最難関問題集4年下第9回・くわしい解説

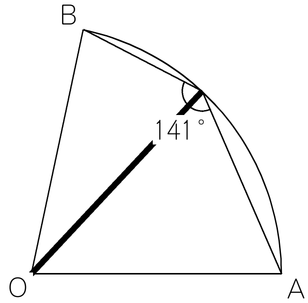
目　次

すぐる学習会
http://www.suguru.jp

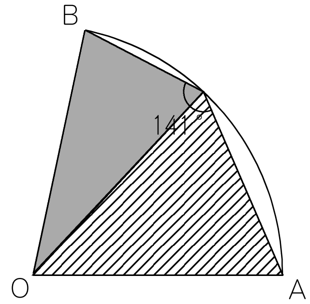
応用問題A $\boxed{1}$ (1)

いつもOから補助線を引くので，「おから」（Oから）とおぼえておきましょう。

右の図のように，Oから補助線を引きます。

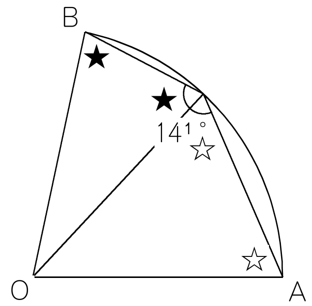


半径は同じ長さなので，右の図のかげをつけた三角形も，しゃ線をつけた三角形も，二等辺三角形になります。



よって右の図の★と★は同じ角度になり，☆と☆も同じ角度になります。

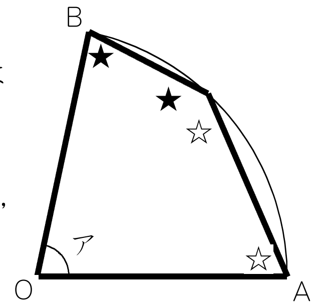
★と☆の和は141度になります。



右の図の太線でかこまれた図形は四角形ですから，内角の和は360度です。

「ア★★☆☆」で360度ですが，★と☆の和は141度ですから，★★☆☆は，141×2＝282（度）です。

よってアは，360－282＝78（度）です。



応用問題A $\boxed{1}$ (2)

(1)で，角Oは78度であることがわかりました。

$\frac{78}{360}=\frac{13}{60}$ ですから，円周の $\frac{13}{60}$ である弧の長さが，40.82cmです。

円周は，「半径×2×3.14」で求められます。

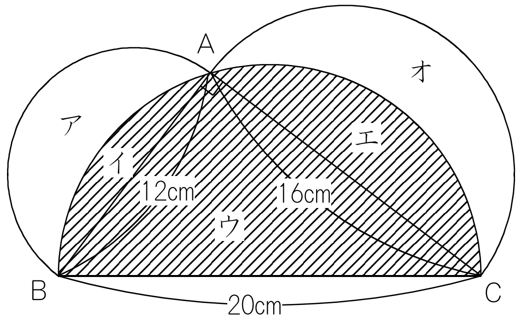
よって，半径×2×3.14× $\frac{13}{60}$ = 40.82 となります。

このような問題は，まず40.82を3.14でわると，計算がしやすくなります。

40.82÷3.14＝13 ですから，半径×2× $\frac{13}{60}$ ＝13 となります。

よって，半径＝13÷ $\frac{13}{60}$ ÷2＝ 60÷2＝ 30（cm）です。

応用問題A $\boxed{2}$



(1)　イとエの面積の和は，右の図のしゃ線をつけた半円から，三角形ＡＢＣ（＝ウ）を引くことによって求めることができます。

半円の直径は20 cmなので，半径は 20÷2＝ 10（cm）です。

半円の面積は，10×10×3.14÷2＝ 157（cm^2）です。

三角形ＡＢＣ（＝ウ）は，底辺が12 cmで高さが16 cmだとして，12×16÷2＝ 96（cm^2）です。

よって，イとエの面積の和＝半円－三角形ＡＢＣ＝157－96＝ 61（cm^2）です。

(2)　この問題は，アとイの和である半円と，エとオの和である半円の面積を求めて，「ア＋イ＋エ＋オ」を求め，(1)の答えである「イ＋エ」を引くことによって「ア＋オ」を求める方法で解きます。（実は，もっともっと簡単な方法がありますが。）

アとイの和は，直径が12 cm（＝半径が6 cmの）半円です。

アとイの面積の和は，6×6×3.14÷2 です。

エとオの和は，直径が16 cm（＝半径が8 cmの）半円です。

エとオの面積の和は，8×8×3.14÷2 です。

よって「ア＋イ＋エ＋オ」は，
6×6×3.14÷2＋8×8×3.14÷2＝18×3.14＋32×3.14＝(18＋32)×3.14＝50×3.14＝ 157（cm^2）です。

「イ＋エ」は，(1)で求めた通り 61 cm^2ですから，「ア＋オ」は，157－61＝ 96（cm^2）です。

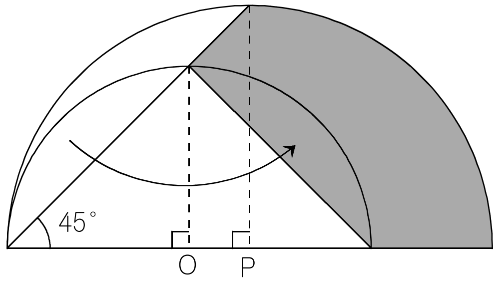
$\boxed{\text{別解}}$　「ヒポクラテスの定理」という定理があって，アとオの面積の和は，なんと！三角形ＡＢＣの面積と等しくなるのです！

三角形ＡＢＣの面積は，12×16÷2＝ 96（cm^2）ですから，「ア＋オ」も，96 cm^2です。

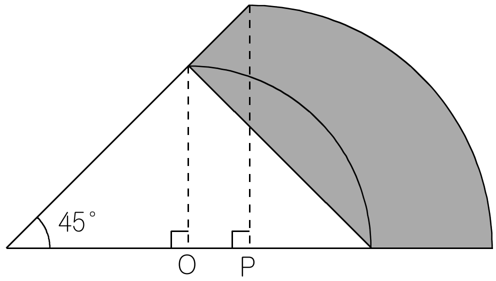
（ヒポクラテスの定理が成り立つ理由は，中学校で「三平方の定理」を習うとわかります。）

応用問題A $\boxed{3}$

まず，右の図のようにかげの部分を移します。

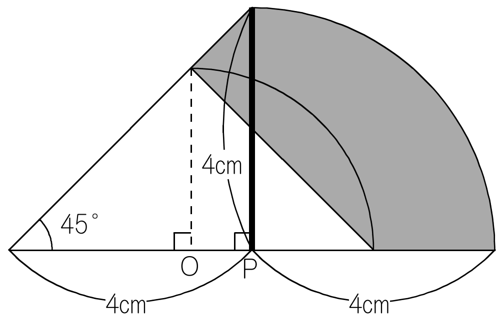


かげの部分は，右の図の全体の面積から，白い直角二等辺三角形の面積を引くことによって求めます。



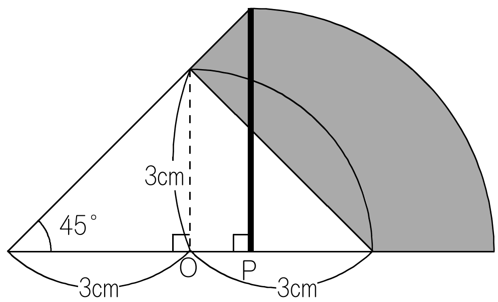
右の図全体は，「おうぎ形ではない」ことに注意しましょう。
太線で分けて，左側は直角二等辺三角形，右側は四分円です。

左側の直角二等辺三角形の面積は，
4×4÷2＝８（cm^2）です。
右側の四分円の面積は，
4×4×3.14÷4＝4×3.14＝12.56（cm^2）です。



よって全体の面積は，8＋12.56＝20.56（cm^2）です。

白い直角二等辺三角形は，底辺が 3＋3＝6（cm），高さが3cmですから，面積は，6×3÷2＝9（cm^2）です。



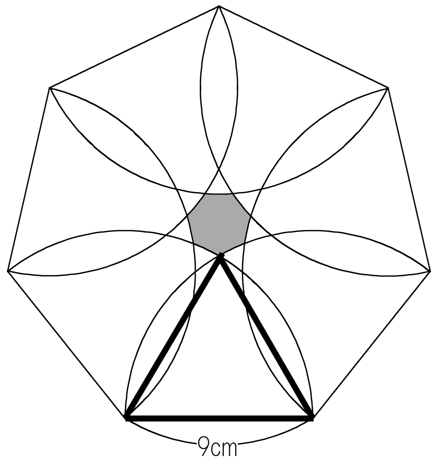
全体の面積は20.56cm^2で，白い直角二等辺三角形の面積は9cm^2ですから，かげをつけた部分の面積は，20.56－9＝11.56（cm^2）です。

応用問題A $\boxed{4}$

このような問題では，$\boxed{\text{正三角形を見つける}}$ ことがポイントです。

右の図の太線でかこまれた三角形は，辺の長さがどれもおうぎ形の半径になっていますから，正三角形です。

よって１つの内角は60度です。

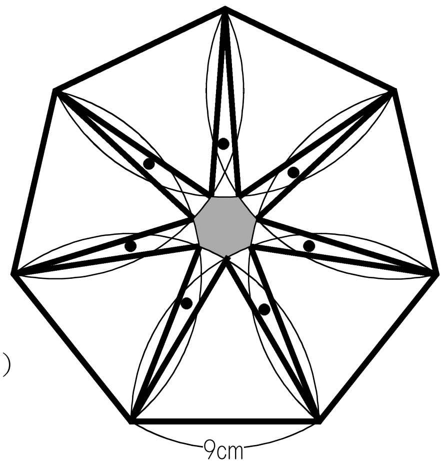


右の図のように，７つの正三角形を書きます。

ところで，Ｎ角形の内角の和は，180×(Ｎ－2) で求められます。

七角形の内角の和は，180×(7－2)＝900（度）です。

右の図の７つの●の角度の和は，900－60×2×7＝60（度）です。



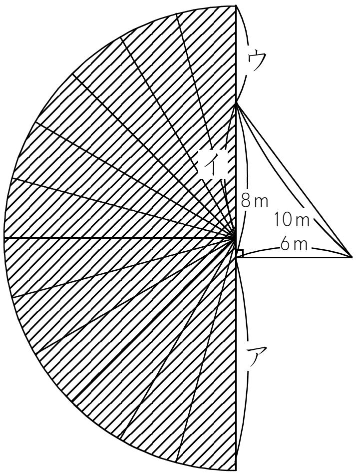
よって，かげをつけた部分のまわりの長さは，「半径が９cmで，中心角が60度」のおうぎ形の弧の長さと同じです。

$9 \times 2 \times 3.14 \times \frac{60}{360} = 9 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{6} = 3 \times 3.14 =$ 9.42（cm）になります。

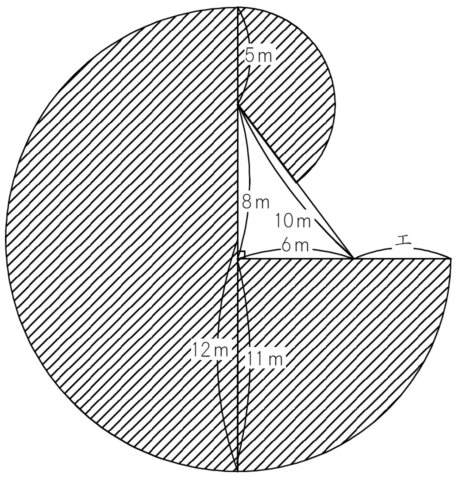
応用問題B $\boxed{1}$ (1)

右の図のように，半径12mの半円をえがきます。

アは 12－1＝11（m），
イは 8－1＝7（m），
ウは 12－イ＝12－7＝5（m）です。



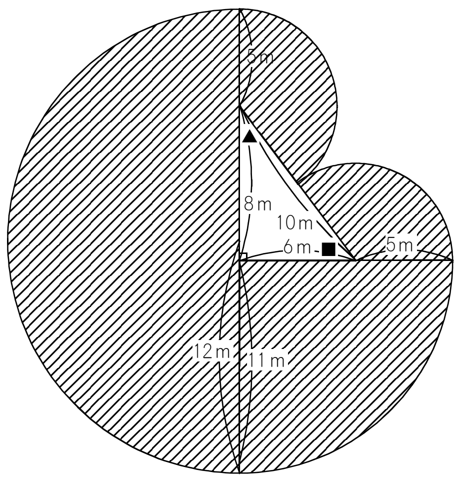
さらに，右の図のように動きます。
エは，11－6＝5（m）です。



ロープが動くことのできるはん囲は，右の図のようになります。

半径12mの半円と，半径11mの四分円と，半径5mのおうぎ形が2つあります。

半径5mのおうぎ形の中心角は，(180－▲)度と，(180－■)度です。合わせて，
(180－▲)＋(180－■)＝360－(▲＋■) です。



直角三角形の内角の和は180度ですから，
▲＋■＝180－90＝90（度）なので，半径5mの
おうぎ形2つの中心角の和は，360－(▲＋■)＝360－90＝270（度）です。

（次のページへ）

$\frac{270}{360}=\frac{3}{4}$ ですから，四分円が３つぶんです。

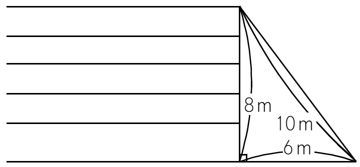
よって，半径12ｍの半円と，半径11ｍの四分円と，半径５cmの四分円が３つぶんになるので，

$$
\begin{aligned}
&12\times12\times3.14\div2 + 11\times11\times3.14\div4 + 5\times5\times3.14\div4\times3\\
=&\ 72\times3.14 + 30.25\times3.14 + 18.75\times3.14\\
=&\ (72+30.25+18.75)\times3.14\\
=&\ 121\times3.14\\
=&\ 379.94\ (\text{cm}^2)
\end{aligned}
$$

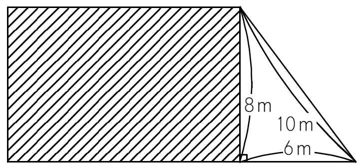
です。

応用問題B $\boxed{1}$ (2)

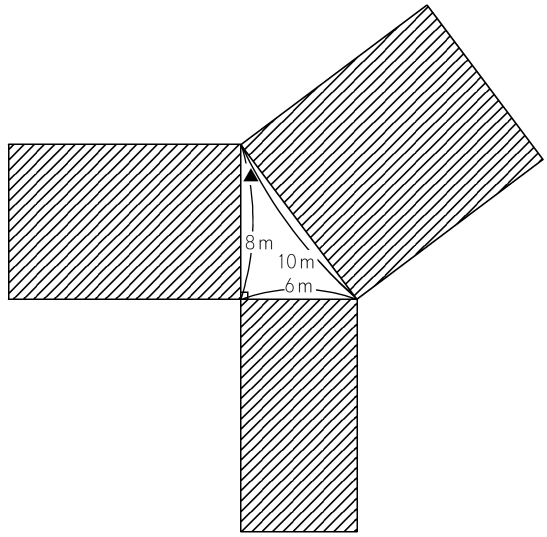
点Ｐが辺ＡＢ上を動くとき，ぴんとはったロープは右の図の動くので，



動いたはん囲は，右の図のしゃ線部分のような，長方形になります。



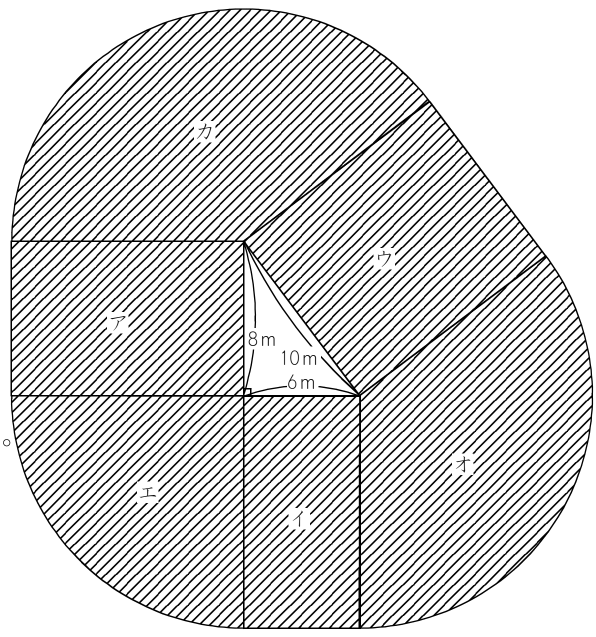
点Ｐが辺ＢＣ，辺ＣＡ上を動くときも，同じように長方形になります。



点Ｐが点Ｂに止まっているときは，半径 12 ｍのおうぎ形をえがきます。

点Ｐが点Ｃ，点Ａに止まっているときも，同じく半径 12 ｍのおうぎ形をえがきます。

よって，ロープが動くことのできるはん囲は右の図のしゃ線部分になります。



長方形部分は，ロープの長さが 12 ｍですから，
ア＋イ＋ウ＝8×12＋6×12＋10×12＝ 288（m^2）です。

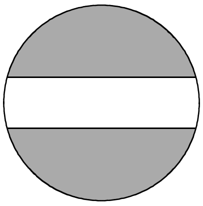
おうぎ形部分は，くっつけると円になるので，
エ＋オ＋カ＝12×12×3.14＝ 452.16（m^2）です。

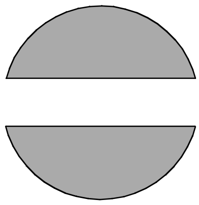
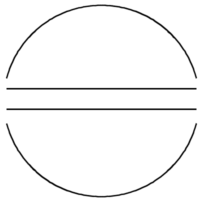
全部で，288＋452.16＝ 740.16（m^2）になります。

応用問題B $\boxed{2}$

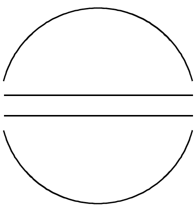
円周の長さを求めて計算していくよりも，角度で考えた方が解きやすいです。

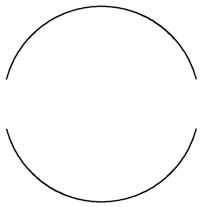
円周の $\frac{2}{3}$ は，$360 \times \frac{2}{3} = 240$（度）です。

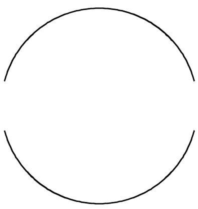
つまり，  のかげをつけた部分のまわりの長さが，白い部分のまわりの長さよりも，240度ぶんだけ長くなっています。

かげをつけた部分のまわりは，  ですから  です。

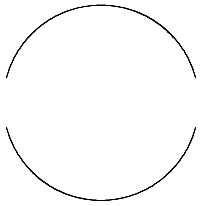
白い部分のまわりは，  ですから  です。

よって  は  よりも 240度ぶんだけ長いことになります。

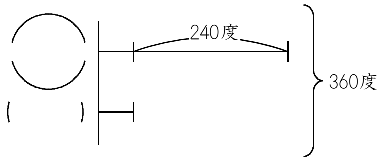
直線部分は同じなので，  は  よりも 240度ぶんだけ長いです。

 と  の合計は円になり，360 度ぶんです。

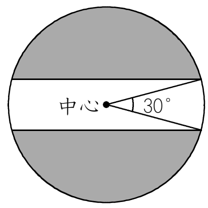
（次のページへ）

よって，との和は360度，差は240度になり，和差算です。

右のような線分図になり，の角度は，
(360－240)÷2＝60（度）です。

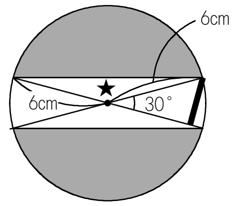


の角度は，60÷2＝30（度）ですから，右の図のようになります。



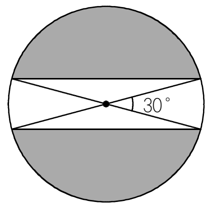
$\frac{30}{360}=\frac{1}{12}$ ですから，このおうぎ形の面積は，$6\times6\times3.14\times\frac{1}{12}=9.42$（$cm^2$）
です。

右の図の★をつけた三角形は，底辺を6cmにすると，高さは太線の
部分になり，正三角形の半分なので，6÷2＝3（cm）です。



よって，★の面積は，6×3÷2＝9（cm^2）です。

白い部分の面積は，1つのおうぎ形の面積が9.42 cm^2で，1つの三角形の
面積が9 cm^2 ですから，9.42×2＋9×2＝36.84（cm^2）です。



全体の円の面積は，6×6×3.14＝113.04（cm^2）ですから，かげをつけた部分の
面積は，113.04－36.84＝76.2（cm^2）になります。