最難関問題集4年上第16回・くわしい解説

目　次

すぐる学習会
http://www.suguru.jp

応用問題A 1

(1)　積が3600になるように，2個ずつ約数を書いていきます。
下の「何番目」というのは，かけ算の左側の数の小さい順番，右側の数の大きい順番です。
たとえば，4は小さい方から4番目，1200は大きい方から3番目です。

1番目 → 1×3600，
2番目 → 2×1800，
3番目 → 3×1200，
4番目 → 4×900，
5番目 → 5×720，
6番目 → 6×600，
7番目 → 8×450，
8番目 → 9×400，
9番目 → 10×360，
10番目 → 12×300，
11番目 → 15×240，
12番目 → 16×225，
13番目 → 18×200，
…………………………

よって，9は小さい方から8番目です。また，200は大きい方から13番目になります。

(2)　たとえば，小さい方から5番目の数は5で，大きい方から5番目の数は720であることが，(1)の表からわかります。ここで，5×720は3600です。
同じようにして，たとえば小さい方から11番目の数は15で，大きい方から11番目の数は240です。そして，15×240は3600です。

このようにして，小さい方から□番目と大きい方から△番目の，□と△が同じだったら，かけ算をすれば3600になります。

よって，小さい方から20番目と大きい方から20番目の数が何かはわかりませんが，かけ算をすると3600になることがわかりました。

応用問題A $\boxed{2}$

(1)　3つのかどA，B，Cには木を必ず植えるので，木と木の間かくは，120 m，180 m，168 mをわり切る数でなければなりません。つまり，120と180と168の公約数です。

しかも，(1)では木を最も少なくするので，木と木の間かくをなるべく広げる必要があり，120と180と168の最大公約数である，12 mの間かくで植えることになります。

ところで木の本数は，まわりに植える場合ですから，「＋1」とか「－1」をする必要がなく，まわりの長さを12でわればOKです。

まわりの長さは　120＋180＋168＝468（m）ですから，468÷12＝39（本）になります。

(2)　(1)で，木の間かくは，120と180と168の公約数であることがわかりました。
最大公約数は(1)で求めた通り12ですから，公約数は12の約数になり，1，2，3，4，6，12です。

よって，木と木の間かくは，1 mおき，2 mおき，3mおき，4mおき，6 mおき，12 mおきのいずれかです。

木と木の間かくがせまければせまいほど，木の本数を多くすることができますから，できれば1mおきに木を植えることができれば，本数が多くなってOKですね。
まわりの長さは(1)で求めた通り468 mですから，木の本数は　480÷1＝480（本）になります。
この本数は残念ながら120本をこえているので，ダメです。

次に，間かくを2 mにしてみます。
468÷2＝234（本）になりますが，これも残念ながら120本をこえているので，ダメです。

次に，間かくを3 mにしてみます。
468÷3＝156（本）になりますが，これも残念ながら120本をこえているので，ダメです。

次に，間かくを4 mにしてみます。
468÷4＝117（本）になりますが，これは120本以下なので，OKです。

よって，答えは4 m間かくになります。

応用問題A $\boxed{3}$

120 人の生徒をすわらせていくと 3 人がすわれなかったのですから，すわれたのは 120－3＝117（人）です。

117 人がぴったりすわれたのですから，長いすの数は，117 の約数です。
117 の約数は，1，3，9，13，39，117 です。
よって長いすの数は，1 脚，3 脚，9 脚，13 脚，39 脚，117 脚のいずれかであることがわかりました。

ここで，
・長いす 1 脚につき 15 人までしかすわれない
・長いすを7脚ふやすと，120人全員がすわれる。
という条件を考えてみます。

長いすが 1 脚のとき… 1 脚あたり 117 人がすわることになり，15 人をこえているので，ダメです。
長いすが 3 脚のとき… 1 脚あたり，117÷3＝ 39（人）がすわることになり，15 人をこえているので，ダメです。
長いすが 9 脚のとき… 1 脚あたり，117÷9＝ 13（人）がすわることになり，15 人以下なのでOKです。
ただし，長いすを 7 脚ふやすと，9＋7＝16（脚）となり，120÷16 がわり切れないので，120 人全員をすわらせることができないので，ダメです。
長いすが13脚のとき… 1 脚あたり，117÷13＝9（人）がすわることになり，OKです。
また，長いすを 7 脚ふやすと，13＋7＝20（脚）となり，120÷20＝6 なのでわり切れて，120 人全員を 6 人ずつすわらせることができるので，OKです。
長いすが39脚のとき… 1脚あたり，117÷39＝3（人）がすわることになり，OKです。
ただし，長いすを 7 脚ふやすと，39＋7＝46（脚）となり，120÷46 がわり切れないので，120 人全員をすわらせることができないので，ダメです。
長いすが117脚のとき… 1 脚あたり，117÷117＝1（人）がすわることになり（笑），OKです。
ただし，長いすを 7 脚ふやすと，117＋7＝124（脚）となり，120 人をこえてしまうので，ダメです。

結局OKだったのは，117 人を 9 人ずつ 13 脚にすわらせたときで，長いすを 7 脚ふやしたときには，6 人ずつすわらせることになります。

よって答えは，ア＝9，イ＝13，ウ＝6 になります。

応用問題A $\boxed{4}$

(1)　図を見ると，Aの約数の中に 18 がふくまれています。
よって，Aは 18 でわり切れます。
Aが 18 でわり切れるのだったら，Aは 18 の約数である 1，2，3，6，9，18 でもわり切れるはずです。
したがって，Aの約数の中は，1，2，3，6，9，18 がふくまれているはずです。
図を見ると，Aのワクの中に，確かに 1，3，9，18 が書いてありましたが，2 と 6 は書いてありません。
よって，ア，イ，ウ，Aのいずれかが，2 と 6 になります。
問題には，数は小さい順にならんでいると書いてありました。
2 も 6 も 18 より小さいので，アが 2，イが 6 であることがわかりました。

よって，Aの約数を小さい順に書くと，1，2，3，6，9，18，ウ，A となります。
したがってAは，1×Aでもあるし，2×ウでもあるし，3×18 でもあるし，6×9 でもあります。
3×18＝54，6×9＝54　ですから，Aが 54 であることがわかりました。

(2)　Bの約数の中に，9 がふくまれています。
よって，Bは 9 でわり切れます。

もしBが 9 なら，Bの約数は 1，3，9 のみになり，エ，オ，Bなどはないことになるので，ダメです。

もしBが　9×2＝18　なら，Bは 18 を約数に持つはずですが，Bの約数の中に 18 はふくまれておらず，それどころかAの約数の中に入っています。これはおかしいので，ダメです。

もしBが　9×3＝27　なら，Bの約数は 1，3，9，27 の4個しかありません。しかし図を見ると，Bは 1，3，9，エ，オ，B の 6 個の約数を持つはずなので，ダメです。

もしBが　9×4＝36　なら，36 は 18 でわり切れるので，Bは 18 を約数に持つはずですが，Bの約数の中に 18 はふくまれておらず，それどころかAの約数の中に入っています。これはおかしいので，ダメです。

もしBが　9×5＝45　なら，45 の約数は 1，3，5，9，15，45 の 6 個になり，条件に合います。

よって，Bは 45 です。

応用問題B 1

(1)①　60＝1×60　なので，約数の中で小さい方から1番目は1，大きい方から1番目は60です。
60＝2×30　なので，約数の中で小さい方から2番目は2，大きい方から2番目は30です。

よって，大きい方から2番目である＜60＞は，30になります。

②　429＝1×429　なので，約数の中で小さい方から1番目は1，大きい方から1番目は429です。
429＝3×143　なので，約数の中で小さい方から2番目は3，大きい方から2番目は143です。

よって，大きい方から2番目である＜429＞は，143になります。

③　まず，＜27＞と＜64＞を求めます。

27＝1×27　なので，約数の中で小さい方から1番目は1，大きい方から1番目は27です。
27＝3×9　なので，約数の中で小さい方から2番目は3，大きい方から2番目は9です。

よって，大きい方から2番目である＜27＞は，9になります。

64＝1×64　なので，約数の中で小さい方から1番目は1，大きい方から1番目は64です。
64＝2×32　なので，約数の中で小さい方から2番目は2，大きい方から2番目は32です。

よって，大きい方から2番目である＜64＞は，32になります。

これで，＜27＞＝9，＜64＞＝32　であることがわかりました。

よって，＜＜27＞＋＜64＞＞＝＜9＋32＞＝＜41＞となります。
ところで41は素数なので，41の約数は1と41しかありません。
よって41の約数の中で1番大きい数は41で，2番目に大きい数は1なので，＜41＞＝1　になります。

(2)　＜A＞＝11 ですから，Aの約数の中で2番目に大きい数が11です。
したがって，Aの約数を書いていくと，1，□，……，11，Aとなるはずです。
A＝□×11 ですから，□がわかれば，Aもわかります。

ところで□は，素数（1と自分自身の2個しか約数を持たない数）でなければなりません。なぜなら，もし□が素数でない数ならば，たとえば□が6の場合は2や3も約数として持つことになり，6が2番目に小さい数になることはありえないからです。

よって，□は2，3，5，7，11しか考えられません。（もし，□が11より大きい素数ならば，2番目に大きい約数は11ではなく，□になってしまいます。）

□＝2のとき … A＝2×11＝22 です。
□＝3のとき … A＝3×11＝33 です。
□＝5のとき … A＝5×11＝55 です。
□＝7のとき … A＝7×11＝77 です。
□＝11のとき … A＝11×11＝121 です。

よって答えは，22，33，55，77，121 になります。

※ □＝11の存在を忘れやすいので，注意しましょう。

応用問題B $\boxed{2}$

(1)　長方形のたては72㎝なので，正方形の１辺は72の約数です。
長方形の横は108㎝なので，正方形の１辺は108の約数です。
よって正方形の１辺は72と108の公約数になり，問題文にできるだけ大きい正方形を使うと書いてありましたから，72と108の最大公約数の36になります。

したがって，たてに　72÷36＝2(個)，横に　108÷36＝3(個)使いますから，全部で，2×3＝6(個)になります。

(2)　(1)で，正方形の1辺は，72と108の公約数であることがわかりました。
また，左上の切り取る部分は，たてが24㎝で横が48㎝です。よって正方形の１辺は，24の約数でもあり，48の約数でもある数にしなければなりません。
右下の切り取る部分は，たてが15㎝で横が30㎝です。よって正方形の１辺は，15の約数でもあり，30の約数でもある数にしなければなりません。

結局，正方形の１辺は，72と108と24と48と15と30の公約数になります。
しかも問題文には，できるだけ大きい正方形を使うと書いてありましたから，最大公約数になり，正方形の１辺は3㎝になります。

問題の(図1)の場合なら，たてに　72÷3＝24(個)，横に　108÷3＝36(個)ですから，全部で24×36＝864(個)です。
ところが(図2)の場合は，左上の切り取る部分が，たてに　24÷3＝8(個)，横に　48÷3＝16(個)で，8×16＝128(個)です。
右下の切り取る部分は，たてに　15÷3＝5(個)，横に　30÷3＝10(個)で，全部で　5×10＝50(個)です。

よって，正方形は　864－(128＋50)＝686(個)になります。

(3)　正方形の１辺が６cmですから，(図1)の場合は，たてに　$72\div6=12$（個），横に　$108\div6=18$（個）で，全部で　$12\times18=216$（個）です。

しかし(図3)の場合は150個になったので，$216-150=66$（個）減りました。

減った理由は，右下の部分を切り取ったからです。

よって，右下の部分の「たて×横」が，66個ぶんになればよいことがわかりました。

たて×横＝66　になるのは，1×66，2×33，3×22，6×11，11×6，22×3，33×2，66×1　の場合が考えられます。

正方形の１辺が６cmであることも利用して，

1×66，66×1　の場合　…　66個ぶん切り取るためには，長さが　$6\times66=396$（cm）より長くなければなりませんが，たては72cm，横は108cmしかないので，ダメです。

2×33，33×1　の場合　…　33個ぶん切り取るためには，長さが　$6\times33=198$（cm）より長くなければなりませんが，たては72cm，横は108cmしかないので，ダメです。

3×22，22×1　の場合　…　22個ぶん切り取るためには，長さが　$6\times22=132$（cm）より長くなければなりませんが，たては72cm，横は108cmしかないので，ダメです。

6×11，11×6　の場合　…　11個ぶん切り取るためには，長さが　$6\times11=66$（cm）より長くなければなりませんが，たては72cm，横は108cmなので，OKです。

よって，取りのぞいた長方形の２辺は，１辺が６cmの正方形が，たてに６個ぶん，横に11個ぶん，またはその逆の場合なので，$6\times6=36$（cm）と，$6\times11=66$（cm）になります。