

シリーズ4年上第17回・くわしい解説

- ※ 6の倍数 = 6でわり切れる数。6, 12, 18, …。
- ※ 公倍数は, 最小公倍数の倍数。
- ※ 最小公倍数は連除法で求める。
 - ・ 左側と下側をかけ算すること。
 - ・ 2つでもわれる数があったら, わらなければならない。
- ※ 「1から100までの中に7の倍数が何個あるか」という問題の場合, $100 \div 7 = 14$ あまり2として, 14個。

目次

基本	1	…p.2
基本	2	…p.6
基本	3	…p.7
基本	4	…p.8
練習	1	…p.9
練習	2	…p.10
練習	3	…p.11
練習	4	…p.13
練習	5	…p.16

すぐる学習会

<http://www.suguru.jp>

基本 1 (1)

「5の倍数」というのは、「5を何倍かした数」というのと同じです。

小さい方から、 $5 \times 1 = 5$ ， $5 \times 2 = 10$ ， $5 \times 3 = 15$ になります。

基本 1 (2)

「14の倍数」というのは、「14を何倍かした数」というのと同じです。

小さい方から1番目なら、 14×1 です。2番目なら、 14×2 です。

同じようにして、8番目なら、 $14 \times 8 = 112$ になります。

基本 1 (3)

「2の倍数」というのは、「2を何倍かした数」というのと同じです。

2×1 ， 2×2 ， 2×3 ，……という数が、1から25までの中に何個あるかを求めるのですから、25の中に2が何回入っているかを考えることになり、わり算です。

$25 \div 2 = 12$ あまり 1 ですから、2の倍数は **12** 個入っています。

基本 1 (4)

もし、「1から80までの中に、4の倍数が何個入っていますか。」という問題だったら、 $80 \div 4 = 20$ により、20個になります。

しかし実際は、1からではなく30からです。

30, 31, 32, ……………, 79, 80

このような問題では、1から29までをつけ加えて、1から80までにします。

1, 2, 3, ……………, 28, 29, 30, 31, 32, ……………, 79, 80

1から30までをつけ加えると、30がダブってしまっとうまくいかないことがあるので、注意しましょう。

1から80まででは、4の倍数は20個ありました。

1から29まででは、 $29 \div 4 = 7$ あまり 1 ですから、7個あります。

1, 2, 3, ……………, 28, 29, 30, 31, 32, ……………, 79, 80

7個

20個

よって、30から80までには、2の倍数は $20 - 7 = 13$ (個) あります。

1, 2, 3, ……………, 28, 29, 30, 31, 32, ……………, 79, 80

7個

13個

20個

基本 1 (5)

①
$$\begin{array}{r} 2 \) \ 4 \ 12 \\ 2 \) \ 2 \ 6 \\ \hline 1 \ 3 \end{array} \rightarrow 12$$

②
$$\begin{array}{r} 2 \) \ 14 \ 40 \\ \hline 7 \ 20 \end{array} \rightarrow 280$$

③
$$\begin{array}{r} 3 \) \ 45 \ 75 \\ 5 \) \ 15 \ 25 \\ \hline 3 \ 5 \end{array} \rightarrow 225$$

④
$$\begin{array}{r} 2 \) \ 4 \ 6 \ 10 \\ \hline 2 \ 3 \ 5 \end{array} \rightarrow 60$$

⑤ 最小公倍数を求めるときには、最大公約数とちがって、「2つでもわれたらわらなければならぬ」ことに注意しましょう。

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 40 \ 48 \\ 2 \) \ 16 \ 20 \ 24 \\ 2 \) \ 8 \ 10 \ 12 \\ \hline 4 \ 5 \ 6 \end{array}$$

としてはいけません。4, 5, 6のうち、4と6はまだ、2でわり切れるからです。わり切れない5は、そのまま下へおろします。

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 40 \ 48 \\ 2 \) \ 16 \ 20 \ 24 \\ 2 \) \ 8 \ 10 \ 12 \\ 2 \) \ 4 \ 5 \ 6 \\ \hline 2 \ 5 \ 3 \end{array}$$

$\swarrow \div 2$ $\swarrow \div 2$
 $\swarrow \div 2$ $\swarrow \div 2$

そして、左と下のかけ算をして、最小公倍数を求めます。

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 40 \ 48 \\ 2 \) \ 16 \ 20 \ 24 \\ 2 \) \ 8 \ 10 \ 12 \\ 2 \) \ 4 \ 5 \ 6 \\ \hline 2 \ 5 \ 3 \end{array} \rightarrow 480$$

基本 1 (6)

8と12の公倍数を求めるには、まず最小公倍数を求めます。

最小公倍数は、右の連除法のように24になります。

よって、8と12の公倍数は、24の倍数になります。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8 \quad 12 \\ 2 & 4 \quad 6 \\ \hline & 2 \quad 3 \end{array} \rightarrow 24$$

小さい方から、 $24 \times 1 = 24$ ， $24 \times 2 = 48$ ， $24 \times 3 = 72$ です。

基本 2

- (1) 12と21の公倍数を求めるには、まず最小公倍数を求めます。

最小公倍数は、右の連除法のように84になります。

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 12 \quad 21} \\ \underline{4 \quad 7} \\ 84 \end{array} \rightarrow 84$$

よって、12と21の公倍数は、84の倍数です。

小さい方から3番目は、 $84 \times 3 = 252$ になります。

- (2) (1)で、12と21の公倍数は、84の倍数であることがわかりました。

よって、1から1000までの中に、84の倍数が何個あるか、という問題になります。

$1000 \div 84 = 11$ あまり 76 ですから、84の倍数は **11** 個あります。

基本 3

- (1) 6でわり切れる数のことを、6の倍数といいます。
 15でわり切れる数のことを、15の倍数といいます。
 よって、6でも15でもわり切れる数は、6と15の公倍数です。

6と15の公倍数を求めるには、まず最小公倍数を求めます。

右のような連除法により、最小公倍数は30です。

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) \begin{array}{cc} 6 & 15 \\ \underline{2} & \underline{5} \end{array}} \rightarrow 30 \end{array}$$

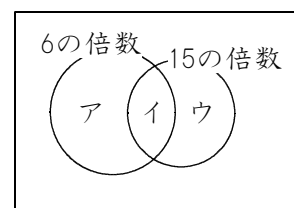
したがってこの問題は、1から100までの中の30の倍数を、すべて答える、という問題になります。

$30 \times 1 = 30$ 、 $30 \times 2 = 60$ 、 $30 \times 3 = 90$ で、 $30 \times 4 = 120$ は100をこえているのでダメです。

よって答えは、**30**、**60**、**90**です。

- (2) ベン図を書いて、求めましょう。

右のベン図において、6でわり切れる数は6の倍数の円の中に入っていて、15でわり切れない数は15の倍数の円の外です。



よって、6でわり切れて15でわり切れない数は、アの部分になります。

アの部分は、6の倍数の個数(ア+イ)から、イの個数を引くことによって求めます。

$100 \div 6 = 16$ あまり 4 ですから、1から100までの中に、6の倍数は16個あります。

よって、ア+イの部分の個数は16個です。

また、イの部分は、(1)の問題で3個あることがわかりました。

よって、アの部分は、 $16 - 3 = 13$ (個) になります。

基本 4

- (1) A 駅行きは 8 の倍数のときに発車します。
 B 駅行きは 10 の倍数のときに発車します。
 よって、2 つのバスが同時に発車するのは、8 と 10 の公倍数のときです。

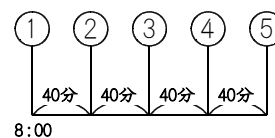
8 と 10 の最小公倍数は 40 ですから、40 分ごとに同時に発車することになります。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \quad 10} \\ \underline{4 \quad 5} \\ 40 \end{array} \rightarrow 40$$

午前 8 時の次に同時に発車するのは、午前 8 時 + 40 分 = 午前 **8 時 40 分** です。

- (2) 植木算なので注意しましょう。

1 回目から 5 回目までに、40 分は $5 - 1 = 4$ (回) あります。



$40 \times 4 = 160$ (分) で、1 時間は 60 分ですから、
 $160 \div 60 = 2$ あまり 40 により、160 分は 2 時間 40 分です。

午前 8 時の 2 時間 40 分後ですから、午前 8 時 + 2 時間 40 分 = 午前 **10 時 40 分** です。

練習 1

- (1) 9でわり切れるということは、9の倍数ということです。
よって、9の倍数でもあるし、6の倍数でもあるのですから、9と6の公倍数です。

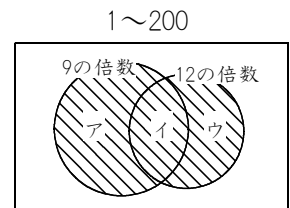
9と6の最小公倍数は18ですから、18の倍数になります。

$200 \div 18 = 11$ あまり 2 ですから、1から200までの中に18の倍数は
11個あります。

- (2) 「9または12でわり切れる」というのは、「9の倍数または12の倍数」ということと同じです。

算数の問題の場合は、(日常の「または」ということばの意味とはちがって) 9と12の公倍数もふくみます。

ベン図にすると、右の図のななめの線の部分の個数を求めることになります。



イの部分は、9と12の公倍数です。

9と12の最小公倍数は36ですから、イの部分には36の倍数が入ります。

$200 \div 36 = 5$ あまり 20 ですから、イの部分には5個の数が入ります。

(ア+イ)の部分は、9の倍数です。

$200 \div 9 = 22$ あまり 2 ですから、(ア+イ)の部分には22個の数が入ります。

イの部分は5個ですから、アの部分には、 $22 - 5 = 17$ (個)の数が入ります。

(イ+ウ)の部分は、12の倍数です。

$200 \div 12 = 16$ あまり 8 ですから、(イ+ウ)の部分には16個の数が入ります。

イの部分は5個ですから、ウの部分には、 $16 - 5 = 11$ (個)の数が入ります。

アは17個、イは5個、ウは11個ですから、ななめの線をつけた部分は、 $17 + 5 + 11 = 33$ (個)になります。

練習 2 (1)

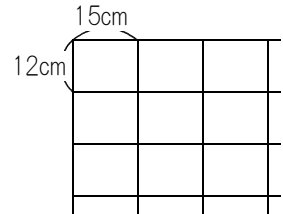
できた正方形のたてには、たてが12cmの長方形が何枚も並んでいます。

もし1枚だけ並んでいたら12cmです。

2枚並んでいたら、 $12 \times 2 = 24$ (cm) です。

3枚並んでいたら、 $12 \times 3 = 36$ (cm) です。

このようにして、正方形のたての長さは、12cmの倍数になります。



同じようにして、正方形の横には、横が15cmの長方形が何枚も並んでいます。正方形の横の長さは、15cmの倍数になります。

ところで、正方形は、たての長さと横の長さが同じです。

ですから、正方形の1辺の長さは、12cmの倍数でもあるし、15cmの倍数でもあります。つまり、正方形の1辺は、12cmと15cmの公倍数になります。

しかも問題文には、「できるだけ小さい正方形を作る」と書いてあったので、正方形の1辺は、12cmと15cmの最小公倍数にします。

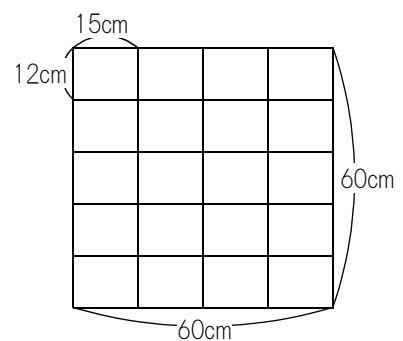
12と15の最小公倍数は、 $3 \times 4 \times 5 = 60$ なので、答えは60cmになります。

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 12 \ 15} \\ \underline{4 \quad 5} \end{array}$$

練習 2 (2)

(1)で、正方形の1辺は60cmであることがわかったので、長方形のタイルは、右の図のように、たてに $60 \div 12 = 5$ (まい)、横に $60 \div 15 = 4$ (まい) 使います。

全部で、 $5 \times 4 = 20$ (まい) になります。



※ $5 + 4 = 9$ (まい) というあやまりが多いので、注意しましょう。

※ この問題は、面積を利用して求めることもできます。

長方形1まいの面積は、 $12 \times 15 = 180$ (cm²)、正方形の面積は、 $60 \times 60 = 3600$ (cm²) ですから、 $3600 \div 180 = 20$ (まい) になります。ただし、この解き方では、計算がめんどうです。

練習 3 (1)

クッキーを6個ずつ入れて、ぴったり入れることができるのですから、クッキーの個数は6の倍数です。

また、クッキーを8個ずつ入れても、ぴったり入れることができるのですから、クッキーの個数は8の倍数でもあります。

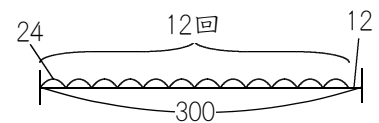
クッキーの個数は、6の倍数でも8の倍数でもあるのですから、6と8の公倍数です。公倍数は、まず最小公倍数を求めて、その倍数を求めればOKです。

6と8の最小公倍数は24なので、クッキーの個数は24の倍数であることがわかりました。

ところで、クッキーの個数は300個以上400個以下だそうです。

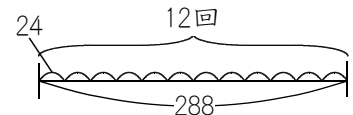
よってこの問題は、24の倍数のうち、300個以上400個以下のものを求める問題になりました。

$300 \div 24 = 12$ あまり 12 ですから、300の中に24は12回入っていて、12あまりあります。

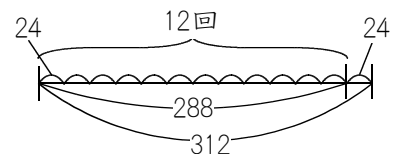


ですから、300からあまっている12をとりのぞいた、 $300 - 12 = 288$ なら、24の倍数です。

しかし、288は、300以上400以下のはんいには入っていないので、答えではありません。



288に、もう1個24を加えた、 $288 + 24 = 312$ なら、ちゃんとはんいに入っています。



よって、クッキーの個数は、最も少なくて312個になります。

$312 + 24 = 336$ (個), $336 + 24 = 360$ (個), $360 + 24 = 384$ (個) が、はんいに入っています。 $384 + 24 = 408$ (個) は、はんいをこえています。

したがって答えは、**312個, 336個, 360個, 384個**です。

練習 3 (2)

(1)で、クッキーの個数として考えられるのは、312個、336個、360個、384個の4通りであることがわかりました。

(2)の問題では、この4通りのうち、1ふくろに9個ずつ入れて、あまることなくふくろにつめることができる個数を求める問題です。

つまり、9でわってわり切れる個数を求める問題です。

$$312 \div 9 = 34 \text{ あまり } 6,$$

$$336 \div 9 = 37 \text{ あまり } 3,$$

$$360 \div 9 = 40,$$

$$384 \div 9 = 42 \text{ あまり } 6$$

となりますから、9でわり切れるのは360個のときだけです。

よって、クッキーの個数は、**360**個になります。

※ 9でわり切れるかどうかは、実際にわり算をしなくてもわかる方法があります。

それは「九去法」といって、それぞれの位の数の和を求めていけば、それが、9でわったときのあまりになる、という方法です。

たとえば312の場合だったら、 $3 + 1 + 2 = 6$ なので、312を9でわると、6あまりです。

336の場合だったら、 $3 + 3 + 6 = 12$ となり、また12のそれぞれの位の和を求めて、 $1 + 2 = 3$ が、あまりになります。

360の場合は、 $3 + 6 + 0 = 9$ となり、9は9でわり切れるので、あまりは0です。

384の場合は、 $3 + 8 + 4 = 15$ となり、さらに $1 + 5 = 6$ となるので、6あまりです。

練習 4 (1)

もし、「1から100までの中に、3の倍数が何個入っていますか。」という問題だったら、 $100 \div 3 = 33$ あまり 1 により、33個になります。

しかし実際は、1からではなく50からです。

50, 51, 52, ……………, 99, 100

このような問題では、1から49までをつけ加えて、1から100までにします。

1, 2, 3, ……………, 48, 49, 50, 51, 52, ……………, 99, 100

1から50までをつけ加えると、50がダブってしまってうまくいかないことがあるので、注意しましょう。

1から100まででは、3の倍数は33個ありました。

1から49まででは、 $49 \div 3 = 16$ あまり 1 ですから、16個あります。

1, 2, 3, ……………, 48, 49, 50, 51, 52, ……………, 99, 100

16個

33個

よって、50から100までには、3の倍数は $33 - 16 = 17$ (個) あります。

1, 2, 3, ……………, 48, 49, 50, 51, 52, ……………, 99, 100

16個

17個

33個

練習 4 (2)

アには、3の倍数でもあるし、4の倍数でもある数が入っています。

3と4の最小公倍数は12なので、アには12の倍数が入っていることになります。

もし、「1から100までの中に、12の倍数が何個入っていますか。」という問題だったら、 $100 \div 12 = 8$ あまり 4 により、8個になります。

しかし実際は、1からではなく50からです。

50, 51, 52, ……………, 99, 100

このような問題では、1から49までをつけ加えて、1から100までにします。

1, 2, 3, ……………, 48, 49, 50, 51, 52, ……………, 99, 100

1から50までをつけ加えると、50がダブってしまっとうまくいかないことがあるので、注意しましょう。

1から100まででは、12の倍数は8個ありました。

1から49まででは、 $49 \div 12 = 4$ ですから、4個あります。

1, 2, 3, ……………, 48, 49, 50, 51, 52, ……………, 99, 100

4 個

8 個

よって、50から100までには、12の倍数は $8 - 4 = 4$ (個) あります。

1, 2, 3, ……………, 48, 49, 50, 51, 52, ……………, 99, 100

4 個

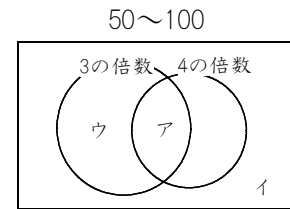
4 個

8 個

練習 4 (3)

(1)では、3の倍数が17個あることがわかり、(2)ではアの部分には4個の数がふくまれていることがわかりました。

よって右図のウの部分には、 $17 - 4 = 13$ (個)の数がふくまれています。



次に、4の倍数が何個あるかを求めてみます。

もし、「1から100までの中に、4の倍数が何個入っていますか。」という問題だったら、 $100 \div 4 = 25$ により、25個になります。

しかし実際は、1からではなく50からです。

50, 51, 52, ……………, 99, 100

このような問題では、1から49までをつけ加えて、1から100までにします。

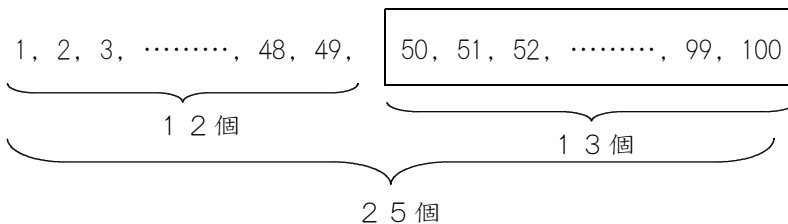
1, 2, 3, ……………, 48, 49, 50, 51, 52, ……………, 99, 100


1から50までをつけ加えると、50がダブってしまってうまくいかないことがあるので、注意しましょう。

1から100まででは、4の倍数は25個ありました。

1から49まででは、 $49 \div 4 = 12$ あまり 1 ですから、12個あります。

よって、50から100までには、4の倍数は $25 - 12 = 13$ (個) あります。

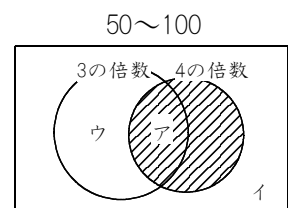


右の図の、ウの部分は13個で、ななめの線をつけた部分である、アの倍数も13個ですから、の部分は、 $13 \times 2 = 26$ (個) です。

50から100までに整数は、 $100 - 50 + 1 = 51$ (個) です。

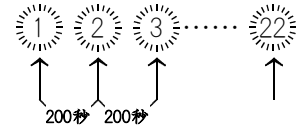
(50個ではないことに注意しましょう。)

よって、イの部分の個数は、 $51 - 26 = 25$ (個) になります。



練習 5

- (1) Aは25秒ごと、Bは40秒ごとに打ち上げられるの
 ですから、同時に打ち上げられるのは、25と40の最
 小公倍数である、200秒ごとです。



右の図のように、1回目から22回目までには、200
 秒が $22 - 1 = 21$ (回) あるので、花火大会の時間は、 $200 \times 21 = 4200$ (秒
 間) です。

1分は60秒ですから、 $4200 \div 60 = 70$ により、答えは70分間です。

- (2) (1)で、花火大会の時間は4200秒間であることがわかりました。

Aは25秒ごとに打ち上げられます。

$4200 \div 25 = 168$ により、4200秒の中に25秒は168回ありますが、
 1回目もふくめると(植木算ですね)、 $168 + 1 = 169$ (回) になります。

Bは40秒ごとに打ち上げられます。

$4200 \div 40 = 105$ により、4200秒の中に40秒は105回ありますが、
 1回目もふくめると(これも植木算です)、 $105 + 1 = 106$ (回) になります。

Aは169回、Bは106回で、合わせて $169 + 106 = 275$ (回) になりま
 すが、A、Bの花火が同時に打ち上げられる22回ぶんは、音は1回しか聞こえない
 ので、22回ぶん少なくなり、 $275 - 22 = 253$ (回) 聞こえることになります。