}^1}{\cancel{2} \times B}$$

のように約分される必要があります。よって、 $B = 4$ です。

[A = 6 のとき]

$$\frac{2 \times \cancel{6}^2}{\cancel{6} \times B}$$

のように約分されます。 $\frac{4}{B}$ となります。分母を 2 にするためには、さらに

$$\frac{\cancel{4}^1}{\cancel{4} \times B}$$

のように約分される必要があります。よって、 $B = 8$ です。

[A = 9 のとき]

$$\frac{2 \times \cancel{9}^3}{\cancel{9} \times B}$$

のように約分されます。 $\frac{6}{B}$ となります。分母を 2 にするためには、さらに

$$\frac{\cancel{6}^1}{\cancel{6} \times B}$$

のように約分されるなら、 $B = 12$ ですが、9 以下ではないのでダメです。

$$\frac{\cancel{6}^3}{\cancel{6} \times B}$$

のように約分されるなら、 $B = 4$ です。

よって、A = 3 のときは $B = 4$ 、A = 6 のときは $B = 8$ 、A = 9 のときは $B = 4$ であることがわかったので、 $(A, B) = (3, 4), (6, 8), (9, 4)$ になります。

応用問題B 1 (1)

逆数というのは、たとえば $\frac{2}{3}$ の逆数は $\frac{3}{2}$ というように、分子と分母をとりかえた分数のことです。

帯分数は仮分数に直してから逆数にします。

小数は、分数に直してから逆数にします。

整数は、たとえば 5 は $\frac{5}{1}$ という分数にできるので、逆数は $\frac{1}{5}$ です。

(1)では、 $\frac{5}{6}$ に対して、D「3でわる」→C「2をかける」→B「1を加える」→A「逆数にする」という操作をするのでした。

まず、D「3でわる」の操作をすると、 $\frac{5}{6} \div 3 = \frac{5}{6} \div \frac{3}{1} = \frac{5 \times 1}{6 \times 3} = \frac{5}{18}$ です。

次に、C「2をかける」の操作をすると、 $\frac{5}{18} \times 2 = \frac{5}{18} \times \frac{2}{1} = \frac{5 \times 2}{18 \times 1} = \frac{5}{9}$ です。

次に、B「1を加える」の操作をすると、 $\frac{5}{9} + 1 = 1\frac{5}{9} = \frac{14}{9}$ です。

次に、A「逆数にする」の操作をすると、 $\frac{9}{14}$ です。

応用問題B 1 (2)

問題には「同じ操作を何度もやってはいけない」とは書いていないことに注意しましょう。

たとえば、3回の操作を「 $A \rightarrow A \rightarrow A$ 」とやってもかまわない、ということです。
Aの操作をする場合としない場合に分けて、考えていきます。

[Aの操作をする場合]

なるべく数を小さくしておいて、最後にAの操作をすると、数が大きくなります。

たとえば $\frac{1}{99}$ という小さい数を逆数にすると、 $\frac{99}{1} = 99$ という大きい数になります。

ですから $\frac{5}{7}$ に、「何かの操作 \rightarrow 何かの操作 \rightarrow A」として、しかも「何かの操作」を、なるべく数を小さくするように操作である、D「3でわる」にします。

よって、「 $D \rightarrow D \rightarrow A$ 」とすればよいことになります。

$\frac{5}{7}$ に「 $D \rightarrow D$ 」をすると、 $\frac{5}{7} \div 3 \div 3 = \frac{5}{7} \div \frac{3}{1} \div \frac{3}{1} = \frac{5 \times 1 \times 1}{7 \times 3 \times 3} = \frac{5}{63}$ となり、

A「逆数にする」をすると、 $\frac{63}{5} = 12\frac{3}{5}$ になります。

[Aの操作をしない場合]

B, C, Dの操作をして、数を大きくします。

数を大きくするためには、C「2をかける」をするのがよいように思えますが、 $\frac{5}{7}$ のような1よりも小さい分数の場合は、C「2をかける」をして、 $\frac{5}{7} \times 2 = \frac{10}{7}$ とするよりも、B「1を加える」をして、 $\frac{5}{7} + 1 = 1\frac{5}{7} = \frac{12}{7}$ とした方が、大きくなります。

よって操作の順番は、「 $B \rightarrow C \rightarrow C$ 」となり、まずBをして $\frac{12}{7}$ となり、そのあとCを2回することによって、「2をかけて2をかける」、つまり $2 \times 2 = 4$ をかけることになるので、

$\frac{12}{7} \times 4 = \frac{48}{7} = 6\frac{6}{7}$ となります。

Aの操作をする場合は $12\frac{3}{5}$ になり、しない場合は $6\frac{6}{7}$ になりますが、 $12\frac{3}{5}$ の方が大きいので、Aの操作をする場合の「 $12\frac{3}{5}$ 」、「 $D \rightarrow D \rightarrow A$ 」が答えになります。

応用問題B 2 (1)

$2\frac{8}{45} = \frac{98}{45}$ と $\frac{28}{75}$ を, ある分数にかけたところ, 答えが整数になったそうです。

ある分数を $\frac{\triangle}{\bigcirc}$ とすると, $\frac{\triangle}{\bigcirc} \times \frac{98}{45} = \text{整数}$, $\frac{\triangle}{\bigcirc} \times \frac{28}{75} = \text{整数}$ となります。

$\frac{\triangle \times 98}{\bigcirc \times 45} = \text{整数}$, $\frac{\triangle \times 28}{\bigcirc \times 75} = \text{整数}$ となりますが, 分数×分数が整数になるため

には, たとえば $\frac{27}{8} \times \frac{32}{3} = \frac{\overset{9}{\cancel{27}} \times \overset{4}{\cancel{32}}}{\underset{1}{\cancel{8}} \times \underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{36}{1} = 36$ のように, 約分されて, 分母が

1 にならなければなりません。

そこで, まず \triangle はどのような数にならなければいけないのか, 考えてみます。

$\frac{\triangle \times 98}{\bigcirc \times 45}$ の \triangle は分母の 45 と約分されて, $\frac{\overset{\text{何か}}{\triangle} \times 98}{\bigcirc \times \underset{1}{\cancel{45}}}$ となるためには, \triangle は 45 の倍数に

ならなければなりません。

同じようにして, $\frac{\triangle \times 28}{\bigcirc \times 75}$ の \triangle は分母の 75 と約分されて, $\frac{\overset{\text{何か}}{\triangle} \times 28}{\bigcirc \times \underset{1}{\cancel{75}}}$ となるためには,

\triangle は 75 の倍数にならなければなりません。

以上のことから, \triangle は 45 の倍数でもあるし, 75 の倍数でもあるので, \triangle は 45 と 75 の公倍数になります。

次に, \bigcirc はどのような数にならなければいけないのか, 考えてみます。

$\frac{\triangle \times 98}{\bigcirc \times 45}$ の \bigcirc は分子の 98 と約分されて, $\frac{\triangle \times \overset{\text{何か}}{\cancel{98}}}{\underset{1}{\cancel{\bigcirc}} \times 45}$ となるためには, \bigcirc は 98 の約数に

ならなければなりません。

同じようにして, $\frac{\triangle \times 28}{\bigcirc \times 75}$ の \bigcirc は分子の 28 と約分されて, $\frac{\triangle \times \overset{\text{何か}}{\cancel{28}}}{\underset{1}{\cancel{\bigcirc}} \times 75}$ となるためには,

\bigcirc は 28 の約数にならなければなりません。

(次のページへ)

以上のことから、○は98の約数でもあるし、28の約数でもあるので、○は98と28の公約数になります。

$\frac{\Delta}{\bigcirc}$ の、分子である Δ は45と75の公倍数で、 \bigcirc は98と28の公約数であることがわかりました。

$$\frac{\Delta}{\bigcirc} = \frac{45と75の公倍数}{98と28の公約数}$$

ところで問題には、最も小さい分数を求めなさいと書いてありました。

分数を小さくするためには、分子をなるべく小さく ($\frac{4}{7}$ より $\frac{1}{7}$ の方が小さい)、分母をなるべく数を大きく ($\frac{1}{3}$ より $\frac{1}{10}$ の方が小さい) する必要があります。

ですから、 $\frac{\Delta}{\bigcirc} = \frac{45と75の公倍数}{98と28の公約数}$ ということになり、答えは $\frac{225}{14} = 16\frac{1}{14}$ になります。

応用問題B 2 (2)

(1)で、あてはまる分数は $\frac{45と75の公倍数}{98と28の公約数}$ の形の分数であることがわかりました。

45と75の最小公倍数は225で、98と28の最大公約数は14ですから、あてはまる分数は、 $\frac{225の倍数}{14の約数}$ の形の分数です。

ところで、分母は14の約数は、1, 2, 7, 14 の4種類ありますから、 $\frac{225の倍数}{1}$ 、 $\frac{225の倍数}{2}$ 、 $\frac{225の倍数}{7}$ 、 $\frac{225の倍数}{14}$ の4種類を考えなければならないように思えますが、 $\frac{225の倍数}{14}$ だけ考えればよいです。なぜなら、たとえば $\frac{675}{7}$ という分数だったら、分子も分母も2倍した $\frac{1350}{14}$ という分数と同じ大きさで、しかも $\frac{1350}{14}$ は $\frac{225の倍数}{14}$ の中にふくまれています。

このように、 $\frac{225の倍数}{1}$ 、 $\frac{225の倍数}{2}$ 、 $\frac{225の倍数}{7}$ は、すべて $\frac{225の倍数}{14}$ の中にふくまれているので、 $\frac{225の倍数}{14}$ だけ考えればよいわけです。

$\frac{225の倍数}{14}$ を、小さい方から7個書くと、 $\frac{225 \times 1}{14}$ 、 $\frac{225 \times 2}{14}$ 、 $\frac{225 \times 3}{14}$ 、……、 $\frac{225 \times 7}{14}$ です。

その和は、

$$\begin{aligned} & \frac{225 \times 1}{14} + \frac{225 \times 2}{14} + \frac{225 \times 3}{14} + \dots + \frac{225 \times 7}{14} \\ &= \frac{225}{14} \times (1 + 2 + 3 + \dots + 7) \\ &= \frac{225}{14} \times 28 \\ &= 450 \end{aligned}$$