演習問題集4年下第16回・くわしい解説

目　次

すぐる学習会
http://www.suguru.jp

反復問題（基本）$\boxed{1}$(1)

アは，底面が三角形で，三角形がずっと続いていますから，三角柱です。

イは，底面が四角形で，上がとがっているので，四角すいです。

ウは，底面が三角形で，上がとがっているので，三角すいです。

エは，底面が四角形で，上がとがっているので，四角すいです。

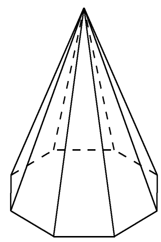
オは，底面が四角形で，四角形がずっと続いていますから，四角柱（直方体）です。

よって，四角すいはイとエです。

反復問題（基本）$\boxed{1}$(2)

八角すいには，辺が側面に８本，底面に８本あります。

全部で，８×２＝ 16（本）あります。



反復問題（基本）$\boxed{1}$(3)

底面積は，７×４÷２＝ 14（cm^2）です。高さは６cmなので，

すい体の体積＝底面積×高さ×$\frac{1}{3}$＝14×６×$\frac{1}{3}$＝ 28（cm^3）です。

反復問題（基本）$\boxed{1}$(4)

円すいの体積＝底面積×高さ×$\frac{1}{3}$＝5×5×3.14×9×$\frac{1}{3}$＝75×3.14＝235.5（cm^3）

反復問題（基本）$\boxed{1}$(5)

$$\boxed{\frac{\text{底面の半径}}{\text{母線}}=\frac{\text{側面の中心角}}{360}}$$

を，しっかり理解しておきましょう。

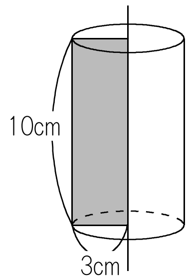
母線は12 cmで，底面の半径は7 cmですから，$\frac{\text{側面の中心角}}{360}=\frac{7}{12}$です。

よって，側面の中心角＝360×$\frac{7}{12}$＝210（度）です。

反復問題（基本）$\boxed{1}$(6)

回転させると，右の図のような円柱ができます。

円柱の体積＝底面積×高さ＝3×3×3.14×10＝90×3.14＝282.6（cm^3）



反復問題（基本）$\boxed{2}$

(1)　四角すいの体積＝底面積×高さ×$\frac{1}{3}$ ＝ 12×12×8×$\frac{1}{3}$ ＝ 384（cm^3）

(2)　表面積は，すべての面積の合計です。

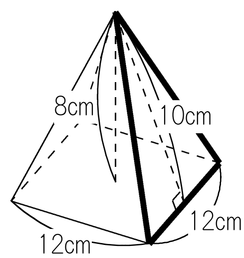
底面は，１辺が 12 cmの正方形ですから，面積は，12×12＝ 144（cm^2）です。

側面は，三角形が４面でできています。

三角形の面積は，「底辺×高さ÷２」で求められますが，この公式の中の「高さ」は，四角すいの，立体としての「高さ」ではなく，三角形の「高さ」であることに注意しましょう。

右の図の太線でかこまれた三角形の「高さ」は，（８cmではなくて）10 cmです。

よってこの三角形の面積は，12×10÷2＝ 60（cm^2）です。



底面の正方形１面と，側面の三角形４面で，144＋60×4＝ 384（cm^2）です。

反復問題（基本）$\boxed{3}$

(1) $\boxed{\dfrac{\text{底面の半径}}{\text{母線}}=\dfrac{\text{側面の中心角}}{360}}$ を，しっかり理解しておきましょう。

側面の中心角は 135 度ですから，$\dfrac{\text{底面の半径}}{\text{母線}}=\dfrac{135}{360}=\dfrac{3}{8}$ です。

底面の半径は 6 cmですから，$\dfrac{6}{\text{母線}}=\dfrac{3}{8}$ となり，母線＝16（cm）です。

(2) $\boxed{\text{円すいの側面積＝母線}\times\text{半径}\times 3.14}$ を，しっかりおぼえておきましょう。

母線は，(1)で求めたとおり 16 cmです。底面の半径は 6 cmですから，

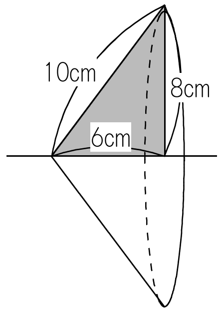
円すいの側面積は，母線×半径×3.14＝ 16×6×3.14＝ 96×3.14 です。

円すいの底面は，半径が 6 cmの円ですから，底面積は，6×6×3.14＝ 36×3.14 です。

よって表面積は，96×3.14＋36×3.14＝（96＋36）×3.14＝ 132×3.14＝ 414.48（cm^2）です。

反復問題（基本）$\boxed{4}$

(1)　回転させると，右の図のような円すいができます。



円すいの体積＝底面積×高さ×$\frac{1}{3}$＝8×8×3.14×6×$\frac{1}{3}$＝128×3.14＝401.92（cm^3）

(2)　$\boxed{\text{円すいの側面積＝母線×半径×3.14}}$　を，しっかりおぼえておきましょう。

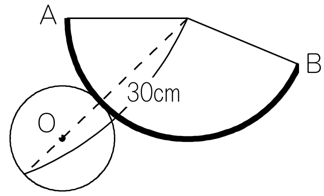
母線は10cmです。底面の半径は8cmですから，

円すいの側面積は，母線×半径×3.14＝10×8×3.14＝80×3.14　です。

円すいの底面は，半径が8cmの円ですから，底面積は，8×8×3.14＝64×3.14　です。

よって表面積は，80×3.14＋64×3.14＝（80＋64）×3.14＝144×3.14＝452.16（cm^2）です。

反復問題（練習）$\boxed{1}$

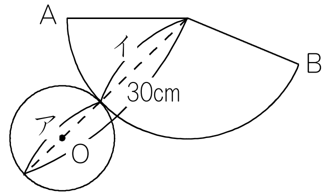


右の太線の長さである弧ＡＢは43.96 cmです。

組み立てたときに弧ＡＢとくっつくのは，円Ｏの円周です。

よって円Ｏの円周も43.96 cmです。

「円周＝直径×3.14」ですから，直径＝43.96÷3.14＝14（cm）です。



右の図のアが14 cmなので，イは30－14＝16（cm）です。

円すいの母線が16 cmであることがわかりました。

$\boxed{\text{円すいの側面積＝母線×半径×3.14}}$ を，しっかりおぼえておきましょう。

母線は16 cmです。底面の直径が14 cmなので，半径は14÷2＝7（cm）ですから，

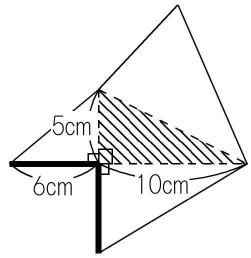
円すいの側面積は，母線×半径×3.14＝16×7×3.14＝112×3.14 です。

円すいの底面は，半径が7 cmの円ですから，底面積は，7×7×3.14＝49×3.14 です。

よって表面積は，112×3.14＋49×3.14＝(112＋49)×3.14＝161×3.14＝505.54（cm^2）です。

反復問題（練習）$\boxed{2}$

(1)　右の図の，しゃ線をつけた面を底面にして，他の面を折り曲げていくと，太線をつけた２辺がくっついて，この立体の高さになります。

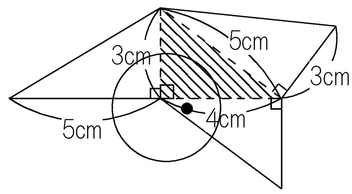


$$三角すいの体積＝底面積×高さ×\frac{1}{3}$$

$$＝(10×5÷2)×6×\frac{1}{3}$$

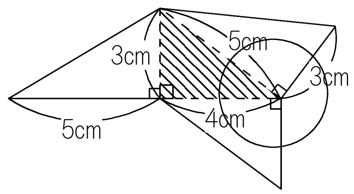
$$＝50\ (cm^3)$$

(1)　右の図の，しゃ線をつけた面を底面にして，他の面を折り曲げていきます。



マルをつけた部分は，折り曲げて起こしていく２面のうち，●をつけた角度が直角ではないので，この立体の高さにはなりません。

右の図のマルをつけた部分は，折り曲げて起こしていく２面とも直角なので，この立体の高さになります。



よって，高さは３cmです。

$$三角すいの体積＝底面積×高さ×\frac{1}{3}$$

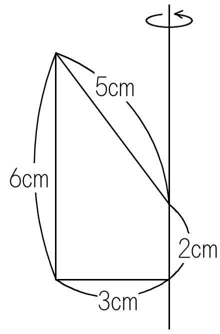
$$＝(4×3÷2)×3×\frac{1}{3}$$

$$＝6\ (cm^3)$$

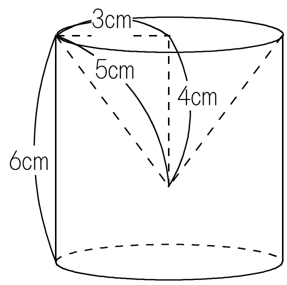
反復問題（練習）$\boxed{3}$(1)

どの辺を軸にして回転するのか，問題をよく読みましょう。

この問題では，右の図のように台形を回転させるので，



右の図のような立体ができます。



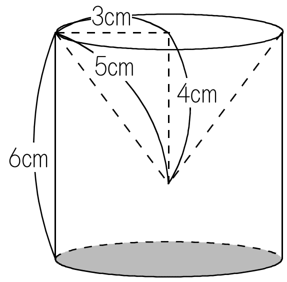
この立体は，
（ア）「底面は半径が３cmの円で，高さが６cmの円柱」から，
（イ）「底面は半径が３cmの円で，高さが４cmの円すい」を引いたものになります。

この立体の体積
＝（ア）の体積－（イ）の体積
$= 3 \times 3 \times 3.14 \times 6 - 3 \times 3 \times 3.14 \times 4 \times \frac{1}{3}$
$= 54 \times 3.14 - 12 \times 3.14$
$= 42 \times 3.14$
$= 131.88$（cm^3）になります。

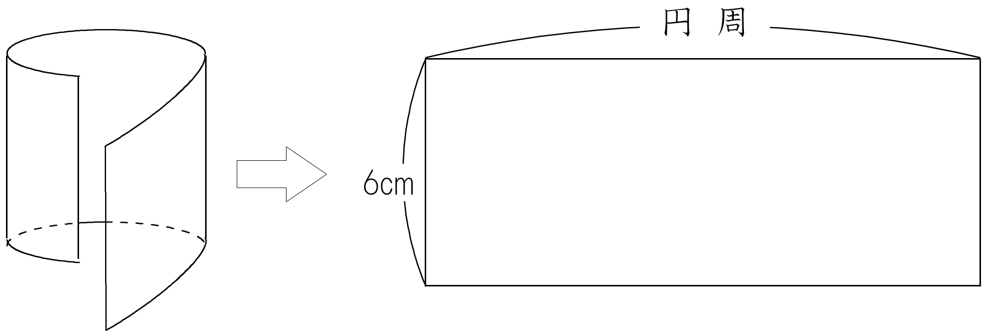
反復問題（練習）$\boxed{3}$(2)

「円すいの側面積＝母線×底面の半径×3.14」を利用しましょう。

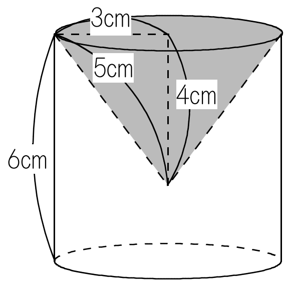
右の図のかげをつけた部分の面積は，
3×3×3.14 で，求められます。　　…（ア）



外側の側面積は，下の図のように，「切って広げて長方形」です。
長方形のたては６cm，横は円周ですから，3×2×3.14 です。
よって，外側の側面積は，
6×3×2×3.14 で，求められます。　　…（イ）



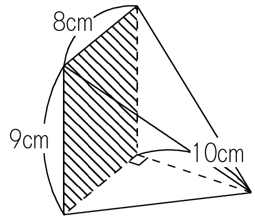
右の図のかげをつけた部分は，円すいの側面積になっていますから，「母線×底面の半径×3.14」の公式で求めます。
母線は５cm，底面の半径は３cmですから，
5×3×3.14 で，求められます。　　…（ウ）



（ア），（イ），（ウ）から，この立体の表面積は，
3×3×3.14 ＋ 6×3×2×3.14 ＋ 5×3×3.14
＝ 9×3.14 ＋ 36×3.14 ＋ 15×3.14
＝（9＋36＋15）×3.14
＝ 60×3.14
＝ 188.4（cm^2）になります。

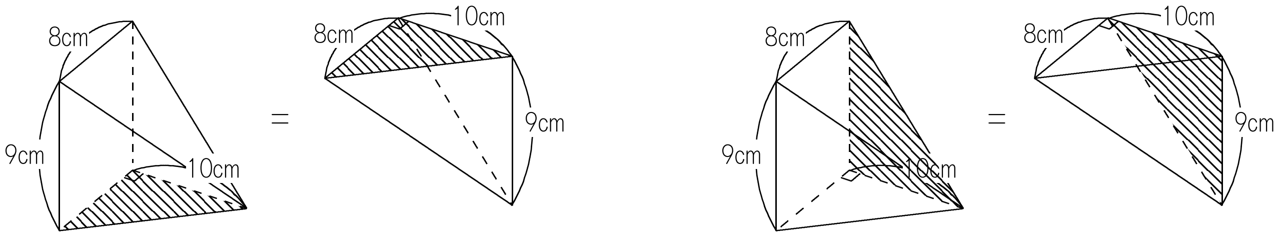
反復問題（練習）$\boxed{4}$

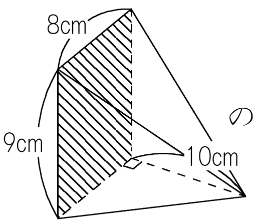
(1)　立体アは，右の図のしゃ線の長方形を底面として，高さが10 cmの四角すいです。



$$四角すいの体積＝底面積×高さ×\frac{1}{3}$$
$$＝9×8×10×\frac{1}{3}$$
$$＝240\ (\text{cm}^3)$$

(2)　立体アと立体イは，次の４面の面積は同じです。



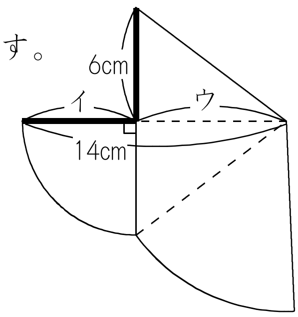
よって，

の面のぶんだけ立体アの方が表面積が大きいので，

立体アと立体イの表面積の差は，$9×8＝72\ (\text{cm}^2)$ です。

反復問題（練習）$\boxed{5}$

(1)　組み立てると右の図の２本の太線はくっつくので，イは６cmです。

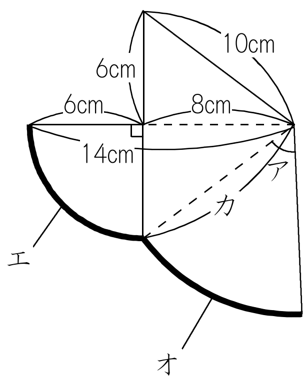


ウは，14－6＝８（cm）です。

組み立てると，底面が四分円のすい体になり，すい体の高さは８cmです。

よってこの立体の体積は，$6\times6\times3.14\div4\times8\times\frac{1}{3}=24\times3.14=$ 75.36（cm^3）です。

(2)　組み立てると右の図の２本の太線はくっつくので，同じ長さです。



エの長さは，$6\times2\times3.14\div4=3\times3.14$ です。

よってオの長さも，3×3.14 です。

２つの直角三角形は合同なので，カは10cmです。

よって，$10\times2\times3.14\times\frac{ア}{360}=3\times3.14$ となります。

3.14をとりのぞいても等しいので，$10\times2\times\frac{ア}{360}=3$ です。

$3\div(10\times2)=\frac{3}{20}$ ですから，$\frac{ア}{360}=\frac{3}{20}$ となります。

$360\div20=18$ ですから，ア＝$3\times18=$ 54（度）です。

(3)　$\frac{54}{360}=\frac{3}{20}$ ですから，中心角が54度のおうぎ形は，円の $\frac{3}{20}$ です。

$\underbrace{8\times6\div2}_{直角三角形}\times2+\underbrace{6\times6\times3.14\div4}_{四分円}+\underbrace{10\times10\times3.14\times\frac{3}{20}}_{おうぎ形}$

＝48＋（9＋15）×3.14
＝48＋75.36
＝123.36（cm^2）

トレーニング $\boxed{1}$

(1)　三角すいの体積

$= 底面積 \times 高さ \times \frac{1}{3}$

$= (8 \times 3 \div 2) \times 5 \times \frac{1}{3}$

$=$ 20（cm^3）

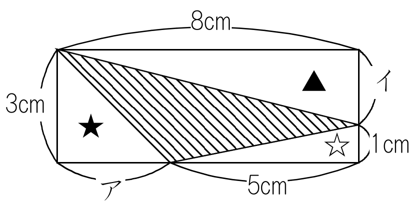
(2)　四角すいの体積

$= 底面積 \times 高さ \times \frac{1}{3}$

$= (5 \times 3) \times 8 \times \frac{1}{3}$

$=$ 40（cm^3）

(3)　底面は，



の形をしている三角形です。

アは $8-5=3$（cm）なので，★の面積は $3 \times 3 \div 2 = 4.5$（cm^2）です。

☆の面積は $5 \times 1 \div 2 = 2.5$（cm^2）です。

イは $3-1=2$（cm）なので，▲の面積は $8 \times 2 \div 2 = 8$（cm^2）です。

よって底面積は，$3 \times 8 - (4.5 + 2.5 + 8) = 9$（$cm^2$）です。

三角すいの体積

$= 底面積 \times 高さ \times \frac{1}{3}$

$= 9 \times 5 \times \frac{1}{3}$

$=$ 15（cm^3）

トレーニング $\boxed{2}$

(1) $\boxed{\dfrac{\text{底面の半径}}{\text{母線}}=\dfrac{\text{側面の中心角}}{360}}$ を，しっかり理解しておきましょう。

母線は 12 cmで，底面の半径は 3 cmですから，$\dfrac{\text{側面の中心角}}{360}=\dfrac{3}{12}$ です。

よって，側面の中心角＝$360\times\dfrac{3}{12}=$ 90（度）です。

(2) $\boxed{\dfrac{\text{底面の半径}}{\text{母線}}=\dfrac{\text{側面の中心角}}{360}}$ を，しっかり理解しておきましょう。

母線は 15 cmで，側面の中心角が 144 度ですから，$\dfrac{\text{底面の半径}}{15}=\dfrac{144}{360}$ です。

よって，底面の半径＝$\dfrac{144}{360}\times15=$ 6（cm）です。

(3) $\boxed{\dfrac{\text{底面の半径}}{\text{母線}}=\dfrac{\text{側面の中心角}}{360}}$ を，しっかり理解しておきましょう。

底面の半径は 8 cmで，側面の中心角が 160 度ですから，$\dfrac{8}{\text{母線}}=\dfrac{160}{360}$ です。

約分すると，$\dfrac{8}{\text{母線}}=\dfrac{4}{9}$ となります。

分子は 8÷4＝2 なので，2 でわっています。

分母も 2 でわって 9 になっているのですから，母線＝9×2＝ 18（cm）です。

トレーニング $\boxed{3}$

(1)　円すいの表面積
＝側面積＋底面積
＝母線×半径×3.14＋半径×半径×3.14
＝7×3×3.14＋3×3×3.14
＝21×3.14＋9×3.14
＝(21＋9)×3.14
＝30×3.14
＝94.2 (cm^2)

(2)　$\frac{60}{360}=\frac{1}{6}$ ですから，底面の半径は 18 cmの $\frac{1}{6}$ です。

底面の半径は，$18\times\frac{1}{6}=3$ (cm) です。

円すいの表面積
＝側面積＋底面積
＝母線×半径×3.14＋半径×半径×3.14
＝18×3×3.14＋3×3×3.14
＝54×3.14＋9×3.14
＝(54＋9)×3.14
＝63×3.14
＝197.82 (cm^2)

(3)　側面のおうぎ形の中心角は，360－90＝270 (度) です。

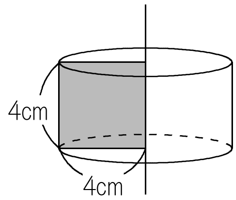
$\frac{270}{360}=\frac{3}{4}$ ですから，母線の $\frac{3}{4}$ が 6 cmです。

母線を４つに分けたうちの３つぶんが 6 cmですから，母線は 6÷3×4＝8 (cm) です。

円すいの表面積
＝側面積＋底面積
＝母線×半径×3.14＋半径×半径×3.14
＝8×6×3.14＋6×6×3.14
＝48×3.14＋36×3.14
＝(48＋36)×3.14
＝84×3.14
＝263.76 (cm^2)

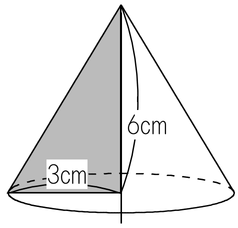
トレーニング $\boxed{4}$

(1)　右の図のような円柱ができます。



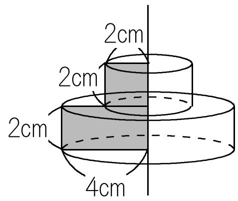
円柱の体積
＝ 底面積×高さ
＝ 4×4×3.14×4
＝ 64×3.14
＝ 200.96（cm^3）

(2)　右の図のような円すいができます。



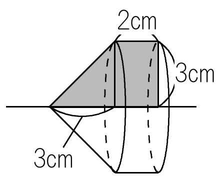
円すいの体積
＝ 底面積×高さ×$\frac{1}{3}$
＝（3×3×3.14）×6×$\frac{1}{3}$
＝ 18×3.14
＝ 56.52（cm^3）

(3)　右の図のような，円柱と円柱をくっつけた立体ができます。



上の円柱＋下の円柱
＝ 2×2×3.14×2 ＋ 4×4×3.14×2
＝ 8×3.14＋32×3.14
＝（8＋32）×3.14
＝ 40×3.14
＝ 125.6（cm^3）

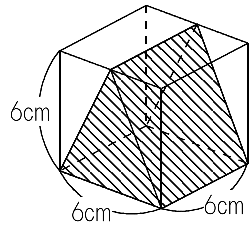
(4)　右の図のような，円すいと円柱をくっつけた立体ができます。



円すい＋円柱
＝ 3×3×3.14×3×$\frac{1}{3}$ ＋ 3×3×3.14×2
＝ 9×3.14＋18×3.14
＝（9＋18）×3.14
＝ 27×3.14
＝ 84.78（cm^3）

実戦演習 $\boxed{1}$

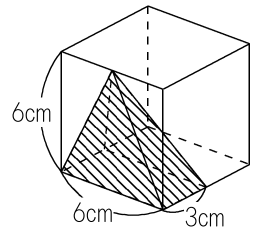
(1)　右の図のしゃ線をつけた三角柱の体積を求める問題です。



底面積は 6×6÷2＝18（cm^2），高さは6cmですから，

18×6＝108（cm^3）です。

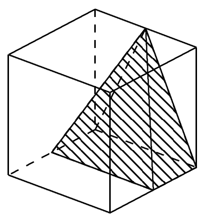
(2)　右の図のしゃ線をつけた四角すいの体積を求める問題です。

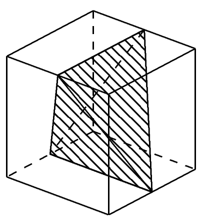


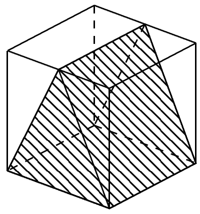
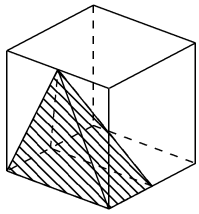
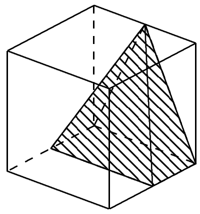
底面積は 3×6＝18（cm^2），高さは6cmですから，

$18\times6\times\frac{1}{3}$＝36（$cm^3$）です。

(3)　右の図のしゃ線をつけた四角すいの体積も，(2)と同じく36cm^3です。



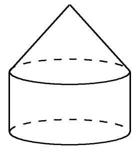


＝  −  − 

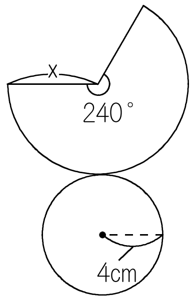
＝108－36－36
＝36（cm^3）

実戦演習 $\boxed{2}$

(1)　展開図を組み立てると，上が円すいで，下が円柱の立体ができます。



上の円すいの展開図は，右の図のようになります。



$$\boxed{\frac{\text{底面の半径}}{\text{母線}}=\frac{\text{側面の中心角}}{360}}$$

を利用しましょう。

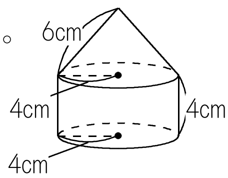
底面の半径は 4 cm，側面の中心角は 240 度ですから，

$\frac{4}{x}=\frac{240}{360}$ となり，約分すると，$\frac{4}{x}=\frac{2}{3}$ となります。

分子は 4 が 2 になっているので，2 でわっています。

分母も 2 でわって 3 になるのですから，x は 3×2＝6（cm）です。

(2)　円すいの側面積は，母線×半径×3.14＝ 6×4×3.14＝ 24×3.14　です。



円柱の側面積は，「切って広げて長方形」なので，

$\underbrace{4}_{\text{たて}}\times\underbrace{4\times2\times3.14}_{\text{横（円周）}}=32\times3.14$　です。

底面積は，4×4×3.14＝ 16×3.14　です。

全部で，

24×3.14＋32×3.14＋16×3.14

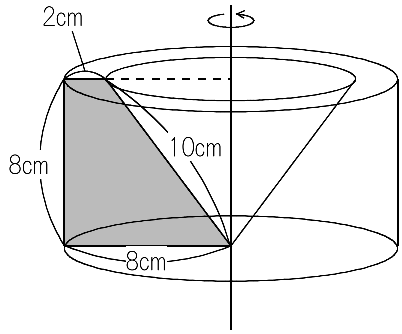
＝(24＋32＋16)×3.14＝

＝ 72×3.14

＝ 226.08（cm^2）

実戦演習 $\boxed{3}$

(1)　右の図のような，円柱から円すいを引いた立体ができます。



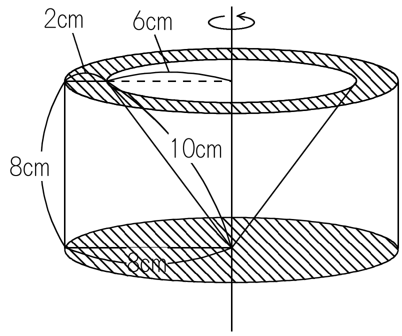
円柱の体積は，8×8×3.14×8＝512×3.14 です。

円すいの底面の半径は，8－2＝6（cm）です。

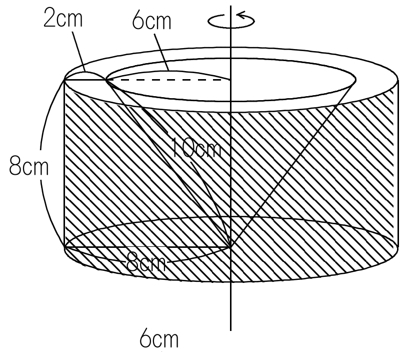
円すいの体積は，$6\times6\times3.14\times8\times\dfrac{1}{3}=96\times3.14$ です。

よって，この立体の体積は，512×3.14－96×3.14＝416×3.14＝1306.24（cm^3）です。

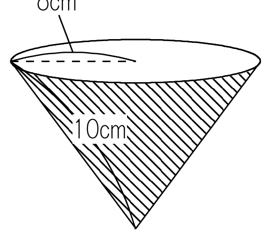
(2)　上の面は，
8×8×3.14－6×6×3.14＝(64－36)×3.14＝28×3.14 です。



下の面は，8×8×3.14＝64×3.14 です。



外側の側面は，
$\underbrace{8}_{\text{たて}}\times\underbrace{8\times2\times3.14}_{\text{横（円周）}}=128\times3.14$ です。



内側の側面は，$\underbrace{10}_{\text{母線}}\times\underbrace{6}_{\text{半径}}\times3.14=60\times3.14$ です。

全部で，
28×3.14＋64×3.14＋128×3.14＋60×3.14
＝(28＋64＋128＋60)×3.14
＝280×3.14
＝879.2（cm^3）です。

実戦演習 $\boxed{4}$

(1) $\boxed{\dfrac{\text{底面の半径}}{\text{母線}} = \dfrac{\text{側面の中心角}}{360}}$ を，しっかり理解しておきましょう。

母線は16 cmで，側面の中心角が135度ですから，$\dfrac{\text{底面の半径}}{12} = \dfrac{135}{360}$ です。

よって，底面の半径 $= \dfrac{135}{360} \times 16 = 6$（cm）です。

(2) 円すいの側面積は，「母線×底面の半径×3.14」で求められます。

円すいＡの母線は16 cm，底面の半径は(1)で求めた通り6 cmです。

よって円すいの円の側面積は，16×6×3.14＝96×3.14 です。

問題には，円すいＡ，円すいＢの側面積が等しいと書いてあったので，円すいＢの側面積も，96×3.14 です。

円すいＢの母線は24 cmなので，「24×底面の半径×3.14」が，96×3.14 です。

よって，「24×底面の半径」が96になりますから，底面の半径＝96÷24＝4（cm）です。

円すいＢの表面積は，側面積と底面積の和です。

側面積は，96×3.14 です。

底面積は，半径が4 cmですから，4×4×3.14＝16×3.14 です。

よって，円すいＢの表面積は，
96×3.14＋16×3.14
＝(96＋16)×3.14
＝112×3.14
＝351.68（cm^2）です。