最難関問題集4年上第14回・くわしい解説

目　次

すぐる学習会
http://www.suguru.jp

応用問題A $\boxed{1}$

(1)　200，193，186，179，172，……のように，7ずつへる等差数列になっています。
数 χ は1けたの数なので，とりあえず（1けたなら何でもよいですが）9にしてみます。
9が，この数列の何番目なのかを求めます。
N番目の数＝はじめの数－$\boxed{へる数×（N－1）}$　の公式において，はじめを200，へる数を7，NはNのままにして，イコール9として，逆算をします。

200－$\boxed{7×（N－1）}$＝9
7×（N－1）＝200－9＝191
N－1　＝191÷7＝27.2…
N＝27.2…＋1＝28.2…

よって，この数列の28.2…番目が9になります。
ということは，28.2…よりほんの少し小さい，28番目のときは，9より大きくなり，28.2…よりほんの少し大きい，29番目のときは，9より小さくなります。
9より大きくなると1けたではなくなりますから，9より小さくなる，29番目が数 χ になります。

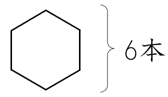
数 χ ＝29番目の数＝200－7×（29－1）＝4　になります。

(2)　(1)で，数は29個ならんでいることがわかりました。
はじめの数は200，おわりの数は4です。

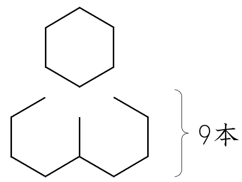
よって，ならべた数をすべて加えると，
（はじめの数＋おわりの数）×N÷2＝（200＋4）×29÷2＝2958　　になります。

応用問題A $\boxed{2}$

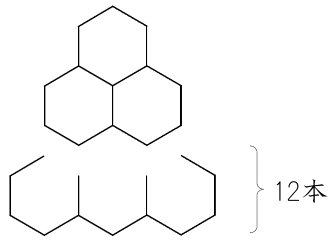
(1)　1だんのときは，6本必要です。



2だんのときは，あと9本必要です。



3だんのときは，あと12本必要です。



このようにして，あと何本必要かをならべていくと，
6，9，12，……のように，3ずつふえる等差数列になります。

10だんのときは，この数列の10番目を求めればよいことになります。

はじめの数＋$\boxed{\text{ふえる数}\times(N-1)}$＝6＋$\boxed{3\times(10-1)}$＝33（本）必要になります。

(2)　20だんのときは，(1)と同じように考えて，
はじめの数＋$\boxed{\text{ふえる数}\times(N-1)}$＝6＋$\boxed{3\times(20-1)}$＝63（本）必要なことがわかります。

20だん目までで，全部で 6＋9＋12＋……＋63（本）必要です。
（はじめの数＋おわりの数）×N÷2＝（6＋63）×20÷2＝690（本）になります。

応用問題A $\boxed{3}$

１からはじまる連続する奇数の和は，「個数×個数」になる，という性質があります。

たとえば　１＋３　の場合，個数は１と３の２個ですから，２×２＝４　になります。
１＋３＋５　の場合，個数は１と３と５の３個ですから，３×３＝９　になります。
１＋３＋５＋７　の場合，個数は１と３と５と７の４個ですから，４×４＝１６　になります。
１＋３＋５＋７＋９　の場合，個数は５個ですから，５×５＝２５　となります。

ところで個数の求め方ですが，個数が少ないうちは全部かぞえてもたいしたことはないのですが，個数が多くなってくると，全部数えるわけにはいきません。

そのときは，たとえば　１＋３＋５＋７＋９　の場合，はじめの数である１とおわりの数である９の平均が，（１＋９）÷２＝５　になって，これが個数である５個と同じ数になります。

よって，たとえば　１＋３＋５＋……＋９９　の場合なら，（１＋９９）÷２＝５０　として，個数が５０個あることがわかり，５０×５０＝２５００　と求めることができます。

この問題では，１ｍ＋３ｍ＋５ｍ＋７ｍ＋……　が，１周である３６０ｍをこえて，２周目になればよいのですから，１＋３＋５＋７＋……が，いつ３６０をこえるか，という問題になります。

よって，３６０に近い「□×□」を求めることになります。
この簡単な求め方はなくて，ある程度やってみるしか方法はありません。
たとえば１０×１０なら１００ですから，小さすぎます。
２０×２０＝４００なら，大きすぎます。
１９×１９＝３６１　ですから，１９個の和が，１周してＡ地点を１ｍこえたところになります。

よって，最後に置いた番号札は $\boxed{19}$ で，Ａ地点を１ｍこえたところであることがわかりました。

応用問題A $\boxed{4}$

(1)　くぎ１からくぎ９９までに，くぎとくぎの間は　９９－１＝９８（個）あります。

くぎとくぎの間の長さを書いていくと，１，１，２，２，３，３，４，４，……となります。

「１，１」，「２，２」，「３，３」，「４，４」と，２個ずつセットにすると，９８÷２＝４９（セット）になります。

１＋１＝２，２＋２＝４，３＋３＝６，４＋４＝８　のようになりますから，２，４，６，８，……という等差数列が，４９個あることになります。

この等差数列の４９番目は，
はじめの数＋$\boxed{\text{ふえる数×（N－１）}}$＝２＋$\boxed{\text{２×（４９－１）}}$＝９８　です。

よって，２，４，６，８，……，９８　となるので，糸の長さの和は，（はじめの数＋おわりの数）×N÷２＝（２＋９８）×４９÷２＝２４５０（㎝）になります。

(2)　くぎ１からくぎ７５までに，くぎとくぎの間は，７５－１＝７４（個）あります。

数字がかかれていないくぎの本数を，かぞえていきます。
くぎ１からくぎ２までは，０本です。くぎ２からくぎ３までも，０本です。
くぎ３からくぎ４までは，１本です。くぎ４からくぎ５までも，１本です。
くぎ５からくぎ６までは，２本です。くぎ６からくぎ７までも，２本です。
くぎ７からくぎ８までは，３本です。くぎ８からくぎ９までも，３本です。

よって，数字がかかれていないくぎの本数を書いていくと，
０，０，１，１，２，２，３，３，……となります。

「０，０」，「１，１」，「２，２」，「３，３」と，２本ずつセットにすると，７４÷２＝３７（セット）になります。

０＋０＝０，１＋１＝２，２＋２＝４，３＋３＝６　のようになりますから，０，２，４，６，８，……という等差数列が，３７個あることになります。

この等差数列の３７番目は，
はじめの数＋ふえる数×（N－１）＝０＋２×（３７－１）＝７２　です。

よって，０，２，４，６，８，……，７２　となるので，数字がかかれていないくぎの本数は，（はじめの数＋おわりの数）×N÷２＝（０＋７２）×３７÷２＝１３３２（本）になります。

応用問題B $\boxed{1}$

まず，数列Ａに数が何個あるかを求めます。
はじめ＋$\boxed{\text{ふえる数×（Ｎ－１）}}$の公式の，はじめを１，ふえる数を２，ＮはＮのまま，イコール９７とすると，
１＋２×（Ｎ－１）＝９７　　　　　Ｎ＝４９
よって，数列Ａには数が４９個あることがわかりました。
その４９個の和は，（はじめ＋おわり）×Ｎ÷２＝（１＋９７）×４９÷２＝２４０１です。

※数列Ａは，１からはじまる奇数の和ですから，「個数×個数」になります。
４９×４９＝２４０１　という求め方もあります。

同じようにして，数列Ｂに数が何個あるかを求めます。
１＋$\boxed{\text{３×（Ｎ－１）}}$＝９７　　　　　Ｎ＝３３
よって，数列Ｂには数が３３個あることがわかりました。
その３３個の和は，（はじめ＋おわり）×Ｎ÷２＝（１＋９７）×３３÷２＝１６１７です。

数列Ａの和は２４０１，数列Ｂの和は１６１７で，数列Ａと数列Ｂの両方の数をならべたのが数列Ｃですから，数列Ｃの和は，２４０１＋１６１７＝４０１８　になりそうです。

しかし実際は，４０１８にはなりません。なぜなら，数列Ａと数列Ｂの両方に入っている数は，１つだけしかならべなかったので，そのぶん４０１８よりもへります。

数列Ａと数列Ｂの両方に入っている数をならべると，１，７，１３，……，９７です。
この数列の中に数が何個あるかを求めます。
１＋$\boxed{\text{６×（Ｎ－１）}}$＝９７　　　　　Ｎ＝１７
よって，この数列には数が１７個あることがわかりました。
その１７個の和は，（はじめ＋おわり）×Ｎ÷２＝（１＋９７）×１７÷２＝８３３です。

よって数列Ｃの和は，４０１８よりも８３３少なくなるので，
４０１８－８３３＝３１８５　になります。

応用問題B $\boxed{2}$

(1)　１まい目から５まい目の上のだんの２つの数の和は，それぞれ，
　１＋２＝３，５＋６＝１１，９＋１０＝１９，１７＋１８＝３５，……となっています。
　３，１１，１９，３５，……のような，８ずつふえる等差数列になります。

　この等差数列の何番目に１２０があらわれるかを考えます。
　はじめ＋$\boxed{\text{ふえる数×（N－１）}}$ の公式において，はじめを３，ふえる数を８，ＮをＮのままにして，イコール１２０として逆算をします。

　３＋８×（Ｎ－１）＝１２０　　　Ｎ＝１５.６… なので，１５.６…番目が１２０になります。
　よって，はじめて１２０より大きくなるのは，１５.６…をほんの少しこえた数である，１６まい目になります。

(2)　１まい目の整数１の上には，２まい目の整数５が重なっています。その上には，３まい目の整数９が重なっています。

　１まい目の整数１と重なっている数を書いていくと，
　１，５，９，１３，１７，……のような，４ずつふえる等差数列になります。

　この等差数列の５０番目は，１＋４×（５０－１）＝１９７ です。

　よって，５０個の数の和は，（１＋１９７）×５０÷２＝４９５０ になります。

(3)　１まい目のカードは２まい目のカードの上に重ねるとき，９０度回転させるので

2	3
1	4

となります。その下に

5	6
8	7

を重ねるので，３の下に重なるのは６です。

さらに回転させると，２まい目のカードは

6	7
5	8

となり，その下に

9	10
12	11

を重ねるので，６の下に重なるのは９です。

さらに回転させると，３まい目のカードは

10	11
9	12

となり，その下に

13	14
16	15

を重ねるので，９の下に重なるのは１６です。

さらに回転させると，４まい目のカードは

14	15
13	16

となり，その下に

17	18
20	19

を重ねるので，１６の下に重なるのは１９です。

１まい目のカードの数３は，右下にありました。
それと重なる２まい目のカードの数６は，右上にありました。
それと重なる３まい目のカードの数９は，左上にありました。
それと重なる４まい目のカードの数１６は，左下にありました。
それと重なる５まい目のカードの数１９は，右下にありました。

1	2		5	6		9	10		13	14		17	18
4	3		8	7		12	11		16	15		20	19

……

１まい目　２まい目　３まい目　４まい目　５まい目

「右下，右上，左上，左下」のくり返しです。４個ずつのセットにすると，

３，　６，　９，１６，	→	和は，３＋６＋９＋１６＝３４
１９，２２，２５，３２，	→	和は，１９＋２２＋２５＋３２＝９８
３５，３８，４１，４８，	→	和は，３５＋３８＋４１＋４８＝１６２
………………		………………

のようになり，全部で５０個ありますから，５０÷４＝１２　あまり　２　により，
１２セットと，あと２個あります。

和は，３４，９８，１６２，……という，６４ずつふえる等差数列になっているので，１２セット目は，３４＋６４×（１２－１）＝７３８ です。

あまっている２個は，３，１９，３５，……という数列の，（１２番目ではなくて）１３番目と，６，２２，３８，……という数列の，（１２番目ではなくて）１３番目です。

３，１９，３５，……という数列の１３番目→３＋１６×（１３－１）＝１９５
６，２２，３８，……という数列の１３番目→６＋１６×（１３－１）＝１９８

よって，３４，９８，１６２，……，７３８の１２個の和と，あと１９５と１９８ですから，

（３４＋７３８）×１２÷２＋１９５＋１９８
＝４６３２＋１９５＋１９８
＝５０２５ になります。