演習問題集4年下第18回・くわしい解説

目　次

すぐる学習会
http://www.suguru.jp

反復問題（基本）$\boxed{1}$(1)

「2，1，1，2，3」の５個で１セットです。

①　33÷5＝6 あまり 3 ですから，33 番目までに6セットと，あと３個あります。

あと３個というのは，「2」と「1」と「1」ですから，33 番目は 1 です。

②　はじめから 33 番目までは，6セットとあと３個あることが，①でわかりました。

１セットは「2，1，1，2，3」ですから，1セットの合計は，2＋1＋1＋2＋3＝9 です。

6セットの合計は，9×6＝54 です。

残りの３個は「2」と「1」と「1」ですから，全部で，54＋2＋1＋1＝ 58 です。

反復問題（基本）$\boxed{1}$(2)

3，7，11，15，19，……という数列は，4ずつふえる等差数列です。

① $\boxed{\text{等差数列のN番目＝はじめの数＋ふえる数×(N－1)}}$ という公式を，しっかりおぼえておきましょう。

99が何番目にならんでいるかを求めます。

はじめの数＋ふえる数×(N－1)＝99 とします。

はじめの数は3，ふえる数は4ですから，3＋4×(N－1)＝99 となります。

99－3＝96　　96÷4＝24　　24＋1＝25 ですから，N＝25です。

よって，99は25番目の数なので，99までに25個ならんでいることがわかりました。

② $\boxed{\text{等差数列の和＝(はじめの数＋おわりの数)×N÷2}}$ という公式を，しっかりおぼえておきましょう。

はじめの数は3，おわりの数は99，Nは個数を表し，①で求めたとおり25個です。

等差数列の和＝(はじめの数＋おわりの数)×N÷2＝(3＋99)×25÷2＝1275 です。

反復問題（基本）$\boxed{1}$ (3)

まず，10 月 7 日から 12 月 24 日までに何日間あるかを求めましょう。

10 月は 7 日から 31 日までの，31－7＋1＝ 25（日間）です。

※　24 日間にしやすいので注意しましょう。たとえば，8 日から 10 日までは，8 日，9 日，10 日の 3 日間ですね。この場合は，10－8＋1＝ 3（日間）という計算になります。

11 月は 1 日から 30 日までまるごと全部あるので，30 日間です。

12 月は 1 日から 24 日までの，24日間です。

10 月から 12 月まで全部合わせて，25＋30＋24＝ 79（日間）です。

ところで 1 週間のはじまりの曜日は，この問題の場合は 10 月 7 日の金曜日です。

ですから 1 週間をまるごと書くと，「金土日月火水木」となります。

79÷7＝ 11　あまり　2　ですから，79 日間は，11 週間と，あと 2 日です。

「金土日月火水木」が 11 セットあって，あと 2 日があまります。

あまりの 2 日は，「金土」ですから，最後の日は土曜日です。

12 月 24 日が土曜日であることがわかりました。

反復問題（基本）$\boxed{1}$ (4)

たとえば，$\frac{3}{4}$ を小数になおすと，3÷4＝0.75です。

このように，分数を小数にするには，「分子÷分母」の計算をします。

$\frac{5}{27}$ の場合も，5÷27の計算をします。

5÷27＝0.185185185185… のように，わり切れない小数になります。

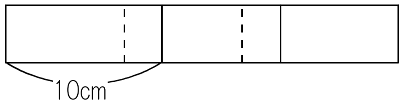
小数部分は，「185」が何回もくり返されていることがわかります。

「185」の3個を1セットとすると，20÷3＝6 あまり 2 ですから，小数第20位までに，「185」のセットが6セットと，あと2個の数字があまります。

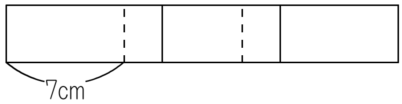
あまった2個は，セットの中のはじめの2個である「1」と「8」ですから，小数第20位の数字は8になります。

反復問題（基本）$\boxed{2}$

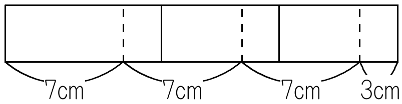
(1)　テープをつなげる問題の場合は，サンプルとして右の図のようなテープを３本つなげた図を書くようにしましょう。
テープ１本の長さは10cmですが，



のりしろの部分を引いて，テープ１本の長さを10－3＝７（cm）にします。

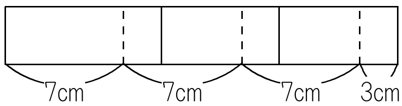


テープが３本の場合は，７cmが３本と，他に３cmがあるので，(7×3＋3)のようになります。



テープが12本の場合も同じようにして，７cmが12本と，他に３cmがあるので，全体の長さは 7×12＋3＝87（cm）です。

(2)　(1)と同じように，サンプルとしてテープを３本つなげた図を書くようにします。



テープ１本の長さは10cmですが，のりしろの部分を引いて，テープ１本の長さを 10－3＝７（cm）にします。
テープが３本の場合は，７cmが３本と，他に３cmがあるので，(7×3＋3)のようになります。

テープが□本の場合は，(7×□＋3)となり，それが220cmですから，逆算をすれば□を求めることができます。

220－3＝217　　217÷7＝31　　よって，テープは31本あります。

反復問題（基本） 3

(1)　たとえば3番目の図では，上から４個，５個，６個になっています。

４番目の図では，上から５個，６個，７個になっています。

このようにして，□番目なら，上から(□＋１)個，(□＋２)個，(□＋３)個になります。

９番目の場合は，上から10個，11個，12個になるので，全部で 10＋11＋12＝33(個)です。

(2)　(1)で，□番目なら，上から(□＋１)個，(□＋２)個，(□＋３)個になることがわかりました。

(1)で，９番目の場合なら，10＋11＋12＝33（個）と，たし算をしましたが，10個，11個，12個のまん中の数は11個なので，11×3＝33（個）という求め方もあります。
つまり，「まん中の数×３」で，個数を求めることができるのです。

(2)でも，そのような求め方をしましょう。つまり，「まん中の数×３」が90個ですから，まん中の数は，90÷3＝30（個）です。

□番目なら，上から(□＋１)個，(□＋２)個，(□＋３)個になり，まん中の数は(□＋２)個です。

それが30個ですから，□＋2＝30 となり，□＝30－2＝28です。

よって，答えは28番目になります。

反復問題（基本）$\boxed{4}$

(1)　1つの組には，数が3個ずつあります。

40個目の場合は，40÷3＝13　あまり　1　ですから，13組と，あと1個です。

「あと1個」というのは，次の14組目のはじめの数です。

たとえば3組の場合は，その組の数である「3」から始まって，(3，4，5)のように，連続した3個がならんでいます。

たとえば4組の場合は，その組の数である「4」から始まって，(4，5，6)のように，連続した3個がならんでいます。

14組の場合でも，「14」から始まるのですから，「あと1個」というのは，14であることがわかります。

(2)　たとえば5がはじめてあらわれるのは，3組の(3，4，5)の「5」です。

たとえば5が2回目にあらわれるのは，4組の(4，5，6)の「5」です。

同じようにして，20が2回目にあらわれるのは，(何か，20，何か)のように，ある組のまん中の数にあらわれます。

(何か，20，何か)となるのは，(19，20，21)です。

よって，19組の3個の数のまん中に，2回目の20があらわれます。

1組に数は3個ずつあるので，19組までには，数は　3×19＝57（個）あります。

よって，(19，20，21)の，最後の数の21が57番目の数ですから，まん中の数である20は，56番目にあらわれることになります。

（次のページへ）

(3)　１組の３個の数の和は，1＋2＋3＝６です。

２組の３個の数の和は，2＋3＋4＝９です。

このように，それぞれの組の数の和は，6，9，12，……のように，6からはじまって3ずつふえる等差数列になります。

等差数列の和は，$\boxed{\text{(はじめの数＋おわりの数)×個数÷２}}$ の公式で求めることができます。

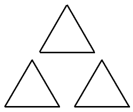
15組には，(15，16，17)とならんでいますから，15組の3個の数の和は，15＋16＋17＝48です。

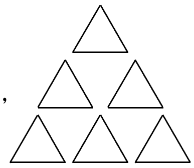
よって，はじめの数は6，おわりの数は48，個数は15個になるので，(6＋48)×15÷2＝405 です。

※　等差数列の和の公式は，台形の面積の公式である $\boxed{\text{(上底＋下底)×高さ÷２}}$ とそっくりの形をしているので，おぼえやすいですね。

反復問題（練習）$\boxed{1}$

1だん目には，3本の棒があります。

2だん目は，のように分けると，上に1個の三角形が，下に2個の三角形があるので，三角形の数は 1＋2＝3（個）になり，1つの三角形には3本の棒があるので，3個の三角形では，3×3＝9（本）になります。

3だん目は，のように分けると，上から1個，2個，3個の三角形があるので，三角形の数は 1＋2＋3＝6（個）になり，1つの三角形には3本の棒があるので，6個の三角形では，3×6＝18（本）になります。

16だん目は，三角形の数は 1＋2＋3＋……＋16 となります。

1から16までの和＝(はじめ＋おわり)×個数÷2＝(1＋16)×16÷2＝136です。

1つの三角形には3本の棒があるので，136個の三角形では，3×136＝408（本）になります。

反復問題（練習）$\boxed{2}$

(1)　右の図のように，段にすると考えやすくなります。

0，
0，1，
0，1，2，
0，1，2，3，
0，1，2，3，4，
0，1，2，3，4，5，
…………………………

たとえば５は，６段目の最後にあらわれます。

同じようにして，８は，９段目の最後にあらわれます。

９段目までに，１個，２個，３個，……，９個と，ならんでいますから，９ 段目までに，（1＋2＋3＋……＋9）個がならんでいます。

1＋2＋3＋……＋9＝ 45 ですから，８がはじめてあらわれるのは，左から 45 番目です。

(2)　(1)と同じように，段にして考えます。

0，
0，1，
0，1，2，
0，1，2，3，
0，1，2，3，4，
0，1，2，3，4，5，
0，1，2，3，4，5，6，
0，1，2，3，4，5，6，7，
0，1，2，3，4，5，6，7，8，
0，1，2，3，4，5，6，7，8，9，
0，1，2，3，4，5，6，7，8，9，10，
…………………………………………

１が 10 回目にあらわれるのは，右の表のマルをつけた「１」です。

この「１」は，11 段目の左から２番目にあります。

10 段目までには，（1＋2＋3＋……＋10）個がならんでいます。

1＋2＋3＋……＋10＝ 55 ですから，10 段目までには，55 個の数がならんでいます。

11 段目の左から２番目までだと，55＋2＝ 57（個）の数がならんでいるので，１が 10 回目にあらわれるのは，左から 57 番目になります。

反復問題（練習）$\boxed{3}$(1)

右の表のように，段にすると，考えやすくなります。

$$\frac{1}{1},$$
$$\frac{1}{3},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{3},$$
$$\frac{1}{5},\ \frac{2}{5},\ \frac{3}{5},\ \frac{4}{5},\ \frac{5}{5},$$
$$\frac{1}{7},\ \frac{2}{7},\ \frac{3}{7},\ \frac{4}{7},\ \frac{5}{7},\ \frac{6}{7},\ \frac{7}{7},$$
……………………………………………

１番上の段は１個，２段目は３個，３段は５個，……のようになっています。

１番上の段だけで１個，
２段目までで，１＋３＝４（個），
３段目までで，１＋３＋５＝９（個），
……となっていますが，ここまでで気がついたことはありませんか？

１段目だけの１個というのは，１×１＝１（個），
２段目までの４個というのは，２×２＝４（個），
３段目までの９個というのは，３×３＝９（個），
のように，平方数になっています。

(1)は，85 個目の分数を求める問題でした。

85 に近い平方数は，９×９＝81です。

よって，９段目までの個数が，81 個になります。

85 個目は，次の 10 段目の，左から 85－81＝４（番目）になります。

ところで，１段目の分母は１，２段目の分母は３，３段目の分母は５，……のように，分母は１，３，５，……という，等差数列になっています。

10 段目の分母は，１＋２×(10－1)＝19ですから，10 段目の左から４番目の分数は，$\frac{4}{19}$になります。

反復問題（練習）$\boxed{3}$ (2)

(1)と同じく，右の表のように段にして考えます。

$$\frac{1}{1},$$
$$\frac{1}{3},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{3},$$
$$\frac{1}{5},\ \frac{2}{5},\ \frac{3}{5},\ \frac{4}{5},\ \frac{5}{5},$$
$$\frac{1}{7},\ \frac{2}{7},\ \frac{3}{7},\ \frac{4}{7},\ \frac{5}{7},\ \frac{6}{7},\ \frac{7}{7},$$
$$\cdots\cdots$$

(1)で，左から 85 番目の分数は，上から 10 段目の，左から 4 番目の分数の $\frac{4}{19}$ であることがわかりました。

ところで，1 段目は $\frac{1}{1}=1$ です。

2 段目の和は，$\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{3}{3}=2$ です。

3 段目の和は，$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}+\frac{5}{5}=3$ です。

同じようにして，4 段目の和は 4，5 段目の和は 5，…，9 段目の和は 9 です。

よって，1 段目から 9 段目までの和は，$1+2+3+\cdots+9=45$ です。

10 段目は，$\frac{1}{19}$ から $\frac{4}{19}$ の 4 個を加えなければなりません。

よって全体の和は，$45+\frac{1}{19}+\frac{2}{19}+\frac{3}{19}+\frac{4}{19}=45\frac{10}{19}$ です。

反復問題（練習）4

(1)　1まいのときの面積は，$3\times4=12$（cm^2）です。

2まいのときの面積は，$12\times2=24$（cm^2）よりも，重なりの $1\times1=1$（cm^2）だけ少なくなって，$24-1=23$（cm^2）です。

3まいのときの面積は，$12\times3=36$（cm^2）よりも，重なりの $1\times1=1$（cm^2）が2か所ぶん少なくなって，$36-1\times2=34$（cm^2）です。

よって，1まい，2まい，3まい，……の面積は，12 cm^2，23 cm^2，34 cm^2 のように，はじめの面積が 12 cm^2 で，11 cm^2ずつふえる等差数列になります。

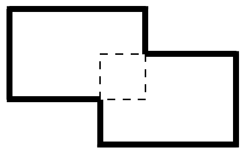
等差数列のN番目＝はじめの数＋ふえる数×(N－1)　の公式にあてはめましょう。

$12+11\times(N-1)=100$　ですから，$100-12=88$　　$88\div11=8$　　$8+1=9$

よって，面積が 100 cm^2 になるのは，紙を 9 まい使ったときです。

(2)　1まいのときのまわりの長さは，$(3+4)\times2=14$（cm）です。

2まいのときのまわりの長さは，$14\times2=28$（cm）よりも，重なりのまわりの長さである $1\times4=4$（cm）だけ短くなって，$28-4=24$（cm）です。



3まいのときのまわりの長さは，$14\times3=42$（cm）よりも，重なりのまわりの長さである $1\times4=4$（cm）が2か所ぶん短くなって，$42-4\times2=34$（cm）です。

よって，1まい，2まい，3まい，……のときのまわりの長さは，14 cm，24 cm，34 cm のように，はじめの長さが 14 cm で，10 cmずつふえる等差数列になります。

等差数列のN番目＝はじめの数＋ふえる数×(N－1)　の公式にあてはめましょう。

$14+10\times(N-1)=124$　ですから，$124-14=110$　　$110\div10=11$　　$11+1=12$

よって，まわりの長さが 124 cm になるのは，紙を 12 まい使ったときです。

反復問題（練習）$\boxed{5}$

(1)　たとえば，$\frac{3}{4}$ を小数になおすと，3÷4＝0.75です。

このように，分数を小数にするには，「分子÷分母」の計算をします。

$\frac{166}{505}$ の場合も，166÷505の計算をします。

166÷505＝ 0.3287128712871 … のように，わり切れない小数になります。

小数部分は，はじめに「３」があり，そのあとは「2871 」が何回もくり返されています。

小数第 45 位の数字を求めるということは，小数点以下の 45 個目の数字を求めるということですが，はじめの「3」の 1 個を取りのぞくと，45－1＝ 44（個）目の数字を求めることになります。

「2871 」の 4 個を 1 セットとすると，44÷4＝ 11 ですから，11 セットぴったりです。

ぴったりということは，「2871 」の最後の「１」でちょうど終わるということですから，答えは 1 です。

(2)　(1)で，小数第 45 位までには，はじめに「３」があり，そのあとは「2871 」のセットが 11 セットぴったりあることがわかりました。

「2871 」が 11 セットぶんの和は，(2＋8＋7＋1)×11＝ 198 です。

他に，はじめに「３」がありますから，3＋198＝ 201 です。

（次のページへ）

(3)　(1)で，小数第 45 位までには，はじめに「31」があり，そのあとは「2871」のセットが 11 セットぴったりあることがわかりました。

「2871」が 1 セットぶんのかけ算では，2×8×7×1＝112 で，一の位は 2 です。
「2871」が 2 セットぶんのかけ算では，一の位は 2×2＝4 で，一の位は 4 です。
「2871」が 3 セットぶんのかけ算では，一の位は 4×2＝8 で，一の位は 8 です。
「2871」が 4 セットぶんのかけ算では，一の位は 8×2＝16 で，一の位は 6 です。
「2871」が 5 セットぶんのかけ算では，一の位は 6×2＝12 で，一の位は 2 です。
「2871」が 6 セットぶんのかけ算では，一の位は 2×2＝4 で，一の位は 4 です。
「2871」が 7 セットぶんのかけ算では，一の位は 4×2＝8 で，一の位は 8 です。
「2871」が 8 セットぶんのかけ算では，一の位は 8×2＝16 で，一の位は 6 です。
「2871」が 9 セットぶんのかけ算では，一の位は 6×2＝12 で，一の位は 2 です。
「2871」が 10 セットぶんのかけ算では，一の位は 2×2＝4 で，一の位は 4 です。
「2871」が 11 セットぶんのかけ算では，一の位は 4×2＝8 で，一の位は 8 です。

よつて，「2871」が 11 セットのときは，一の位は 8 になります。

他に，はじめに「3」がありますから，3×8＝24 となり，小数第 1 位から小数第 45 位までの数字をすべてかけたときの一の位は，4 であることがわかりました。

トレーニング①(1)

「2，3，1，4」の4個で1セットです。

50÷4＝12 あまり 2 ですから，50番目までに12セットと，あと2個あります。

1セットは「2，3，1，4」ですから，1セットの合計は，2＋3＋1＋4＝10 です。

12セットの合計は，10×12＝120です。

残りの2個は「2」と「3」ですから，全部で，120＋2＋3＝125です。

トレーニング①(2)

7，10，13，16，19，……という数列は，3ずつふえる等差数列です。

等差数列のN番目＝はじめの数＋ふえる数×(N－1)	という公式を，しっかり

おぼえておきましょう。

33番目の数は，7＋3×(33－1)＝103です。

等差数列の和＝(はじめの数＋おわりの数)×N÷2	という公式を，しっかり

おぼえておきましょう。

はじめの数は7，おわりの数は103，Nは個数を表すので，33番目までは33個です。

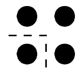
等差数列の和＝(はじめの数＋おわりの数)×N÷2＝(7＋103)×33÷2＝1815 です。

トレーニング① (3)

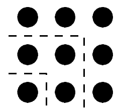
この問題のような，$\boxed{\text{1からはじまる奇数の和}}$ には，特別のきまりがあります。

１番目だけの場合は，１です。1×1＝１とします。

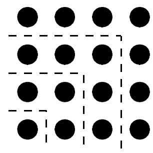
２番目までの和は，1＋3＝４です。2×2＝４です。



３番目までの和は，1＋3＋5＝９です。3×3＝９です。



４番目までの和は，1＋3＋5＋7＝16 です。4×4＝16 です。



このようにして，□ 番目までの和なら，「□×□」になっています。

いま，和が 900 なのですが，900＝30×30　です。

よって，左から順に 30 番目の数まで加えたら，900 になることがわかりました。

トレーニング②(1)

右の図のように，段にすると考えやすくなります。

1，	3，	5，
5，	7，	9，
9，	11，	13，
13，	15，	17，
17，	………	

1段に3個ずつ数があります。

25÷3＝8 あまり 1 ですから，左から25番目の数までには，8段と，あと1個の数があります。

よって左から25番目の数は，上から9段目の，はじめの数です。

それぞの段の，はじめの数を書いていくと，1，5，9，13，17，…… のように，はじめの数が1で，4ずつふえる等差数列になっています。

$\boxed{\text{等差数列のN番目＝はじめの数＋ふえる数×(N－1)}}$ という公式において，はじめの数が1で，ふえる数は4です。Nは，9段目ですから9にすると，左から25番目の数は，1＋4×(9－1)＝33 になります。

トレーニング②(2)

右の表のように，段にすると，考えやすくなります。
1番上の段は1個，2段目は2個，3段は3個，……のようになっています。
つまり，1＋2＋3＋…という，1からはじまる和が，25になればよいわけです。しかし…，かんたんな求め方はなく，ある程度やってみるしか，方法はありません。

$\frac{1}{2}$,
$\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$,
$\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$,
$\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$,
……………………

たとえば，4までの和は，1＋2＋3＋4＝10です。

5までの和は，1＋2＋3＋4＋5＝15です。
6までの和は，1＋2＋3＋4＋5＋6＝21です。

あと，25－21＝4（個）で，左から25番目になりますから，7段目の左から4番目がどんな分数であるかを，求めることになります。

ところで，1段目の分母は2，2段目の分母は3，3段目の分母は4，…となっていますから，7段目の分母は8です。

また，どの段も，左から1番目の分子は1，2番目の分子は2，3番目の分子は3，…となっていますから，4番目の分子は4です。

よって，7段目の左から4番目は，分母が8，分子は4になるので，答えは $\frac{4}{8}$ です。

注意　答えを約分して，$\frac{1}{2}$ と答えてはいけません。

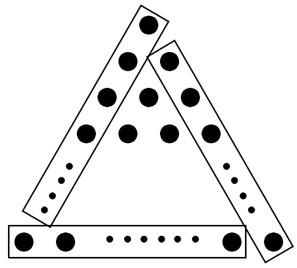
なぜなら，たとえば左から5番目の分数は $\frac{2}{4}$，12番目の分数は $\frac{2}{6}$ というように，約分しない形で書いてあるからです。

トレーニング③

(1)①　一番上の段に1個，2段目に2個，3段目に3個，……とならんでいますから，10段目には10個がならんでいます。

したがって，全部で，1＋2＋3＋……＋10＝55（個）がならんでいます。

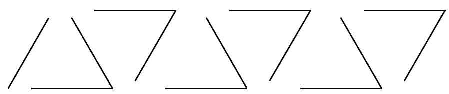
②　1辺のご石が20個のとき，一番下の段には20個のご石がならんでいます。



右の図のように長方形でかこむと，1つの長方形の中には20－1＝19（個）のご石が入っています。

3つの長方形で，外側のひとまわりになりますから，19×3＝57（個）です。

(2)①　右の図のように分けると，



はじめに1本だけ棒があり，そのあとは，
棒を2本加えることによって，正三角形が1個ずつできていきます。

正三角形を15個作るには，1＋2×15＝31（本）の棒が必要です。

②　55本のうち，はじめの1本をとりのぞくと，残りの本数は 55－1＝54（本）です。

棒を2本加えることによって，正三角形が1個ずつできていくのですから，54本では，54÷2＝27（個）の正三角形ができます。

トレーニング④ (1)

たとえば，$\frac{3}{4}$ を小数になおすと，3÷4＝0.75です。
このように，分数を小数にするには，「分子÷分母」の計算をします。

$\frac{5}{11}$ の場合も，5÷11 の計算をします。

5÷11＝0.454545…のように，わり切れない小数になります。

小数部分は，「45」が何回もくり返されていることがわかります。
「45」の2個を1セットとすると，10÷2＝5 ですから，小数第10位までに，「45」のセットが5セットぴったりあります。

ぴったりということは，「45」の最後の「5」でちょうど終わるということですから，答えは5です。

トレーニング④ (2)

たとえば，$\frac{3}{4}$ を小数になおすと，3÷4＝0.75です。
このように，分数を小数にするには，「分子÷分母」の計算をします。

$\frac{21}{37}$ の場合も，21÷37 の計算をします。

21÷37＝0.567567567…のように，わり切れない小数になります。

小数部分は，「567」が何回もくり返されていることがわかります。

「567」の3個を1セットとすると，20÷3＝6 あまり 2 ですから，小数第20位までに，「567」のセットが6セットと，あと2個の数字があまります。

あまった2個は，セットの中のはじめの2個である「5」と「6」ですから，小数第20位の数字は6になります。

トレーニング④ (3)

分数を小数にするには，「分子÷分母」の計算をします。

$\frac{3}{101}$ の場合も，3÷101 の計算をします。

3÷101＝0.029702970297… のように，わり切れない小数になります。

小数部分は，「0297」が何回もくり返されていることがわかります。

$\boxed{\text{注意}}$　「297」ではなく，「0297」がくり返されていることに注意しましょう。

「0297」の 4 個を 1 セットとすると，35÷4＝8 あまり 3 ですから，小数第 35 位までに，「0297」 のセットが 8 セットと，あと 3 個の数字があまります。

あまった 3 個は，セットの中のはじめの 3 個である「0」と「2」と「9」ですから，小数第 35 位の数字は 9 になります。

トレーニング④ (4)

分数を小数にするには，「分子÷分母」の計算をします。

$\frac{18}{55}$ の場合も，18÷55 の計算をします。

18÷55＝0.3272727… のように，わり切れない小数になります。

小数部分は，はじめに「3」があり，そのあとは「27」が何回もくり返されています。

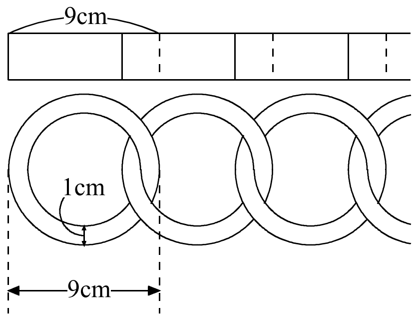
小数第 40 位の数字を求めるということは，小数点以下の 40 個目の数字を求めるということですが，はじめの「3」の 1 個を取りのぞくと，40－1＝39（個）目の数字を求めることになります。

「27」の 2 個を 1 セットとすると，39÷2＝19 あまり 1 ですから，「27」 のセットが 19 セットと，あと 1 個の数字があまります。

あまった 1 個は，セットの中のはじめの 1 個である「2」ですから，小数第 40 位の数字は 2 になります。

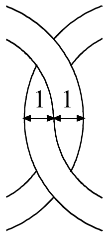
実戦演習①

(1)　輪のかわりに，９cmのテープにして考えましょう。
テープとテープのつなぎ目が何cmなのかが，
この問題の決め手になります。

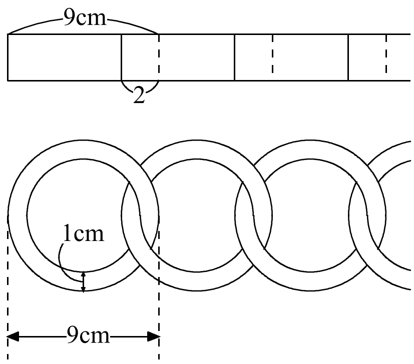


輪の外径は９cmで，内径は７cmですから，輪の太さは，(９－７)÷２＝１（cm）です。

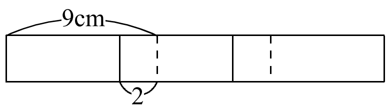
輪のつなぎ目は右図のようになっているので，
つなぎ目の長さは，１cmではなく２cmになります。



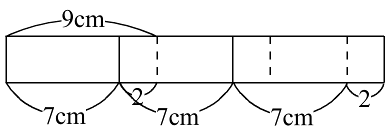
よって，右の図のようにテープのつなぎ目も
２cmにして考えていきます。
つまり，長さ９cmのテープを８本，つなぎ目を
２cmにしてつなげると，全体の長さは何cmになるか
という問題になります。



テープが２本の場合は，右の図のようになります。



テープが３本の場合は，右図のように，
９－２＝７（cm）が３本と，最後に２cmがあるので，
７×３＋２　という式で求めることができます。



テープが８本の場合も，同じように考えると，７×８＋２＝ 58（cm）　になります。

(2)　(1)と同じように，７cmのテープが何本かと，最後に２cmがあると考えます。
７×□＋２＝ 100　ですから，100－２＝ 98　　　98÷７＝ 14（本），つまり 14 個の輪を使ったときに，全体の長さが 100 cmになります。

実戦演習②(1)

右の表のように，段にすると，考えやすくなります。
１番上の段は１個，２段目は２個，３段は３個，…… のようになっています。

$\frac{3}{6}$ の前の分数は $\frac{2}{7}$，その前は $\frac{1}{8}$ です。
$\frac{1}{8}$ は，８段目の一番左の分数です。

７段目までに，分数は 1＋2＋3＋4＋5＋6＋7＝ 28（個）あります。

$$\frac{1}{1},$$
$$\frac{1}{2}, \frac{2}{1},$$
$$\frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1},$$
$$\frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1},$$
……………………

よって，$\frac{1}{8}$ は 29 番目の分数，$\frac{2}{7}$ は 30 番目の分数，$\frac{3}{6}$ は 31 番目の分数になります。

実戦演習②(2)

この問題も，(1)と同じように，段にして考えます。
１番上の段は１個，２段目は２個，３段は３個，…… のようになっています。
1＋2＋3＋……＋10＝ 55 ですから，10 段目までで，55 個の分数があります。
あと，60－55＝５（個）で，60 番目の分数になりますから，60 番目の分数は，11 段目の，左から５番目の分数です。

$$\frac{1}{1},$$
$$\frac{1}{2}, \frac{2}{1},$$
$$\frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1},$$
$$\frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{4}{1},$$
……………………

11 段目の分数は，一番左は $\frac{1}{11}$ です。11 段目を，

左から５個書くと，$\frac{1}{11}$，$\frac{2}{10}$，$\frac{3}{9}$，$\frac{4}{8}$，$\frac{5}{7}$ ですから，60 番目の分数は $\frac{5}{7}$ になります。

実戦演習②(3)

この問題も，(1)，(2)と同じように，段にして考えます。

$$\frac{1}{1},$$
$$\frac{1}{2},\ \frac{2}{1},$$
$$\frac{1}{3},\ \frac{2}{2},\ \frac{3}{1},$$
$$\frac{1}{4},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{2},\ \frac{4}{1},$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

一番上の段は，$\frac{1}{1}=1$ です。

2 段目の 2 個の分数の積は，$\frac{1}{2}\times\frac{2}{1}=1$ です。

3 段目の 3 個の分数の積は，$\frac{1}{3}\times\frac{2}{2}\times\frac{3}{1}=1$ です。

このようにして，どの段の積も 1 になっています。

60 番目の分数は，11 段目の，左から 5 番目の分数であることがわかっています。

10 段目までの積は，$\underbrace{1\times1\times\cdots\times1}_{\text{10 段ぶん}}=1$ です。

11 段目の，左から 5 番目までの分数は，(2)で $\frac{1}{11}$，$\frac{2}{10}$，$\frac{3}{9}$，$\frac{4}{8}$，$\frac{5}{7}$ であることがわかっています。

よって，$1\times\frac{1}{11}\times\frac{2}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{4}{8}\times\frac{5}{7}=\frac{1}{462}$ になります。

実戦演習③(1)

ルールをしっかり理解しましょう。

１日目は１問解きます。
２日目は前の日の２倍解くので，1×2＝２（問）解きます。
３日目は前の日の２倍解くので，2×2＝４（問）解きます。
４日目は前の日の２倍解くので，4×2＝８（問）解きます。
５日目は前の日の２倍解くので，８×２＝16（問）になりますが，10問をこえてしまう場合は，そこから10問へらして，16－10＝６（問）解きます。

５日目までに，1＋2＋4＋8＋6＝21（問）解きます。

実戦演習③(2)

(1)で，５日目までのようすがわかりました。さらに６日目以降も，規則が見つかるまで求めていきましょう。

６日目は前の日の２倍解くので，６×２＝12（問）になりますが，10問をこえてしまう場合は，そこから10問へらして，12－10＝２（問）解きます。

６日目に解く２問というのは，２日目と同じ問題数です。
よって７日目は３日目と同じ，８日目は４日目と同じ，……のようになります。

１日目からの解いた問題数を書くと，1，2，4，8，6，2，4，8，6，2，……となるので，１日目だけ例外の「１」で，そのあとは「2，4，8，6」の４個のくり返しになることがわかりました。

30日目までの場合，1日目をとりのぞくと，30－1＝29（日間）です。
４日で１セットですから，29÷4＝７ あまり １ により，７セットと，あと１日あまります。

よって，１日目だけ例外の「１」で，そのあとは「2，4，8，6」のセットが７セットと，あと１日のあまりは「2」になります。

全部で，1＋（2＋4＋8＋6）×7＋2＝143（問）になります。

実戦演習③(3)

(2)で，１日目からの解いた問題数を書くと，1，2，4，8，6，2，4，8，6，2，……となり，１日目だけ例外の「1」で，そのあとは「2，4，8，6」の４個のくり返しになることがわかりました。

全部で250問あります。
１日目の例外の「1」をとりのぞくと，250－1＝249（問）です。

１セットは，2＋4＋8＋6＝20（問）ですから，249÷20＝12 あまり 9 により，12セットと，あと９問が残ります。

あと９問をするには，１日間だけでは２問しかできないのでダメです。
２日間だと，2＋4＝6（問）しかできないのでダメです。
３日間だと，2＋4＋8＝14（問）できるのでＯＫです。

よって，はじめに例外の１日目があり，そのあとは，４日間で「2，4，8，6」を解くセットが12セットあり，残り３日間で，すべてを解き終わります。

すべてを解き終わるのは，1＋4×12＋3＝52（日目）になります。

実戦演習④

(1)　１だんには，１個がならんでいます。
２だんには，１＋３＝４（個）がならんでいますが，「４」というのは，2×2になっています。
３だんには，１＋３＋5＝９（個）がならんでいますが，「９」というのは，3×3になっています。
４だんには，１＋３＋5＋7＝16（個）がならんでいますが，「16」というのは，4×4になっています。

このようにして，□だんには，（□×□）個がならんでいることになります。

よって，200をこえるような（□×□）を求めればよいわけですが，これはかんたんな解き方はありません。ある程度やってみるしかありません。

10×10＝100では小さすぎ，20×20＝400では大きすぎます。
15×15＝225でも，大きすぎます。
14×14＝196ですから，14だんの場合は200個をこえずに，15だんの場合が200個をこえることがわかりました。

(2)　１だんから，まわりの長さを求めていきましょう。

１だんのまわりの長さは，1×4＝４（cm）です。
２だんのまわりの長さは，（2＋3）×2＝10（cm）です。
３だんのまわりの長さは，（3＋5）×2＝16（cm）です。
４だんのまわりの長さは，（4＋7）×2＝22（cm）です。

このようにして，まわりの長さは，4，10，16，22，……のような，等差数列になっています。

はじめの数＋ふえる数×(Ｎ－１)＝4＋6×（Ｎ－１）＝220　とすると，
220－4＝216　　216÷6＝36　　36＋1＝37　ですから，37だんのときに，まわりの長さが220cmになります。

□だんには，（□×□）個の正方形がならんでいることが，(1)でわかっています。

37だんの場合は，37×37＝1369（個）の正方形がならんでいることになります。