最難関問題集4年下第5回・くわしい解説

目　次

すぐる学習会
http://www.suguru.jp

$\boxed{1}$

三角形の内角の和は 180 度ですから，

ア＋イ＝180－60＝ 120（度），

ウ＋エ＝180－125＝ 55（度）です。

アはウの 2 倍なので，ウを①，アを②にします。

また，イはエよりも 30 度大きいので，エを $\boxed{1}$ とすると，イは $\boxed{1}$ ＋ 30 になります。

ア＋イ＝ 120度なので，②＋ $\boxed{1}$ ＋30度＝ 120度です。

120－30＝ 90 なので，②＋ $\boxed{1}$ ＝ 90度 となります。…（★）

また，ウ＋エ＝ 55度なので，①＋ $\boxed{1}$ ＝ 55度 です。…（☆）

（★）と（☆）をくらべると，②－①＝① が，90－55＝ 35（度）であることがわかります。

よって（☆）により，$\boxed{1}$ は 55－35＝ 20（度）です。

角アは②なので，35×2＝ 70（度）です。

角イは $\boxed{1}$ ＋30 なので，20＋30＝ 50（度）です。

角ウは①なので，35 度です。

角エは $\boxed{1}$ なので，20 度です。

2

(1)　8＝2×2×2 なので，$\frac{3}{8}=\frac{3}{2\times2\times2}$ です。

2×5＝10 を利用するためには，分子と分母に5を3個ずつかけて，

$$\frac{3}{8}=\frac{3}{2\times2\times2}=\frac{3\times5\times5\times5}{2\times2\times2\times5\times5\times5}=\frac{375}{2\times5\times2\times5\times2\times5}=\frac{375}{10\times10\times10}=\frac{375}{1000}=0.375$$

(2)　(1)では，分母に2が3個あったので，分子と分母に5を3個ずつかけて，分母を「10×10×10」の形にしました。すると，0.375という，小数第3位までの小数になりました。

もし，$\frac{3}{4}=\frac{3}{2\times2}$ のような，分母に2が2個あるような分数なら，分子と分母に5を2個ずつかけて，分母を「10×10」の形にすることができるので，小数第2位までの小数になります。

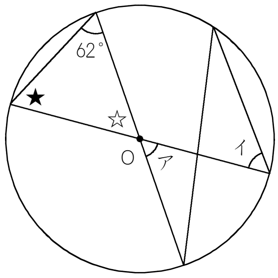
(2)では，64＝2×2×2×2×2×2 なので，$\frac{11}{64}=\frac{11}{2\times2\times2\times2\times2\times2}$ ですから，分母に2が6個あったので，分子と分母に5を6個ずつかけることによって，分母を「10×10×10×10×10×10」　の形にすることができるので，小数第6位までの小数になります。

$\boxed{3}$ (1)

半径が等しいので二等辺三角形があり，右の図の★は62度です。

よって☆は 180－62×2＝56（度）になります。

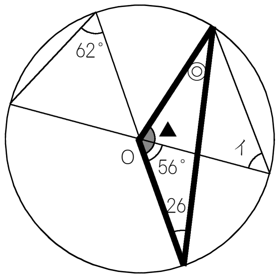
角アも 56 度です。



また，右の図のように補助線を引くと，太線でかこまれた三角形は二等辺三角形です。

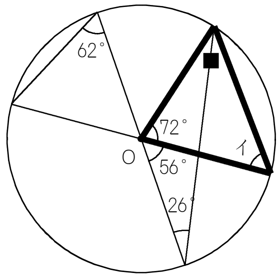
◎は 26 度になり，かげをつけた角度は，180－26×2＝128（度）です。

よって▲は，128－56＝72（度）です。

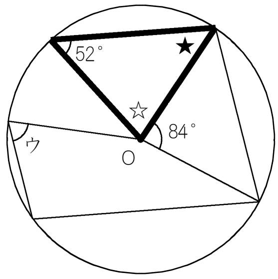


右の図の太線でかこまれた三角形は二等辺三角形です。

■と角イが同じ角度になるので，角イは，(180－72)÷2＝ 54（度）です。

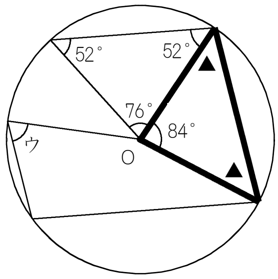


$\boxed{3}$ (2)



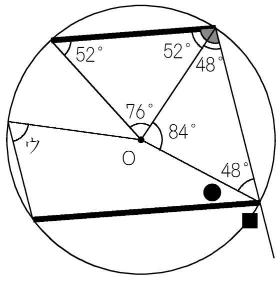
半径が等しいので，右の図の太線でかこまれた三角形は，二等辺三角形です。

よって★は 52 度で，☆は 180－52×2＝ 76（度）です。



右の図の太線でかこまれた三角形も，二等辺三角形です。

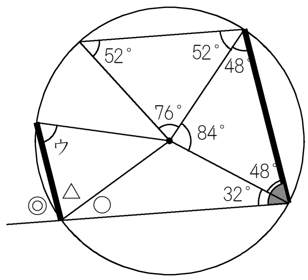
2 つの▲と▲の角度は等しく，(180－84)÷2＝ 48（度）です。



右の図のかげをつけた角度は，52＋48＝ 100（度）です。

2 本の太線は平行になっていると問題に書いてあったので，■も 100 度です。

よって●は，180－(48＋100)＝ 32（度）です。



右の図のように補助線を引くと，二等辺三角形ができるので，○は 32 度です。

かげをつけた角度は，48＋32＝ 80（度）です。

2 本の太線は平行になっていると問題に書いてあったので，◎も 80 度です。

△は，180－(32＋80)＝ 68（度）です。

二等辺三角形なので，角ウも 68 度になります。

$\boxed{4}$

$2\frac{2}{5}=\frac{12}{5}$と$6\frac{2}{3}=\frac{20}{3}$を，ある分数にかけたところ，答えが整数になったそうです。

ある分数を$\frac{\triangle}{\bigcirc}$とすると，$\frac{\triangle}{\bigcirc}\times\frac{12}{5}=$整数，$\frac{\triangle}{\bigcirc}\times\frac{20}{3}=$整数　となります。

$\frac{\triangle\times 12}{\bigcirc\times 5}=$整数，$\frac{\triangle\times 20}{\bigcirc\times 3}=$整数　となりますが，分数×分数が整数になるため

には，たとえば $\frac{27}{8}\times\frac{32}{3}=\frac{\cancel{27}^{9}\times\cancel{32}^{4}}{\cancel{8}_{1}\times\cancel{3}_{1}}=\frac{36}{1}=36$ のように，約分されて，分母が

1にならなければなりません。

そこで，まず△はどのような数にならなければいけないのか，考えてみます。

$\frac{\triangle\times 12}{\bigcirc\times 5}$の△は分母の5と約分されて，$\frac{\overset{\text{何か}}{\cancel{\triangle}}\times 12}{\bigcirc\times\cancel{5}_{1}}$となるためには，△は5の倍数に

ならなければなりません。

同じようにして，$\frac{\triangle\times 20}{\bigcirc\times 3}$の△は分母の3と約分されて，$\frac{\overset{\text{何か}}{\cancel{\triangle}}\times 20}{\bigcirc\times\cancel{3}_{1}}$となるためには，

△は3の倍数にならなければなりません。

以上のことから，△は5の倍数でもあるし，3の倍数でもあるので，△は5と3の

公倍数になります。

次に，○はどのような数にならなければいけないのか，考えてみます。

$\frac{\triangle\times 12}{\bigcirc\times 5}$の○は分子の12と約分されて，$\frac{\triangle\times\cancel{12}^{\text{何か}}}{{}_{1}\cancel{\bigcirc}\times 5}$となるためには，○は12の約数に

ならなければなりません。

同じようにして，$\frac{\triangle\times 20}{\bigcirc\times 3}$の○は分子の20と約分されて，$\frac{\triangle\times\cancel{20}^{\text{何か}}}{{}_{1}\cancel{\bigcirc}\times 3}$となるためには，

○は20の約数にならなければなりません。

（次のページへ）

以上のことから，○は 12 の約数でもあるし，20 の約数でもあるので，○は 12 と 20の公約数になります。

$\dfrac{△}{○}$ の，分子である△は 5 と 3 の公倍数で，○は 12 と 20 の公約数であることがわかりました。

$$\frac{△}{○}=\frac{5\text{と}3\text{の公倍数}}{12\text{と}20\text{の公約数}}$$

5 と 3 の公倍数は，最小公倍数である 15 の倍数です。

12 と 20 の公約数は，最大公約数である 4 の約数です。

$$\frac{△}{○}=\frac{15\text{の倍数}}{4\text{の約数}}$$

ところで，分母が 4 の約数は，1，2，4 の 3 種類ありますから，$\dfrac{15\text{の倍数}}{1}$，$\dfrac{15\text{の倍数}}{2}$，$\dfrac{15\text{の倍数}}{4}$ の 3 種類を考えなければならないように思えますが，$\dfrac{15\text{の倍数}}{4}$ だけ考えればよいです。なぜなら，たとえば $\dfrac{75}{2}$ という分数だったら，分子も分母も2倍した $\dfrac{150}{4}$ という分数と同じ大きさで，しかも $\dfrac{150}{4}$ は $\dfrac{15\text{の倍数}}{4}$ の中にふくまれています。

このように，$\dfrac{15\text{の倍数}}{1}$，$\dfrac{15\text{の倍数}}{2}$，$\dfrac{15\text{の倍数}}{4}$ は，すべて $\dfrac{15\text{の倍数}}{4}$ の中にふくまれているので，$\dfrac{15\text{の倍数}}{4}$ だけ考えればよいわけです。

$\dfrac{15\text{の倍数}}{4}$ を，小さい方から書いていくと，$\dfrac{15}{4}=3\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{30}{4}=7\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{45}{4}=11\dfrac{3}{4}$，…となります。もっと書いていくと，

（次のページへ）

$3\frac{3}{4}$，$7\frac{1}{2}$，$11\frac{1}{4}$，（15は整数なのでダメ）

$18\frac{3}{4}$，$22\frac{1}{2}$，$26\frac{1}{4}$，（30は整数なのでダメ）

$33\frac{3}{4}$，$37\frac{1}{2}$，$41\frac{1}{4}$，（45は整数なのでダメ）

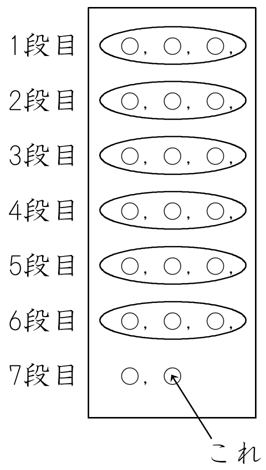
……………………………………………………

のようになります。このように3個ずつ書くことによって，分数部分がたてにそろっています。

2番目の分数，4番目の分数は，上の表の中にすでに入っています。

20番目の分数は，1段に3個ずつのセットだと考えて，20÷3＝6 あまり 2 より，6段と，あと2個です。

よって，



となりますから，それぞれのセットのまん中の分数の7番目です。

まん中の分数は，$7\frac{1}{2}$，$22\frac{1}{2}$，$37\frac{1}{2}$，…のように，分数部分は$\frac{1}{2}$で，整数部分は7から始まり，15ずつ増える等差数列です。

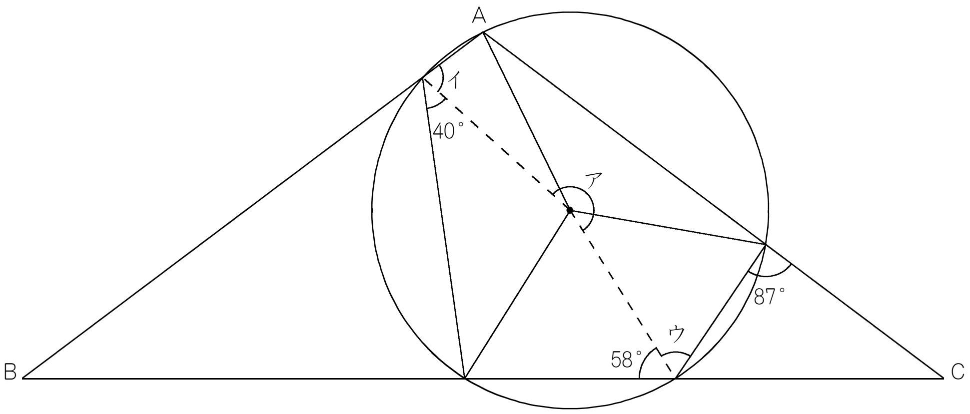
7番目の整数は，はじめ＋増える数×(N－1)＝7＋15×(7－1)＝97です。

よって答えは，2番目が$7\frac{1}{2}$，4番目が$18\frac{3}{4}$，20番目が$97\frac{1}{2}$ になります。

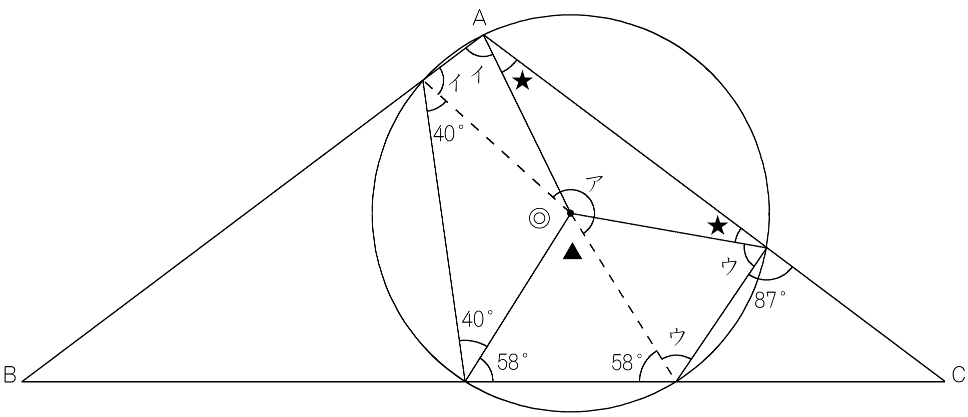
5

大変むずかしい問題です。解説を読んで理解できたらＯＫです。

まず，点Ｏから補助線を引きます。



二等辺三角形がたくさんできるので，同じ角度には同じ記号や数値を書きこみます。



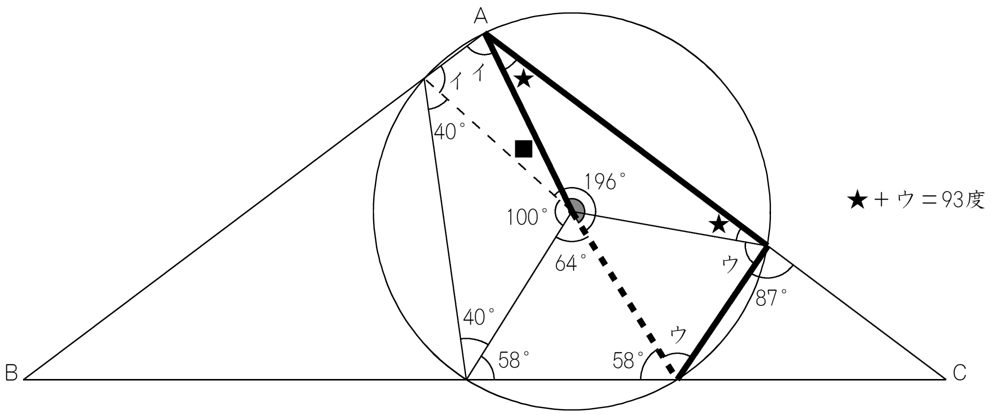
上の図の◎は，180－40×2＝100（度），▲は，180－58×2＝64（度）です。

よって角アは，360－(100＋64)＝196（度）です。

また，★＋ウ＋87度＝180度ですから，★＋ウ＝180－87＝93（度）です。

（次のページへ）

次に，下の図の太線をつけた四角形に注目します。



この四角形の，かげをつけた角度以外の3つの角は，★，ウ，(★＋ウ) になっています。

★＋ウ＝93度ですから，★＋ウ＋(★＋ウ)は，93×2＝186（度）です。

四角形の内角の和は360度ですから，かげをつけた角度は，360－186＝174（度）です。

角アは196度でしたから，上の図の■は，196－174＝22（度）です。

したがって角イは，(180－22)÷2＝79（度）です。

これで角ア，角イが求められましたが，まだわかっていないのは角ウです。

角ウを求めるには，他にまだ使っていない条件を使うことになります。

まだ使っていない条件とは何なのか，わかりますか？

その条件とは，「三角形ＡＢＣは二等辺三角形」という条件です。

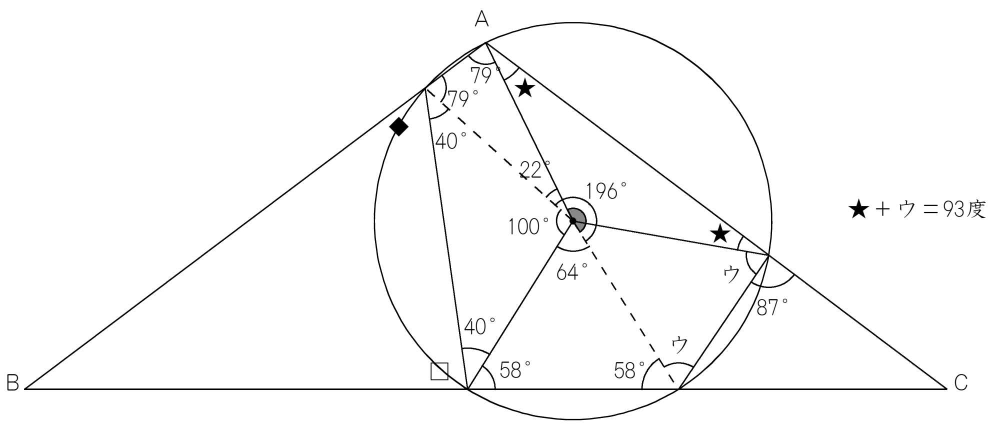
二等辺三角形は，どこか1つの角度がわかれば，他の2つの角度もわかります。

（次のページへ）

下の図で，◆は 180－(79＋40)＝61（度），□は 180－(40＋58)＝82（度）です。

よって角Bは，180－(◆＋□)＝180－(61＋82)＝37（度）です。

二等辺三角形ですから，角Cも37度になり，角Aは，180－37×2＝106（度）です。



よって，★は，106－79＝27（度）です。

★＋ウ＝93度でしたから，ウ＝93－27＝66（度）です。

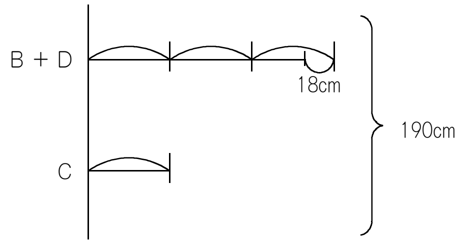
これで，角ア＝196度，角イ＝79度，角ウ＝66度とわかりました。

6 (1)

Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの合計が300cmで，Ａは110cmですから，Ｂ，Ｃ，Ｄの合計は，300－110＝190（cm）です。

しかも(1)では，ＢとＤの長さの合計が，Ｃの長さの3倍よりも18cm短いと書いてありました。

Ｂ，Ｃ，Ｄのようすは，右のような線分図になります。

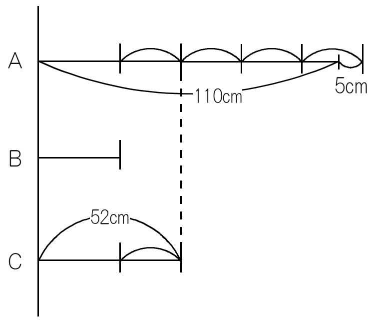


Ｃは，(190＋18)÷(3＋1)＝52（cm）です。

Ｂ＋Ｄは，52×3－18＝138（cm）です。

他に，「Ｂが最も短い」という条件と，「ＡとＢの長さの差は，ＢとＣの長さの差の4倍よりも5cm短い」という条件が，書いてありました。

線分図にすると，右の図のようになります。



110＋5－52＝63（cm）が，3山ぶんにあたります。

1山あたり，63÷3＝21（cm）です。

ＢとＣの差が21cmであることがわかったので，Ｂは，52－21＝31（cm）です。

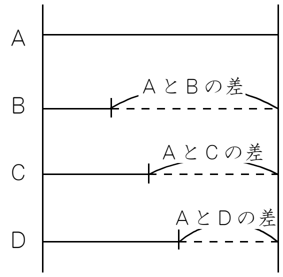
Ｂ＋Ｄは138cmでしたから，Ｄは，138－31＝107（cm）です。

Ｃは52cm，Ｄは107cmであることがわかりました。

$\boxed{6}$ (2)

① 問題を読むと，「Aと」Bの差，「Aと」Cの差，「Aと」Dの差と書いてあって，どれも「Aと」というところが共通しています。

線分図にすると，右の図の点線部分の合計を求めることになります。



ところで，A～Dの合計は300cmです。よって右の図の実線部分の合計は300cmです。

また，Aは110cmです。よって右の図の実線と点線を合わせた合計は，Aが4本ぶんになるので，110×4＝440（cm）です。

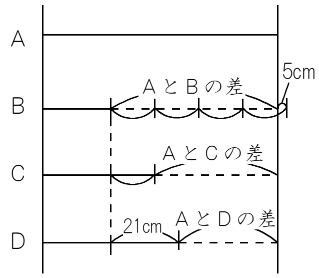
よって点線部分の合計は 440－300＝140（cm）になり，これが答えになります。

（次のページへ）

②　問題に「ＢとＤの差は21cm」と書いてありました。

さらに，「ＡとＢの差は，ＢとＣの差の4倍より5cm短い」と書いてありました。

そのことを①の線分図に書きこむと，右の図のようになります。



1山を$\boxed{1}$とすると，「ＡとＢの差」は，「$\boxed{4}$－5cm」です。

「ＡとＣの差」は，「ＡとＢの差」よりも$\boxed{1}$だけ短いので，$\boxed{4}$－5cm－$\boxed{1}$＝$\boxed{3}$－5cm　です。

「ＡとＤの差」は，「ＡとＢの差」よりも21cmだけ短いので，$\boxed{4}$－5cm－21cm＝$\boxed{4}$－26cm　です。

これで，「ＡとＢの差」は「$\boxed{4}$－5cm」，「ＡとＣの差」は「$\boxed{3}$－5cm」，「ＡとＤの差」は「$\boxed{4}$－26cm」となりました。

その合計が，①で求めた通り140cmですから，$\boxed{4}$－5cm＋$\boxed{3}$－5cm＋$\boxed{4}$－26cm＝140cmとなります。

$\boxed{4}$＋$\boxed{3}$＋$\boxed{4}$＝$\boxed{11}$，140＋5＋5＋26＝176　ですから，$\boxed{11}$＝176cmとなります。

$\boxed{1}$＝176÷11＝16（cm）です。

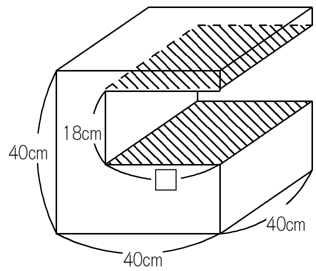
よって，「ＡとＣの差」＝「$\boxed{3}$－5cm」＝16×3－5＝43（cm）です。

また，「ＡとＤの差」＝「$\boxed{4}$－26cm」＝16×4－26＝38（cm）です。

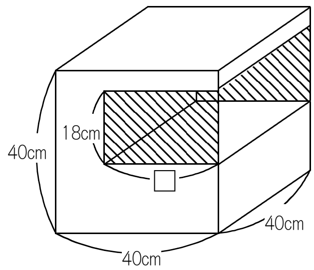
Ａは110cmでしたから，Ｃは　110－43＝67（cm），Ｄは　110－38＝72（cm）です。

7

立体イは，立方体アよりも，右の図の長方形２個ぶん表面積がふえて，



右の図の長方形２個ぶん表面積がへりました。



ふえたぶんは，「40×□」が２個ぶんなので，「40×□×2」です。つまり，「80×□」です。

へったぶんは，「18×□」が２個ぶんなので，「18×□×2」です。つまり，「36×□」です。

「80×□」は「□が80個ぶん」として，「36×□」は「□が36個ぶん」とすると，□が80個ぶんふえて，□が36個ぶんへったのですから，結局，□が 80－36＝44（個）ぶんふえたことになります。

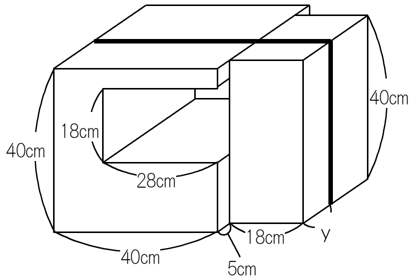
つまり，立方体アよりも，立体イの方が，表面積が「44×□」だけふえたことになります。
問題には，表面積が1232cm^{2}ふえたと書いてありましたから，44×□＝1232 です。

よって□＝1232÷44＝28 です。

実際には□ではなくｘなので，ｘ＝28cmです。

（次のページへ）

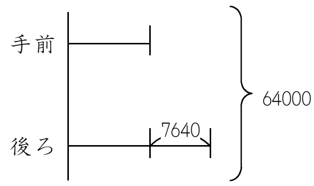
立体**エ**は，もとは立方体**ア**だったので，体積は立体**ア**と同じで，$40\times40\times40=64000$（cm^3）です。



よって，太線よりも手前の立体の体積と，後ろの立体の体積の和が，$64000cm^3$です。

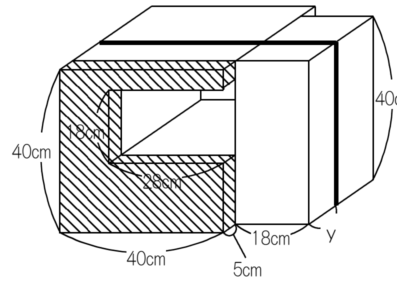
問題には，手前の立体の体積は，後ろの立体の体積よりも$7640cm^3$だけ小さいと書いてありました。

線分図にすると，右の図のようになります。

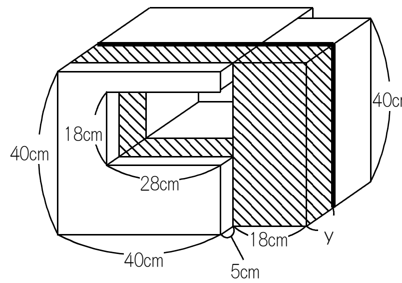


よって，手前の立体の体積は，
$(64000-7640)\div2=28180$（cm^3）です。

手前の立体のうち，右の図のしゃ線をつけた部分の体積は，$(40\times40-18\times28)\times5=5480$（$cm^3$）です。

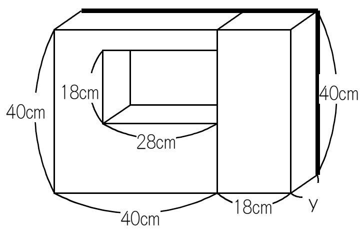


手前の立体のうちの残りの部分の体積は，
$28180-5480=22700$（cm^3）です。
これが，右の図のしゃ線をつけた立体の体積です。



この，しゃ線をつけた立体だけぬき出すと，

右の図のようになります。



この立体の底面を前の面だと考えると，面積は，
$(40\times40-18\times28)+40\times18$
$=1096+720$
$=1816$（cm^2）です。

よって，$1816\times y=22700$ となり，$y=22700\div1816=12.5$（cm）です。