シリーズ4年上第14回・くわしい解説

※　等差数列のＮ番目＝はじめの数＋$\boxed{\text{ふえる数×（Ｎ－１）}}$

減っていく等差数列なら，はじめの数－$\boxed{\text{へる数×（Ｎ－１）}}$

※　等差数列の和＝（はじめの数＋おわりの数）×Ｎ÷２

※　１から始まる奇数の和＝個数×個数

※　１から１０までの整数の和は５５
１から１３までの整数の和は９１

目　次

すぐる学習会
http://www.suguru.jp

基本$\boxed{1}$ (1)

６ずつ増えています。
ア…１３＋６＝１９ です。２５－６＝１９ としてもＯＫです。

イ…２５＋６＝３１ です。３７－６＝３１ としてもＯＫです。

基本$\boxed{1}$ (2)

等差数列のＮ番目＝はじめの数 ＋ $\boxed{\text{ふえる数×（Ｎ－１）}}$

はじめの数は２で，３ずつふえていますから，ふえる数は３です。
１５番目の数を求めるので，Ｎを１５にします。

２ ＋ $\boxed{\text{３×（１５－１）}}$ ＝ ２ ＋ $\boxed{\text{３×１４}}$ ＝ ２ ＋ ４２ ＝ ４４ になります。

基本$\boxed{1}$ (3)

等差数列のＮ番目＝はじめの数 － $\boxed{\text{へる数×（Ｎ－１）}}$

はじめの数は９９で，４ずつへっていますから，へる数は４です。
２０番目の数を求めるので，Ｎを２０にします。

９９ － $\boxed{\text{４×（２０－１）}}$ ＝ ９９ － $\boxed{\text{４×１９}}$ ＝ ９９－７６ ＝ ２３ になります。

基本 $\boxed{1}$ (4)

等差数列のＮ番目＝はじめの数 ＋ $\boxed{\text{ふえる数×（Ｎ－１）}}$

はじめの数は１で，４ずつふえていますから，ふえる数は４です。
何番目の数かわからない（というか，それを求める問題）ので，ＮはＮのままにします。そして，イコール９３として，逆算をします。

１ ＋ $\boxed{\text{４×（Ｎ－１）}}$ ＝ ９３

$\boxed{\text{４×（Ｎ－１）}}$ の部分は，９３－１＝９２ です。

（Ｎ－１） の部分は，９２÷４＝２３ です。

よってＮは，２３＋１＝２４ です。

したがって，９３は２４番目の数です。

※　Ｎを９３にするミスが多いです。
９３番目の数を求めるのではなく，９３が何番目かを求める問題なので，逆算になります。

※　４×（Ｎ－１）のところを大きいワクでかこっておかないと，
１＋４×（Ｎ－１）＝９３ となって，「１＋４」を計算してしまいそうになります。
ワクでかこむことは，ミスをしないために必要です。

※　せっかく，（Ｎ－１）の部分が２３であると求めても，そのまま答えを２３番目にしたり，２３－１＝２２ としてしまうミスが多いです。注意しましょう。

基本 1 (5)

等差数列の和＝（はじめの数＋おわりの数）×Ｎ÷２

１＋２＋３＋……＋１０　の場合は，はじめの数が１で，おわりの数は１０です。

あとは，Ｎがわかれば計算できますが，Ｎは個数を表しています。
つまり，１，２，３，……，１０の個数が，何個なのかがわかればＯＫですが，もちろん１０個です。

よって，
（はじめの数＋おわりの数）×Ｎ÷２
＝（１＋１０）×１０÷２
＝１１×１０÷２
＝５５

※　１から１０までの和が５５であることはよく出題されるので，おぼえておくとラクです。
　他に，１から１３までの和が９１であることもよく出題されるので，おぼえておきましょう。

基本 1 (6)

１からはじまる連続する奇数の和は，「個数×個数」になる，という性質があります。

たとえば　１＋３　の場合，個数は１と３の２個ですから，２×２＝４　になります。
１＋３＋５　の場合，個数は１と３と５の３個ですから，３×３＝９　になります。
１＋３＋５＋７　の場合，個数は１と３と５と７の４個ですから，４×４＝１６　になります。

１＋３＋５＋７＋９　の場合，個数は５個ですから，５×５＝２５　となります。

よって，アは５，イは２５になります。

基本 $\boxed{2}$

(1)　２，６，１０，１４，……のように，数が２５個ならんでいます。

最後にならべた数は，２５番目の数ですから，

等差数列のＮ番目＝はじめの数 ＋ $\boxed{\text{ふえる数×（Ｎ－１）}}$

の公式で，求めることができます。

はじめの数は２，ふえる数は４，Ｎは２５ですから，

２ ＋ $\boxed{\text{４×（２５－１）}}$ ＝ ２ ＋ $\boxed{\text{４×２４}}$ ＝ ２＋９６ ＝ ９８

よって，最後にならべた数は，９８ です。

(2)　(1)で，最後にならべた数は，９８であることがわかりました。

２，６，１０，１４，……，９８ のように，数が２５個ならんでいます。この２５個の数の和を求めるのですから，

等差数列の和＝（はじめの数＋おわりの数）×Ｎ÷２

を利用します。

はじめの数は２で，おわりの数は９８です。また，Ｎは個数ですから２５です。

よって，（２＋９８）×２５÷２＝１００×２５÷２＝１２５０ になります。

基本 3

(1)　８８，８２，７６，７０，６４，……，２２ のように，数がならんでいます。
　６ずつへっていく等差数列です。

等差数列のＮ番目＝はじめの数 － $\boxed{\text{へる数×（Ｎ－１）}}$

の公式で，求めることができます。

　はじめの数は８８，へる数は６です。
　何番目の数かわからない（というか，それを求める問題）ので，ＮはＮのままにします。そして，イコール２２として，逆算をします。

　８８ － $\boxed{\text{６×（Ｎ－１）}}$ ＝ ２２

$\boxed{\text{６×（Ｎ－１）}}$ の部分は，８８－２２＝６６ です。

（Ｎ－１） の部分は，６６÷６＝１１ です。

よってＮは，１１＋１＝１２ です。

　したがって，２２は１２番目の数ですから，全部で１２個の数をならべたことになります。

※　６×（Ｎ－１）のところを大きいワクでかこっておかないと，
　８８－６×（Ｎ－１）＝２２ となって，「８８－６」を計算してしまいそうになります。ワクでかこむことは，ミスをしないために必要です。
※　せっかく，（Ｎ－１）の部分が１１であると求めても，そのまま答えを１１番目にしたり，１１－１＝１０ としてしまうミスが多いです。注意しましょう。

(2)　(1)で，８８，８２，７６，７０，……，２２ のように，数が１２個ならんでいることがわかりました。この１２個の数の和を求めるのですから，

等差数列の和＝（はじめの数＋おわりの数）×Ｎ÷２

を利用します。
　はじめの数は８８で，おわりの数は２２です。また，Ｎは個数ですから１２です。

　よって，（８８＋２２）×１２÷２＝１１０×１２÷２＝６６０ になります。

基本 4

(1)　１番目のまわりの長さは，１辺×４＝１×４＝４（cm）です。

２番目のまわりの長さは，(たて＋横）×２＝（２＋３）×２＝１０（cm）です。

３番目のまわりの長さは，(たて＋横）×２＝（３＋５）×２＝１６（cm）です。

４番目のまわりの長さは，(たて＋横）×２＝（４＋７）×２＝２２（cm）です。

１番目から４番目までのまわりの長さを書くと，４cm，１０cm，１６cm，２２cmとなり，６cmずつふえる等差数列になっています。

よって，

等差数列のＮ番目＝はじめの数 ＋ $\boxed{\text{ふえる数×（Ｎ－１）}}$

の公式で，１０番目のまわりの長さを求めることができます。

はじめの数は４，ふえる数は６で，１０番目を求めるのですからＮは１０です。

はじめの数＋$\boxed{\text{ふえる数×（Ｎ－１）}}$＝４＋$\boxed{\text{６×（１０－１）}}$＝５８（cm）

(2)　(1)でわかった通り，４cm，１０cm，１６cm，２２cm，……のように，６cmずつふえる等差数列でした。

等差数列のＮ番目＝はじめの数 ＋ $\boxed{\text{ふえる数×（Ｎ－１）}}$

はじめの数は４で，６cmずつふえていますから，ふえる数は６です。
何番目の数かわからない（というか，それを求める問題）ので，ＮはＮのままにします。そして，イコール１３０として，逆算をします。

４ ＋ $\boxed{\text{６×（Ｎ－１）}}$ ＝ １３０

$\boxed{\text{６×（Ｎ－１）}}$ の部分は，１３０－４＝１２６ です。

（Ｎ－１） の部分は，１２６÷６＝２１ です。

よってＮは，２１＋１＝２２ です。

したがって，まわりの長さが１３０cmになるのは，２２番目の長方形です。

練習 $\boxed{1}$

(1)　５，１１，１７，２３，２９，……のように，６ずつふえる等差数列になっています。

１０番目の数は，　等差数列のＮ番目＝はじめの数　＋ $\boxed{\text{ふえる数×（Ｎ－１）}}$

の公式で，求めることができます。
はじめの数は５，ふえる数は６，Ｎは１０ですから，
５　＋ $\boxed{６×（１０－１）}$ ＝　５９

(2)　５，１１，１７，２３，２９，……のように，６ずつふえる等差数列で，８９は何番目にあるかという問題です。

等差数列のＮ番目＝はじめの数　＋ $\boxed{\text{ふえる数×（Ｎ－１）}}$

の公式で，はじめの数は５，ふえる数は６，何番目かを求めるのですからＮはＮのままにして，イコール８９として，逆算をします。
５　＋ $\boxed{６×（Ｎ－１）}$ ＝　８９
$\boxed{６×（Ｎ－１）}$ の部分は，８９－５＝８４　です。
（Ｎ－１）　の部分は，８４÷６＝１４　です。

よってＮは　１４＋１＝１５　ですから，８９は１５番目の数です。

(3)　(2)で，１５番目の数は８９であることがわかりました。

６ずつふえるのですから，１６番目の数は　８９＋６＝９５です。
１７番目の数は　９５＋６＝１０１　です。
１０１は２けたの数ではありません。３けたの数です。

５，１１，１７，２３，２９，……，９５までなら，数は１６個あります。
この１６個の数のうち，１番目の数である「５」は１けたの数ですからダメです。

よって２けたの数は，１１，１７，２３，２９，……，９５の，１５個です。
この１５個の和を求める問題ですから，

（はじめ＋おわり）×Ｎ÷２＝（１１＋９５）×１５÷２＝７９５

練習$\boxed{2}$

３，１１，１９，２７，３５，……のように，８ずつふえる等差数列になっています。

２００以下で最も大きい数は２００ですから（「以下」ということばは，その数も入ります），２００が何番目にあるかを求めることにします。

等差数列のＮ番目＝はじめの数　＋$\boxed{\text{ふえる数×（Ｎ－１）}}$

の公式で，はじめの数は３，ふえる数は８，Ｎ番目を求めるのですからＮはＮのままにして，イコール２００とします。

３＋$\boxed{\text{８×（Ｎ－１）}}$＝２００
$\boxed{\text{８×（Ｎ－１）}}$は，２００－３＝１９７　です。
（Ｎ－１）は，１９７÷８＝２４.６…です。
よってＮは，２４.６…＋１＝２５.６…です。

つまり，２５.６…番目が２００ですが，小数番目だとおかしいので，そのまま答えにするわけにはいきません。

２５.６…番目が２００なら，２５.６…より大きい数である２６番目では，２００をこえてしまいます。

よって，２００以下で最も大きい数は，２５.６…よりほんの少し小さい数である，２５番目になります。

２５番目の数は，
はじめの数＋$\boxed{\text{ふえる数×（Ｎ－１）}}$
＝３＋８×（２５－１）
＝１９５

よって，２００以下で最も大きい数は１９５になり，それは左から２５番目にあります。

練習 3

(1)　２本のとき…のりしろがないとすると，９×２＝１８（cm）です。
２本のとき，のりしろは１か所だけです。
よって全体の長さは，１８－２×１＝１６（cm）です。

３本のとき…のりしろがないとすると，９×３＝２７（cm）です。
３本のとき，のりしろは２か所です。
よって全体の長さは，２７－２×２＝２３（cm）です。

４本のとき…のりしろがないとすると，９×４＝３６（cm）です。
４本のとき，のりしろは３か所です。
よって全体の長さは，３６－２×３＝３０（cm）です。

よって，２本，３本，４本のとき，全体の長さはそれぞれ，１６cm，２３cm，３０cmです。

(2)　１本のとき，全体の長さは（のりしろがないので）９cmです。

よって，１本，２本，３本，４本，……のときの全体の長さは，
９cm，１６cm，２３cm，３０cm，……となり，７cmずつふえる等差数列になります。

等差数列のＮ番目＝はじめの数 ＋ $\boxed{\text{ふえる数×（Ｎ－１）}}$

の公式で，はじめの数は９，ふえる数は７，Ｎ番目を求めるのですからＮはＮのままにして，イコール２４０とします。

９＋$\boxed{\text{７×（Ｎ－１）}}$＝２４０
$\boxed{\text{７×（Ｎ－１）}}$は，２４０－９＝２３１　です。
（Ｎ－１）は，２３１÷７＝３３　です。
よってＮは，３３＋１＝３４　です。

したがって全体の長さが２４０cmになるのは，３４本目であることがわかりました。

練習 $\boxed{4}$ (1)

１だんのときは，問題に書いてある通り，４個です。
２だんのときは，問題に書いてある通り，６個です。
３だんのときは，図の●印を数えるとわかる通り，８個です。

●印の個数は，４個，６個，８個，……という，等差数列になります。

(1)は，１０だんのときの●印の個数を求める問題ですから，４，６，８，……という等差数列の，１０番目を求めることになります。

等差数列のＮ番目＝はじめの数 ＋ $\boxed{\text{ふえる数×（Ｎ－１）}}$

を利用します。

はじめの数は４，２ずつふえているので，ふえる数は２，１０番目を求めるのですから，Ｎを１０にして，

$4 + \boxed{2 \times (10 - 1)} = 4 + 2 \times 9 = 4 + 18 = 22$ になります。

練習 $\boxed{4}$ (2)

まず，●印が５０個ついているのが，何だんの図形なのかを求めます。

(1)でわかった通り，●印の個数は，４，６，８，……という，等差数列になっています。

この数列で，５０は何番目にあるかを求めます。

等差数列のＮ番目＝はじめの数　＋　$\boxed{\text{ふえる数×（Ｎ－１）}}$

の公式において，はじめの数は４，ふえる数は２，ＮはＮのままにして，イコール５０なので，

４　＋　$\boxed{\text{２×（Ｎ－１）}}$　＝　５０

５０－４＝４６　　　　４６÷２＝２３　　　　２３＋１＝２４

よって，２４だんのときに，●は５０個あります。

ところで，１だんのまわりの長さは，４cmです。
２だんのまわりの長さは，８cmです。
３だんのまわりの長さは，１２cmです。

まわりの長さは，４cm，８cm，１２cm，……という，等差数列になっています。
この数列の２４番目は何cmか，という問題になりました。

等差数列のＮ番目＝はじめの数　＋　$\boxed{\text{ふえる数×（Ｎ－１）}}$

を利用して，４　＋　$\boxed{\text{４×（２４－１）}}$　＝　４　＋　$\boxed{\text{４×２３}}$　＝　４＋９２　＝　９６（cm）になります。

練習 $\boxed{5}$

(1)　１×１＝１，２×２＝４，３×３＝９，……のように，Ｎ×Ｎの形をしている数を，平方数（へいほうすう）といいます。

たとえば８１は平方数です。９×９＝８１だからです。

問題の図を見ると，
１だん目から２だん目までは４個ならんでいます。２×２＝４になっています。
１だん目から３だん目までは９個ならんでいます。３×３＝９になっています。

同じようにして，１だん目から１２だん目まででは，１２×１２＝１４４（個）ならんでいることになります。

(2)　(1)で，１だん目から１２だん目まででは，１２×１２＝１４４（個）ならんでいることがわかりました。
同じように考えると，１だん目から１１だん目まででは，１１×１１＝１２１（個）ならんでいます。

１２だんまででは１４４個，１１だんまででは１２１個ならんでいるのですから，１２だん目には，１４４－１２１＝２３（個）だけならんでいることになります。

１２だん目の最も左には，１２１の次の数である，１２２があります。
１２だん目の最も右には，１４４があります。

よって１２だん目は，１２２から１４４までの，２３個の数がならんでいることになります。

その２３個の数の和は，
（はじめ＋おわり）×Ｎ÷２＝（１２２＋１４４）×２３÷２＝３０５９ になります。