シリーズ4年下第18回・くわしい解説

目　次

すぐる学習会
http://www.suguru.jp

基本 $\boxed{1}$ (1)

「1，3，2，3」の４個で１セットです。

① 30÷4＝7 あまり 2 ですから，30 番目までに７セットと，あと２個あります。

あと２個というのは，「1」と「3」ですから，30 番目は 3 です。

② はじめから 30 番目までは，７セットとあと２個あることが，①でわかりました。

１セットは「1，3，2，3」ですから，１セットの合計は，1＋3＋2＋3＝9 です。

７セットの合計は，9×7＝63 です。

残りの２個は「1」と「3」ですから，全部で，63＋1＋3＝67 です。

基本 1 (2)

4，7，10，13，16，……という数列は，3ずつふえる等差数列です。

① 等差数列のＮ番目＝はじめの数＋ふえる数×(Ｎ－1)　という公式を，しっかりおぼえておきましょう。

100が何番目にならんでいるかを求めます。

はじめの数＋ふえる数×(Ｎ－1)＝100　とします。

はじめの数は4，ふえる数は3ですから，4＋3×(Ｎ－1)＝100　となります。

100－4＝96　　96÷3＝32　　32＋1＝33　ですから，Ｎ＝33です。

よって，100は33番目の数なので，100までに33個ならんでいることがわかりました。

② 等差数列の和＝(はじめの数＋おわりの数)×Ｎ÷2　という公式を，しっかりおぼえておきましょう。

はじめの数は4，おわりの数は100，Ｎは個数を表し，①で求めたとおり33個です。

等差数列の和＝(はじめの数＋おわりの数)×Ｎ÷2＝(4＋100)×33÷2＝1716　です。

基本 $\boxed{1}$ (3)

まず，4月8日から6月15日までに何日間あるかを求めましょう。

4月は8日から30日までの，30－8＋1＝23（日間）です。

※　22日間にしやすいので注意しましょう。たとえば，8日から10日までは，8日，9日，10日の3日間ですね。この場合は，10－8＋1＝3（日間）という計算になります。

5月は1日から31日までまるごと全部あるので，31日間です。

6月は1日から15日までの，15日間です。

4月から6月まで全部合わせて，23＋31＋15＝69（日間）です。

ところで1週間のはじまりの曜日は，この問題の場合は4月8日の水曜日です。

ですから1週間をまるごと書くと，「水木金土日月火」となります。

69÷7＝9 あまり 6 ですから，69日間は，9週間と，あと6日です。

「水木金土日月火」が9セットあって，あと6日があまります。

あまりの6日は，「水木金土日月」ですから，最後の日は月曜日です。

6月15日が月曜日であることがわかりました。

基本$\boxed{1}$(4)

たとえば，$\dfrac{3}{4}$ を小数になおすと，3÷4＝0.75です。

このように，分数を小数にするには，「分子÷分母」の計算をします。

$\dfrac{12}{41}$ の場合も，12÷41の計算をします。

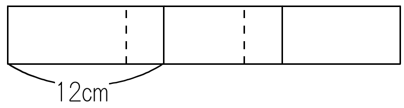
12÷41＝0.2926829268…のように，わり切れない小数になります。

小数部分は，「29268」が何回もくり返されていることがわかります。
「29268」の5個を1セットとすると，27÷5＝5 あまり 2 ですから，小数第27位までに，「29268」 のセットが5セットと，あと2個の数字があまります。

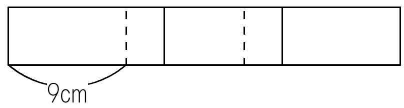
あまった2個は，セットの中のはじめの2個である「2」と「9」ですから，小数第27位の数字は9になります。

基本 $\boxed{2}$

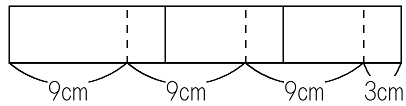
(1)　テープをつなげる問題の場合は，サンプルとして右の図のようなテープを３本つなげた図を書くようにしましょう。



テープ１本の長さは 12 cmですが，



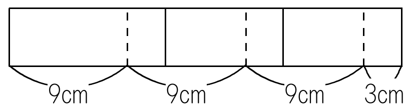
のりしろの部分を引いて，テープ１本の長さを 12－3＝９（cm）にします。



テープが３本の場合は，９cmが３本と，他に３cmがあるので，(９×３＋３)のようになります。

テープが８本の場合も同じようにして，９cmが８本と，他に３cmがあるので，全体の長さは ９×８＋３＝ 75（cm）です。

(2)　(1)と同じように，サンプルとしてテープを３本つなげた図を書くようにします。



テープ１本の長さは 12 cmですが，のりしろの部分を引いて，テープ１本の長さを 12－3＝９（cm）にします。

テープが３本の場合は，９cmが３本と，他に３cmがあるので，(９×３＋３)のようになります。

テープが□本の場合は，(９×□＋３)となり，それが 120 cmですから，逆算をすれば□を求めることができます。

120－3＝ 117　　　117÷9＝ 13　　　よって，テープは 13 本あります。

基本 3

(1)　たとえば3番目の図では，上から3個，5個，7個になっています。

4番目の図では，上から4個，6個，8個になっています。

このようにして，□番目なら，上から□個，(□＋2)個，(□＋4)個になります。

7番目の場合は，上から7個，9個，11個になるので，全部で 7＋9＋11＝27（個）です。

(2)　(1)で，□番目なら，上から□個，(□＋2)個，(□＋4)個になることがわかりました。

(1)で，7番目の場合なら，7＋9＋11＝27（個）と，たし算をしましたが，7個，9個，11個のまん中の数は9個なので，9×3＝27（個）という求め方もあります。
つまり，「まん中の数×3」で，個数を求めることができるのです。

(2)でも，そのような求め方をしましょう。つまり，「まん中の数×3」が60個ですから，まん中の数は，60÷3＝20（個）です。

まん中の数が20個なら，一番上の数は 20－2＝18（個）になるので，答えは18番目になります。

基本 $\boxed{4}$

(1)　１つの組には，数が４個ずつあります。

25 個目の場合は，25÷4＝６ あまり １ ですから，６組と，あと１個です。

「あと１個」というのは，次の７組目のはじめの数です。

たとえば３組の場合は，その組の数である「３」から始まって，(3，4，5，6)のように，連続した４個がならんでいます。

たとえば４組の場合は，その組の数である「４」から始まって，(4，5，6，7)のように，連続した４個がならんでいます。

７組の場合でも，「7」から始まるのですから，「あと１個」というのは，7 であることがわかります。

(2)　たとえば6がはじめてあらわれるのは，３組の(3，4，5，6)の「6」です。

同じようにして，10 がはじめてあらわれるのは，(何か，何か，何か，10)のように，ある組の最後の数にあらわれます。

(何か，何か，何か，10)となるのは，(7，8，9，10)です。

よって，７組の４個の数の最後に，10 があらわれます。

１組に数は４個ずつあるので，７組までには，数は 4×7＝28（個）あります。

よって，はじめてあらわれる 10 は，28 番目にあらわれることになります。

（次のページへ）

(3)　１組の４個の数の和は，1＋2＋3＋4＝ 10 です。

２組の４個の数の和は，2＋3＋4＋5＝ 14 です。

このように，それぞれの組の数の和は，10，14，18，……のように，10 からはじまって４ずつふえる等差数列になります。

等差数列の和は，$\boxed{\text{(はじめの数＋おわりの数)×個数÷２}}$の公式で求めることができます。

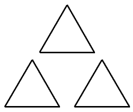
10 組には，（10，11，12，13）とならんでいますから，10 組の４個の数の和は，10＋11＋12＋13＝ 46 です。

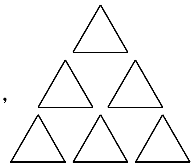
よって，はじめの数は 10，おわりの数は 46，個数は 10 個になるので，（10＋46）×10÷2＝ 280 です。

※　等差数列の和の公式は，台形の面積の公式である$\boxed{\text{(上底＋下底)×高さ÷２}}$とそっくりの形をしているので，おぼえやすいですね。

練習 1

1 だん目には，3 本の棒があります。

2 だん目は， のように分けると，上に 1 個の三角形が，下に 2 個の三角形があるので，三角形の数は 1＋2＝ 3（個）になり，1 つの三角形には 3 本の棒があるので，3 個の三角形では，3×3＝ 9（本）になります。

3 だん目は， のように分けると，上から 1 個，2 個，3 個の三角形があるので，三角形の数は 1＋2＋3＝ 6（個）になり，1 つの三角形には 3 本の棒があるので，6 個の三角形では，3×6＝ 18（本）になります。

10 だん目は，三角形の数は 1＋2＋3＋4＋5＋6＋7＋8＋9＋10＝ 55（個）になり，1 つの三角形には 3 本の棒があるので，55 個の三角形では，3×55＝ 165（本）になります。

練習 2

(1)　右の図のように，段にすると考えやすくなります。

1，
1，2，
1，2，3，
1，2，3，4，
1，2，3，4，5，
1，2，3，4，5，6，
…………………………

たとえば6は，6段目の最後にあらわれます。

同じようにして，15は，15段目の最後にあらわれます。

15段目までに，1個，2個，3個，……，15個と，ならんでいますから，15段目までに，(1＋2＋3＋……＋15) 個がならんでいます。

$1+2+3+\cdots\cdots+15=(\underbrace{1}_{\text{はじめ}}+\underbrace{15}_{\text{おわり}})\times\underbrace{15}_{\text{個数}}\div 2=120$ ですから，15がはじめてあらわれるのは，左から120番目です。

(2)　(1)と同じように，段にして考えます。

1，
1，2，
1，2，3，
1，2，3，4，
1，2，3，4，5，
1，2，3，4，5，6，
1，2，3，4，5，6，7，
1，2，3，4，5，6，7，8，
1，2，3，4，5，6，7，8，9，
1，2，3，4，5，6，7，8，9，10，
……………………………………………

3が8回目にあらわれるのは，右の表のマルをつけた「3」です。

この「3」は，10段目の左から3番目にあります。

9段目までには，(1＋2＋3＋……＋9) 個がならんでいます。

$1+2+3+\cdots\cdots+9$
$=(\underbrace{1}_{\text{はじめ}}+\underbrace{9}_{\text{おわり}})\times\underbrace{9}_{\text{個数}}\div 2$
$=45$ ですから，9段目までには，45個の数がならんでいます。

10段目の左から3番目までだと，45＋3＝48 (個) の数がならんでいるので，3が8回目にあらわれるのは，左から48番目になります。

練習 $\boxed{3}$ (1)

右の表のように，段にすると，考えやすくなります。

$$
\begin{array}{l}
\frac{1}{1}, \\
\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \\
\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{5}{5}, \\
\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}, \frac{7}{7}, \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{array}
$$

１番上の段は１個，２段目は３個，３段は５個，……のようになっています。

１番上の段だけで１個，
２段目までで，１＋３＝４（個），
３段目までで，１＋３＋５＝９（個），
……となっていますが，ここまでで気がついたことはありませんか？

１段目だけの１個というのは，１×１＝１（個），
２段目までの４個というのは，２×２＝４（個），
３段目までの９個というのは，３×３＝９（個），
のように，平方数になっています。

(1)は，66 個目の分数を求める問題でした。

66 に近い平方数は，８×８＝64です。

よって，８段目までの個数が，64 個になります。

66 個目は，次の９段目の，左から 66－64＝２（番目）になります。

ところで，１段目の分母は１，２段目の分母は３，３段目の分母は５，……のように，分母は１，３，５，……という，等差数列になっています。

９段目の分母は，１＋２×(9－1)＝17ですから，９段目の左から２番目の分数は，$\frac{2}{17}$ になります。

練習 $\boxed{3}$ (2)

$\frac{1}{1}$,

$\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{3}$,

$\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{5}$,

$\frac{1}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{7}{7}$,

……………………………………

(1)と同じく，右の表のように段にして考えます。

(1)で，左から66番目の分数は，上から9段目の，左から2番目の分数の $\frac{2}{17}$ であることがわかりました。

ところで，1段目は $\frac{1}{1}=1$ です。

2段目の和は，$\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{3}{3}=2$ です。

3段目の和は，$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}+\frac{5}{5}=3$ です。

同じようにして，4段目の和は4，5段目の和は5，…，8段目の和は8です。

よって，1段目から8段目までの和は，1＋2＋3＋…＋8＝36です。

9段目は，$\frac{1}{17}$ と $\frac{2}{17}$ の2個を加えなければなりません。

よって全体の和は，$36+\frac{1}{17}+\frac{2}{17}=36\frac{3}{17}$ です。

練習 4

(1)　1まいのときの面積は，$2\times3=6$（cm^2）です。

2まいのときの面積は，$6\times2=12$（cm^2）よりも，重なりの $1\times1=1$（cm^2）だけ少なくなって，$12-1=11$（cm^2）です。

3まいのときの面積は，$6\times3=18$（cm^2）よりも，重なりの $1\times1=1$（cm^2）が2か所ぶん少なくなって，$18-1\times2=16$（cm^2）です。

よって，1まい，2まい，3まい，……の面積は，6 cm^2，11 cm^2，16 cm^2 のように，はじめの面積が 6 cm^2 で，5 cm^2ずつふえる等差数列になります。

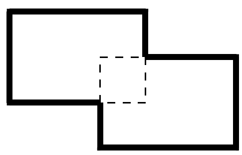
等差数列のＮ番目＝はじめの数＋ふえる数×(N－1)

の公式にあてはめましょう。

$6+5\times(N-1)=66$ ですから，$66-6=60$　　$60\div5=12$　　$12+1=13$

よって，面積が 66 cm^2 になるのは，紙を 13 まい使ったときです。

(2)　1まいのときのまわりの長さは，$(2+3)\times2=10$（cm）です。



2まいのときのまわりの長さは，$10\times2=20$（cm）よりも，重なりのまわりの長さである $1\times4=4$（cm）だけ短くなって，$20-4=16$（cm）です。

3まいのときのまわりの長さは，$10\times3=30$（cm）よりも，重なりのまわりの長さである $1\times4=4$（cm）が2か所ぶん短くなって，$30-4\times2=22$（cm）です。

よって，1まい，2まい，3まい，……のときのまわりの長さは，10 cm，16 cm，22 cm のように，はじめの長さが 10 cm で，6 cmずつふえる等差数列になります。

等差数列のＮ番目＝はじめの数＋ふえる数×(N－1)

の公式にあてはめましょう。

$10+6\times(N-1)=100$ ですから，$100-10=90$　　$90\div6=15$　　$15+1=16$

よって，まわりの長さが 100 cm になるのは，紙を 16 まい使ったときです。

練習 $\boxed{5}$

(1)　たとえば，$\frac{3}{4}$ を小数になおすと，3÷4＝0.75です。

このように，分数を小数にするには，「分子÷分母」の計算をします。

$\frac{165}{202}$ の場合も，165÷202の計算をします。

165÷202＝0.81683168316831…のように，わり切れない小数になります。

小数部分は，はじめに「8」があり，そのあとは「1683」が何回もくり返されています。

小数第35位の数字を求めるということは，小数点以下の35個目の数字を求めるということですが，はじめの「8」の1個を取りのぞくと，35－1＝34（個）目の数字を求めることになります。

「1683」の4個を1セットとすると，34÷4＝8 あまり 2 ですから，8セットと，あと2個です。

あと2個というのは，「1683」のはじめの2個の数字である「1」と「6」のことですから，答えは6です。

(2)　(1)で，小数第35位までには，はじめに「8」があり，そのあとは「1683」のセットが8セットと，あと「1」と「6」の2個があまっていることがわかりました。

「1683」が8セットぶんの和は，(1＋6＋8＋3)×8＝144です。

他に，はじめに「8」があり，あとに「1」と「6」がありますから，144＋8＋1＋6＝159です。

（次のページへ）

(3)　(1)で，小数第 35 位までには，はじめに「8」があり，そのあとは「1683」のセットが 8 セットと，あとに「1」と「6」の 2 個があることがわかりました。

「1683」が 1 セットぶんのかけ算では，1×6×8×3＝144 で，一の位は 4 です。
「1683」が 2 セットぶんのかけ算では，一の位は 4×4＝16 で，一の位は 6 です。
「1683」が 3 セットぶんのかけ算では，一の位は 6×4＝24 で，一の位は 4 です。

このように考えていくと，「16831」が奇数セットぶんだと一の位は 4 になり，偶数セットぶんだと一の位は 6 になります。

いま，「1683」が 8 セットぶんという偶数セットなので，一の位は 6 です。

他に，はじめに「8」があり，最後に「1」と「6」がありますから，6×8×1×6＝288 となり，小数第 1 位から小数第 35 位までの数字をすべてかけたときの一の位は，8 であることがわかりました。