最難関問題集4年上第17回・くわしい解説

目　次

すぐる学習会
http://www.suguru.jp

応用問題A 1

A君は，2段目，4段目，6段目，……と，2の倍数段をふみます。
B君は，3の倍数段をふみます。
C君は，4の倍数段をふみます。

2と3と4の最小公倍数は12なので，12段までを考えてみます。
A君がふんだのは，2，4，6，8，10，12段目です。
B君がふんだのは，3，6，9，12段目です。
C君がふんだのは，4，8，12段目です。

3人ともふまなかったのは，1，5，7，11段の，4段です。

12段の中で，3人ともふまなかったのは4段あることがわかりました。

石だんは全部で120段あって，12段の　120÷12＝10（倍）です。

よって，3人ともふまなかった段も10倍になり，4×10＝40（段）になります。

応用問題A $\boxed{2}$

生徒たちを4列にならべたときに，はんぱの生徒はいなかったので，生徒数は4の倍数です。
5列にならべたときにもはんぱの生徒はいなかったので，生徒数は5の倍数です。
6列にならべたときにもはんぱの生徒はいなかったので，生徒数は6の倍数です。
よって，生徒数は4と5と6の公倍数になります。
4と5と6の最小公倍数は60ですから，生徒数は60の倍数です。

ところで，この小学校の各学年は4クラスありますから，1年生から6年生まで全部合わせると，4×6＝24(クラス)です。

1クラスの人数は27人か28人です。

よって，この小学校の生徒数は，もっとも少なくて 27×24＝648(人)です。
もっとも多くて 28×24＝672(人)です。

この小学校の生徒数は，60の倍数で，しかも648人から672人までのいずれかであることがわかりました。

648÷60＝10 あまり 48 ですから，60人の10倍である，60×10＝600(人)の場合は，648人から672人までのはんいに入っていません。
60×11＝660(人)は，このはんいに入っています。
60×12＝720(人)は，このはんいに入っていません。

よって，648人から672人までのはんいに入っている60の倍数は，660人だけです。

この小学校の生徒数は，660人であることがわかりました。

応用問題A $\boxed{3}$

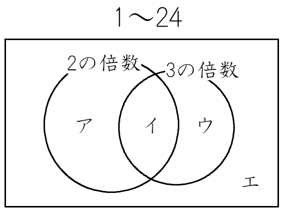
(1)　24÷2＝12 により，1から24までの中に，2の倍数は12個あることがわかります。
最後の12個目の2の倍数は，2×12＝24です。

この12個は，2，4，6，…，24 のように，2ずつふえる等差数列になっています。
よって，等差数列の和＝（はじめ＋おわり）×N÷2＝（2＋24）×12÷2＝156

(2)　24÷3＝8 により，1から24までの中に，3の倍数は8個あることがわかります。
最後の8個目の3の倍数は，3×8＝24です。

この8個は，3，6，9，…，24 のように，3ずつふえる等差数列になっています。
よって，等差数列の和＝（はじめ＋おわり）×N÷2＝（3＋24）×8÷2＝108

(3)　右のベン図の，エの部分にふくまれる整数の和を求めるという問題です。



(1)によって，(ア＋イ)にふくまれる整数の和は156であることがわかりました。
(2)によって，(イ＋ウ)にふくまれる整数の和は108であることがわかりました。

イには，2と3の公倍数が入っています。
2と3の最小公倍数は6なので，イには6の倍数が入っていることになります。

イに入っている数は，6，12，18，24の4個です。
この4個の和は，6＋12＋18＋24＝60 です。

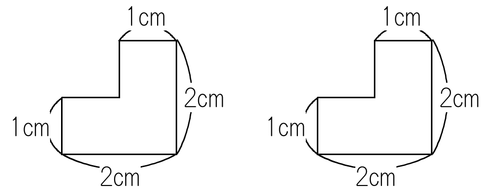
(ア＋イ)は156で，イは60ですから，アは 156－60＝96 です。
(イ＋ウ)は108で，イは60ですから，ウは 108－60＝48 です。

よって，アは96，イは60，ウは48ですから，(ア＋イ＋ウ)は，96＋60＋48＝204 です。

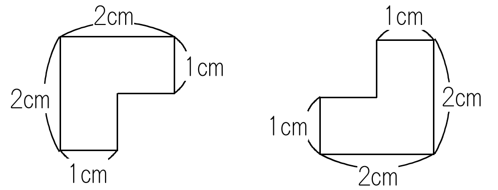
ところで，1から24までの，すべての整数の和は，（はじめ＋おわり）×N÷2＝（1＋24）×24÷2＝300 です。
よって，エにあてはまる数の和は，300－204＝96 になります。

応用問題A $\boxed{4}$

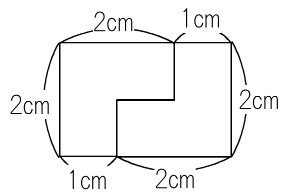
タイルを2枚用意して，



2枚のうちの1枚をさかさにして，



くっつけると，右の図のような，たてが2cmで，横が3cmの長方形になります。



この長方形をならべて，正方形を作ることになります。

タイルは200まいあったので，この長方形は 200÷2＝100(まい)できています。

したがってこの問題は，たて2cm，横3cmの長方形100まいで，最も大きい正方形を作るという問題になりました。

正方形のたては2の倍数で，横は3の倍数ですから，正方形1辺は，2と3の最小公倍数である，6の倍数になります。

1辺が6cmの正方形を作るには，たては 6÷2＝3(まい)，横は 6÷3＝2(まい)必要ですから，全部で 3×2＝6(まい)必要です。長方形は100まいあるので，ちゃんと作ることができます。

1辺が12cmの正方形を作るには，たては 12÷2＝6(まい)，横は 12÷3＝4(まい)必要ですから，全部で 6×4＝24(まい)必要です。長方形は100まいあるので，ちゃんと作ることができます。

1辺が18cmの正方形を作るには，たては 18÷2＝9(まい)，横は 18÷3＝6(まい)必要ですから，全部で 9×6＝54(まい)必要です。長方形は100まいあるので，ちゃんと作ることができます。

1辺が24cmの正方形を作るには，たては 24÷2＝12(まい)，横は 24÷3＝8(まい)必要ですから，全部で 12×8＝96(まい)必要です。長方形は100まいあるので，作ることができますが，これ以上大きな正方形は無理です。

長方形100まいのうち，96まい使いましたから，あまりは 100－96＝4(まい)です。

ところで，長方形1まいは，タイル2まいで作ることができました。
4まい長方形があまっているということは，2×4＝8(まい)のタイルがあまったということになります。

応用問題B $\boxed{1}$

(1)　黄は2の倍数秒ごと，赤は3の倍数秒ごと，青は5の倍数秒ごとにつきます。
2と3と5の最小公倍数は30ですから，30秒を1セットにして考えていきます。
30秒の間で，黄，赤，青がつくようすを表にすると，下の表のようになります。

黄	2，		4，		6，	8，		10，	12，	14，		16，	18，	20，		22，	24，		26，		28，	30
赤		3，			6，		9，		12，		15，		18，		21，		24，			27，		30
青				5，				10，			15，			20，				25，				30
				↑														↑				

青だけがついているのは，5秒，25秒の2回あります。

30秒の間で，青だけがついているのは2回あることがわかりました。

1分は60秒ですから，30分は 60×30＝1800(秒)です。

1800秒は，30秒の，1800÷30＝60(倍)です。

よって，青だけがついているのも60倍になり，2×60＝120(回)になります。

(2)　(1)と同じように，1セットを30秒にして，その30秒の間に2色だけがついている回数を調べます。

黄	2，		4，		6，	8，		10，	12，	14，		16，	18，	20，		22，	24，		26，		28，	30
赤		3，			6，		9，		12，		15，		18，		21，		24，			27，		30
青				5，				10，			15，			20，				25，				30
					↑			↑	↑		↑		↑	↑			↑					

2色だけがついているのは，6秒，10秒，12秒，15秒，18秒，20秒，24秒の7回あります。

(1)でわかったとおり，30分間は1セット30秒の60倍です。

よって，2色だけがついているのも60倍になり，7×60＝420(回)になります。

応用問題B $\boxed{2}$

(1)　5けたの整数 12□□3 の一の位は3です。
9を何倍したら，一の位が3になるでしょうか。
9×7＝63 ですから，9を7倍すれば，一の位が3になります。

したがって，29の場合も7倍，17倍，27倍，……とすれば，一の位が3になります。

ところで，5けたの整数 12□□3 の□を両方とも0にすると，12003 です。
この，12003 という数が，29の何倍ぐらいなのかを考えてみます。

12003÷29＝413 あまり 26 ですから，12003 は29の413倍をちょっと超えたぐらいです。
一の位を3にするためには，29を7倍，17倍，27倍，……としなければなりませんでした。
よって，413よりも少し大きい数である，417倍すれば，うまくいきそうです。

29×417＝12093 となり，これが最も小さい数になります。

(2)　(1)でわかった通り，最も小さい数は29の417倍で，29×417＝12093 です。
次に小さい数は，29の427倍で，29×427＝12383 です。
次に小さい数は，29の437倍で，29×437＝12673 です。
次に小さい数は，29の447倍で，29×447＝12963 です。
次は，29の457倍で，29×457＝13253 となり，千の位が2ではなく3になってしまうので，ダメです。

よって，あてはまるのは，12093，12383，12673，12963の4個になります。