シリーズ４年上第16回・くわしい解説

※　６の約数＝６を割り切る数。1，2，3，6。
※　約数が１とその数自身の２個しかない数を，素数という。
※　10をわると２あまる数…10－2＝8の約数なので，
1，2，4，8。ただし，２以下はダメなので，4，8。
※　最大公約数は連除法で求める。
※　公約数は最大公約数の約数。

目　次

すぐる学習会
http://www.suguru.jp

基本 $\boxed{1}$ (1)

「６を約数に持つ」というのは，「６でわり切れる」というのと同じです。

３は６より小さく，６でわり切れません。
１２は，１２÷６＝２　ですから，６でわり切れます。
７４は，７４÷６＝１２　あまり　２　ですから，６でわり切れません。
９０は，９０÷６＝１５　ですから，６でわり切れます。

よって，６を約数に持つのは，１２，９０です。

基本 $\boxed{1}$ (2)

①　積が８になるように，２つずつ書きます。
８＝１×８，８＝２×４ですから，１と８，２と４が約数です。

答えは，１，２，４，８です。

②　積が２８になるように，２つずつ書きます。
２８＝１×２８，２８＝２×１４，２８＝４×７ですから，１と２８，２と１４，４と７が約数です。

答えは，１，２，４，７，１４，２８です。

③　積が４８になるように，２つずつ書きます。
４８＝１×４８，４８＝２×２４，４８＝３×１６，４８＝４×１２，４８＝６×８ですから，１と４８，２と２４，３と１６，４と１２，６と８が約数です。

答えは，１，２，３，４，６，８，１２，１６，２４，４８です。

基本 $\boxed{1}$ (3)

積が２５６になるように，２つずつ書きます。

２５６＝１×２５６，２５６＝２×１２８，２５６＝４×６４，……となりますから，小さい方から１番目，２番目，３番目の数は，１，２，４です。
大きい方から１番目，２番目，３番目の数は，２５６，１２８，６４です。

基本 $\boxed{1}$ (4)

お金を例にして考えると，「40をわると４あまる」というのは，次のようになります。

40円を持ってチョコを買えるだけ買ったら，４円あまった。

使ったお金は，40 － 4 ＝ 36（円）ですから，36 円でちょうど買えるような値段のチョコを買ったことになります。

つまり，チョコの値段は 36 をぴったり割り切れるような値段なので，36 の約数になります。

36の約数は，１と 36，２と 18，３と 12，４と９，６です。

小さい方から順に並べ直すと，１，２，３，４，６，９，12，18，36 です。

ところが，チョコを買えるだけ買ったときに４円あまったのですから，チョコの値段は４円よりも高いはずです。

ですから，36 の約数のうち，４以下の数はダメになります。

（４もダメであることに注意しましょう。）

よって答えは，6，9，12，18，36 になります。

基本 $\boxed{1}$ (5)

次のように，連除法で求めます。

①

$$\begin{array}{c|cc} 3 & 45 & 63 \\ \hline 3 & 15 & 21 \\ \hline & 5 & 7 \end{array}$$

↓ 9

②

$$\begin{array}{c|cc} 2 & 48 & 72 \\ \hline 2 & 24 & 36 \\ \hline 2 & 12 & 18 \\ \hline 3 & 6 & 9 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

↓ 24

③

$$\begin{array}{c|ccc} 2 & 28 & 84 & 112 \\ \hline 2 & 14 & 42 & 56 \\ \hline 7 & 7 & 21 & 28 \\ \hline & 1 & 3 & 4 \end{array}$$

↓ 28

基本 $\boxed{1}$ (6)

まず，次のように，連除法で最大公約数を求めます。

①

$$\begin{array}{c|cc} 3 & 36 & 81 \\ \hline 3 & 12 & 27 \\ \hline & 4 & 9 \end{array}$$

↓ 9

②

$$\begin{array}{c|cc} 2 & 32 & 56 \\ \hline 2 & 16 & 28 \\ \hline 2 & 8 & 14 \\ \hline & 4 & 7 \end{array}$$

↓ 8

③

$$\begin{array}{c|ccc} 2 & 84 & 168 & 210 \\ \hline 3 & 42 & 84 & 105 \\ \hline 7 & 14 & 28 & 35 \\ \hline & 2 & 4 & 5 \end{array}$$

↓ 42

次に，求めた最大公約数の約数をすべて書き，その個数を求めます。

①　９の約数 … １と９，３と３　→　１，３，９の3個

②　８の約数 … １と８，２と４　→　１，２，４，８の4個

③　４２の約数 … １と４２，２と２１，３と１４，６と７
　→　１，２，３，６，７，１４，２１，４２の8個

基本 $\boxed{2}$

約数が１とその数自身の２個しかない数が，素数です。
１は素数にふくみません。

２は約数が１，２の２個だけなので，素数です。
２以外の２でわり切れる数は，２を約数に持つので，素数ではありません。

~~１~~	$\boxed{2}$	３	~~４~~	５	~~６~~	７	~~８~~	９	~~１０~~
１１	~~１２~~	１３	~~１４~~	１５	~~１６~~	１７	~~１８~~	１９	~~２０~~
２１	~~２２~~	２３	~~２４~~	２５	~~２６~~	２７	~~２８~~	２９	~~３０~~

３は約数が１，３の２個だけなので，素数です。
３以外の「３でわり切れる数」は，３を約数に持つので，素数ではありません。

~~１~~	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	~~４~~	５	~~６~~	７	~~８~~	~~９~~	~~１０~~
１１	~~１２~~	１３	~~１４~~	~~１５~~	~~１６~~	１７	~~１８~~	１９	~~２０~~
~~２１~~	~~２２~~	２３	~~２４~~	２５	~~２６~~	~~２７~~	~~２８~~	２９	~~３０~~

５は約数が１，５の２個だけなので，素数です。
５以外の「５でわり切れる数」は，５を約数に持つので，素数ではありません。

~~１~~	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	~~４~~	$\boxed{5}$	~~６~~	７	~~８~~	~~９~~	~~１０~~
１１	~~１２~~	１３	~~１４~~	~~１５~~	~~１６~~	１７	~~１８~~	１９	~~２０~~
~~２１~~	~~２２~~	２３	~~２４~~	~~２５~~	~~２６~~	~~２７~~	~~２８~~	２９	~~３０~~

残った数は，すべて素数です。

~~１~~	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	~~４~~	$\boxed{5}$	~~６~~	$\boxed{7}$	~~８~~	~~９~~	~~１０~~
$\boxed{11}$	~~１２~~	$\boxed{13}$	~~１４~~	~~１５~~	~~１６~~	$\boxed{17}$	~~１８~~	$\boxed{19}$	~~２０~~
~~２１~~	~~２２~~	$\boxed{23}$	~~２４~~	~~２５~~	~~２６~~	~~２７~~	~~２８~~	$\boxed{29}$	~~３０~~

２，３，５，７，１１，１３，１７，１９，２３，２９が素数です。

基本 $\boxed{3}$

(1)　まず，１２について考えます。
７２÷１２＝６　ですから，７２は１２でわり切れます。
よって１２は７２の約数です。
９０÷１２＝７　あまり　６　ですから，９０は１２でわり切れません。
よって１２は９０の約数ではありません。

１２は７２の約数であり，９０の約数ではないので，アにふくまれます。

次に，３０について考えます。
７２÷３０＝２　あまり　１２　ですから，７２は３０でわり切れません。
よって３０は７２の約数ではありません。
９０÷３０＝３　ですから，９０は３０でわり切れます。
よって３０は９０の約数です。

３０は７２の約数ではなく，９０の約数であるので，ウにふくまれます。

(2)　イは，７２の約数でもあるし，９０の約数でもある数が入ります。
つまり，７２と９０の公約数がイに入ります。
７２と９０の最大公約数は１８です。
よってイに入るのは，１８の約数です。
１８の約数は，１，２，３，６，９，１８です。

2	７２	９０
3	３６	４５
3	１２	１５
	４	５

↓
１８

基本 $\boxed{4}$ (1)

100 個のビー玉のうち，16 個があまったのですから，子供たちに分けたのは，
100 − 16 = 84（個）です。

子どもの人数は，84 個をぴったり分けられるような人数ですから，84 の約数です。

84 の約数は，1 と 84，2 と 42，3 と 28，4 と 21，6 と 14，7 と 12です。
小さい方から順に並べ替えると，1，2，3，4，6，7，12，14，21，28，42，84 です。

ところで，ビー玉は 16 個あまったのですから，子どもの人数は，16 人よりも多いはずです。

84 の約数のうち，16 よりも多いのは，21，28，42，84 です。

よって，子どもの人数として考えられるのは，21 人，28 人，42 人，84 人になります。

基本 $\boxed{4}$ (2)

(1)によって，子どもの人数は 21 人，28 人，42 人，84 人のいずれかであることがわかりました。

さらに (2) では，140 個のビー玉をぴったり分けることのできる人数である，ということが書いてありました。

子どもの人数が 28 人の場合は，140 ÷ 28 ＝ 5 ですから，140 個のビー玉をぴったり分けることができるので，ＯＫです。

子どもの人数が 21 人や 42 人や 84 人の場合，140 をわるとわり切れないので，140 個のビー玉をぴったり分けることができないので，ダメです。

よって，子どもの人数は，28 人になります。

また，28 人に 140 まいのカードを配るのですから，1 人に配るカードのまい数は，
140÷28＝ 5（まい）です。

練習 $\boxed{1}$

たとえば，えんぴつを１箱に12本ずつ，５箱に入れることができたとすると，はじめにあったえんぴつの本数は，12 × 5 = 60（本）です。

この問題では，えんぴつが90本あったのですから，「1箱に入れる本数×箱の数＝90」となります。
あとは，約数を求めるように，積が90になるようなパターンを見つけます。

90 ＝ 1×90，2×45，3×30，5×18，6×15，9×10，10×9，15×6，18×5，30×3，90×1

このうち，18×5，30×3，90×1 は，１箱に入れるえんぴつの本数は，それぞれ18本，30本，90本ですが，１箱にはえんぴつは16本までしか入らないので，ダメです。
また，1×90，2×45，3×30 は，箱の数は，それぞれ90箱，45箱，30箱ですが，用意できる箱の数は20箱までですから，ダメです。

よってＯＫなのは，5×18，6×15，9×10，10×9，15×6 です。

１箱に入れるえんぴつの本数は，それぞれ 5本，6本，9本，10本，15本です。

練習 $\boxed{2}$ (1)

たての長さの 75 cm をぴったりあまりなく切り分けるためには，切る長さは，75cm の約数でなければなりません。

横の長さの 135 cm をぴったりあまりなく切り分けるためには，切る長さは，135cm の約数でなければなりません。

正方形の形に切り分けるのですから，たてと横の長さが同じでなければなりません。
よって，正方形の 1 辺は，75 cm と 135 cm の公約数になります。
しかも問題には，できるだけ大きな正方形に切り分けると書いてありましたから，正方形の 1 辺は，75 cm と 135 cm の最大公約数になります。

最大公約数は，右のような連除法でもとめます。

よって答えは，15 cm になります。

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 75 & 135 \\ \hline 5 & 25 & 45 \\ \hline & 5 & 9 \end{array}$$

↓

15

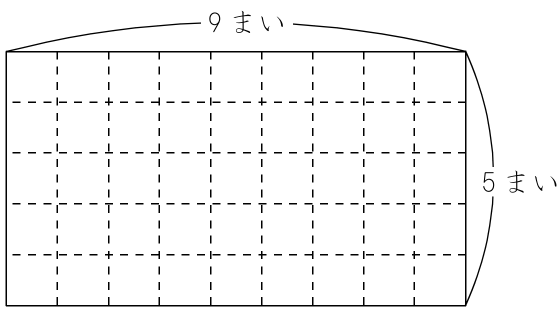
練習 $\boxed{2}$ (2)

(1)で，切り分ける正方形の 1 辺は 15 cm であることがわかりました。

もとの長方形のたては 75 cm でしたから，たては 75 ÷ 15 = 5（枚）に切り分けます。

もとの長方形の横は 135 cm でしたから，横は 135 ÷ 15 = 9（枚）に切り分けます。

右の図のように，全部で，
5 × 9 = 45（枚）に切り分けることになります。



※　長方形全体の面積は 75 × 135 = 10125（cm^2）で，1 枚の正方形の面積は 15 × 15 = 225（cm^2）ですから，10125 ÷ 225 = 45（枚）としても正解ですが，計算がめんどうです。

練習 3

リンゴは 60 個ありました。
子どもに配ったところ，最後に 6 個あまりました。
ということは，子どもに配ったリンゴは，60 − 6 = 54（個）です。
54 個のリンゴを子どもにぴったり配ることができたのですから，子どもの人数は54の約数です。

ミカンは 80 個ありました。
子どもに配ったところ，最後に 8 個あまりました。
ということは，子どもに配ったミカンは，80 − 8 = 72（個）です。
72 個のミカンを子どもにぴったり配ることができたのですから，子どもの人数は 72 の約数です。

結局，子どもの人数は 54 の約数でもあり，72 の約数でもあります。
つまり，54 と 72 の公約数になります。

公約数は，まず最大公約数をもとめて，その約数を求めればＯＫです。

最大公約数は，右の連除法の通り 18 ですから，18 の約数である，1 と 18，2 と 9，3 と 6 が，子どもの人数として考えられる数です。

$$\begin{array}{c|rr} 2 & 54 & 72 \\ \hline 3 & 27 & 36 \\ \hline 3 & 9 & 12 \\ \hline & 3 & 4 \end{array}$$

18

ところが，この人数がすべて答えになるわけではありません。

なぜなら，リンゴは 6 個あまり，ミカンは 8 個あまっているので，子どもの人数はそれよりも多くあるはずだからです。
（たとえば子どもが 2 人だったとしたら，その 2 人に，あまっているリンゴ 6 個を 3 個ずつ，あまっているミカン 8 個も 4 個ずつ入れることができてしまうからです。）

よって，8 よりも多い枚数である，9 人と 18 人が，答えになります。

練習 4

A × B = 78
A × C = 104
A × D = 130

この3つの式すべてに，Ａが登場しています。
そこで，Ａについて考えて見ます。
Ａ × Ｂ = 78 なので，Ａは 78 の約数です。
Ａ × Ｃ = 104 なので，Ａは 104 の約数です。
Ａ × Ｄ = 130 なので，Ａは 130 の約数です。

よって，Ａは 78 の約数でもあり，104 の約数でもあり，130 の約数でもあります。
つまり，Ａは 78 と 104 と 130 の公約数になります。
公約数は，最大公約数を求めて，その約数を求めればＯＫです。

最大公約数を求めるときは，（ちょっとズルいですが）ひき算をしてみると，うまくいくことがあります。
104－78＝26，130－104＝26 ですから，26でわってみると，右の図のようにうまくいきました。
（いつもうまくいくわけではないので，注意してください。）

$$\begin{array}{r|rrr} 26 & 78 & 104 & 130 \\ \hline & 3 & 4 & 5 \end{array}$$

最大公約数は26で，26の約数は，1，2，13，26です。

Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄは，1ではない整数であると書いてありましたから，Ａとして考えられるのは，2，13，26です。

Ａ＝ 2 のとき … Ｂ＝78÷2＝39，Ｃ＝104÷2＝52，Ｄ＝130÷2＝65

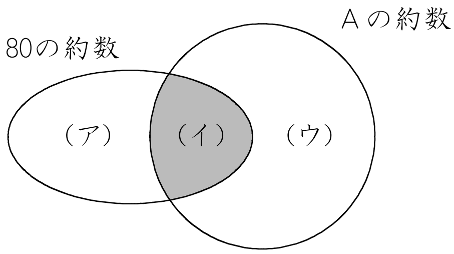
Ａ＝13 のとき … Ｂ＝78÷13＝6，Ｃ＝104÷13＝8，Ｄ＝130÷13＝10

Ａ＝26 のとき … Ｂ＝78÷26＝3，Ｃ＝104÷26＝4，Ｄ＝130÷26＝5

よって，考えられるＡ～Ｄの組は，以下の通りです。
（2，39，52，65），（13，6，8，10），（26，3，4，5）

練習$\boxed{5}$ (1)

右の図の(イ)の部分は，80 の約数でもあるし，Ａの約数でもあります。
つまり，(イ)の部分は，80 とＡの公約数になります。
最大公約数は，問題文に書いてある通り 16 ですから，(イ)は 16 の約数です。
16 の約数は，1，2，4，8，16 の 5 個です。

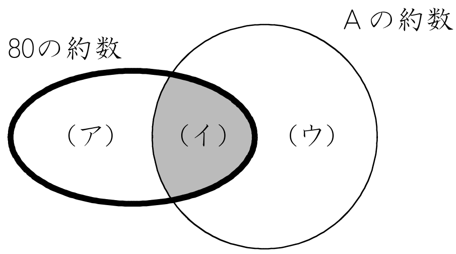


練習$\boxed{5}$ (2)

右の図の太線部分は，80 の約数の集まりを表しています。

80 の約数は，次の通りです。

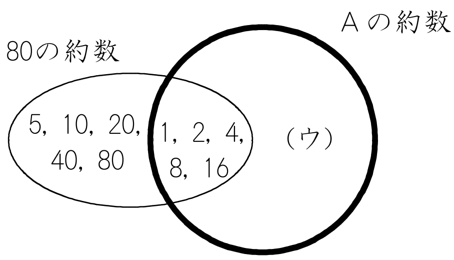
1，2，4，5，8，10，16，20，40，80



このうち，(イ)にふくまれるのは，(1)で求めた通り1，2，4，8，16 ですから，(ア)には残りの 5，10，20，40，80 がふくまれます。

練習$\boxed{5}$ (3)

たとえば 12 の約数なら，1 と 12，2 と 6，3 と 4 のように，積が 12 になるようなペアを求めていきます。



Ａの約数の場合も，まず 1 とＡのペアが約数です。
次に，2 と何かがＡの約数のペアです。
問題文に書いてある通り，(ウ)にふくまれる整数のうち，大きい方から 2 番目の数は 72 ですから，2 と 72 がＡの約数のペアになります。
2 と 72 の積はＡになるのですから，Ａは，$2 \times 72 = 144$ になります。