演習問題集4年上第20回・くわしい解説

※　６の約数＝６を割り切る数。1，2，3，6。
※　10 をわると２あまる数…10－２＝８の約数なので，
1，2，4，8。ただし，２以下はダメなので，4，8。
※　最大公約数は連除法で求める。公約数は最大公約数の約数。
※　６の倍数＝６でわり切れる数。6，12，18，…。
※　最小公倍数は連除法で求める。公倍数は最小公倍数の倍数。
・左側と下側をかけ算すること。
・２つでもわれる数があったら，わらなければならない。
※　「１から 100 までの中に７の倍数が何個あるか」という
問題の場合，100÷７＝14 あまり２として，14 個。
※　面積図でのつるかめ算の解き方をマスターしましょう。
※　べんしょうつるかめ算での「夢」と「実際」の解き方を
マスターしましょう。
※　得点表の問題では，表に「合計点」のらんを付け加える。
※　平均点から合計点，合計点から平均点の求め方を復習しましょう。
※　立方体には，同じ長さの辺が１２本あります。
※　直方体には，（たて，横，高さ）が４セットあります。
※　立方体の「反対の点」の考え方をマスターしましょう。
※　展開図には，いつも記号を書き込むようにしましょう。

目　次

すぐる学習会
http://www.suguru.jp

ステップ①

①　50 をわると 8 あまるというのは，たとえば次のような文章題と同じです。

50 円を持って買い物に行き，りんごを買えるだけ買ったら，8 円あまった。

50 － 8 ＝ 42（円）で，りんごをぴったり買うことができるのですから，りんご 1 個のねだんは，42 の約数です。

積が 42 になるのは，1 × 42，2 × 21，3 × 14，6 × 7です。

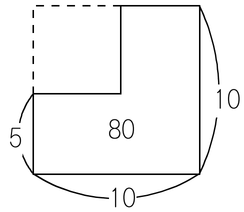
よって，42 の約数は，1，2，3，6，7，14，21，42 です。

ところが，りんご 1 個のねだんが「1 円」とか，「2 円」とかならば，買えるだけ買って，8 円もあまるわけがありません。8 円あまっているのなら，りんごがもっと買えてしまうからです。

よって，りんご 1 個のねだんは，8 円よりも高くなければならないので（8円ぴったりもダメです），14，21，42 が正解です。

②　つるかめ算です。面積図を書いて解いていきましょう。

５円玉と１０円玉が合わせて１０まいあって，金額の合計は８０円ですから，右のような面積図になります。



点線部分の面積は，１０×１０－８０＝２０　です。
点線部分のたては，１０－５＝５　です。
点線部分の横は，２０÷５＝４　になります。

よって，５円玉は４まいあったことがわかりました。

③　もし,「１から１４０までの中に，４の倍数が何個入っていますか。」という問題だったら，１４０÷４＝３５ により，３５個になります。

しかし実際は，１からではなく５０からです。

$\boxed{50,\ 51,\ 52,\ \cdots\cdots\cdots,\ 139,\ 140}$

このような問題では，１から４９までをつけ加えて，１から１４０までにします。

1，2，3，………，48，49，$\boxed{50,\ 51,\ 52,\ \cdots\cdots\cdots,\ 139,\ 140}$

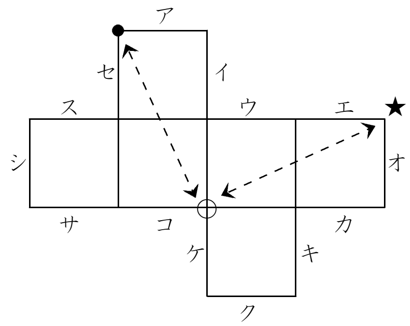
１から５０までをつけ加えると，５０がダブってしまってうまくいかないことがあるので，注意しましょう。

１から１４０まででは，４の倍数は３５個ありました。
１から４９まででは，４９÷４＝１２ あまり １ ですから，１２個あります。
よって，５０から１４０までには，４の倍数は ３５－１２＝２３（個）あります。

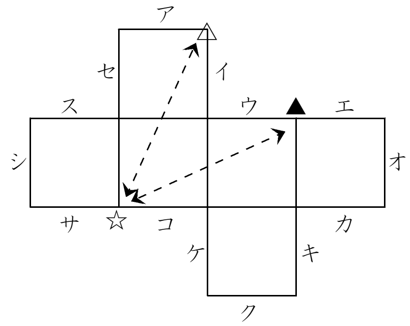
$$\underbrace{\underbrace{1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots\cdots,\ 48,\ 49,}_{１２個}\ \underbrace{\boxed{50,\ 51,\ 52,\ \cdots\cdots\cdots,\ 139,\ 140}}_{２３個}}_{３５個}$$

④　記号の書き方は，４年上第１９回のくわしい解説を参考にしてください。

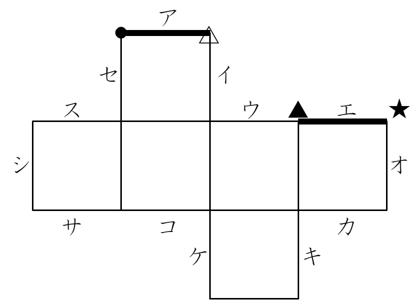
辺アの左側の点である●の反対の点が○で，その反対の点が★ですから，●と★は同じ点です。



辺アの右側の点である△の反対の点が☆で，その反対の点が▲ですから，△と▲は同じ点です。

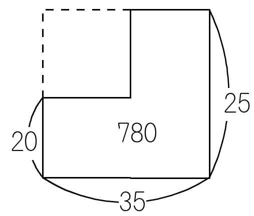


●と★，△と▲は同じ点なので，辺アと重なるのは辺エになります。



⑤　つるかめ算です。面積図を書いて解いていきましょう。

１箱あたり２０個入った箱と，１箱あたり２５個入った箱が合わせて３５箱あって，７８０個になっているのですから，右の図のようになります。



点線部分の面積は，２５×３５－７８０＝９５　です。
点線部分のたては，２５－２０＝５　です。
点線部分の横は，９５÷５＝１９　になります。

よって，１箱あたり２０個入った箱は，１９箱あります。
１箱あたり２５個入った箱は，３５－１９＝１６（箱）になります。

⑥　ある奇数は，９８をわり切ります。つまり，９８の約数です。
この奇数は，１２６もわり切ります。よって，１２６の約数でもあります。

９８の約数でもあるし，１２６の約数でもあるので，９８と１２６の公約数になります。

９８と１２６の最大公約数は１４なので，この奇数は１４の約数です。

１４の約数は，１，２，７，１４ですが，奇数なので，１か７しかありえません。
しかも問題には「１より大きい」と書いてあったので，答えは７になります。

⑦　１回勝つと９ポイントもらえるのですから，２０回勝つと，９×２０＝１８０（ポイント）もらえて，はじめの100ポイントと合わせて，１００＋１８０＝２８０（ポイント）になります。これが，夢のポイントです。

ところが，実際のポイントは，１３６ポイントです。

夢のポイントと実際のポイントとは，２８０－１３６＝１４４（ポイント）のちがいがあります。

なぜちがいがあったかというと，実際には何回か負けたからです。

勝つのと負けるとは大ちがいです。
勝つと９ポイントもらえますが，負けると９ポイントもらえないだけでなく，逆に３ポイント引かれるのです。
９ポイントもらえるのと３ポイント引かれるのでは，９＋３＝１２（ポイント）ちがいます。
（気温が９℃というのと，－３℃というのは，１２℃ちがいであるのと同じ考え方です。）

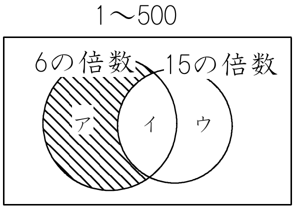
夢にくらべて実際では１４４ポイント低かったのは，実際には負けたために１２ポイントずつ減らしていかなければならなかったからです。

実際には，１４４÷１２＝１２（回）負けたことがわかりました。
全部で２０回のうち，１２回負けたのですから，勝ったのは，２０－１２＝８（回）です。

よって，**８勝１２敗**であることがわかりました。

⑧(1)　５００÷６＝８３ あまり ２ ですから，１から５００までに，６でわり切れる数（６の倍数）は８３個あります。

(2)　６でわり切れるが１５ではわり切れないのは，右のベン図のアの部分です。



アＡ＋イは，(1)で求めた通り８３個です。

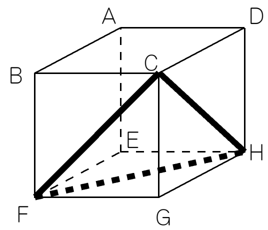
イの部分が何個あるかさえわかれば，アの部分の個数もわかります。

イの部分は，６と１５の公倍数です。
６と１５の最小公倍数は３０なので，イの部分は３０の倍数になります。
５００÷３０＝１６ あまり ２０ ですから，イの部分は１６個です。

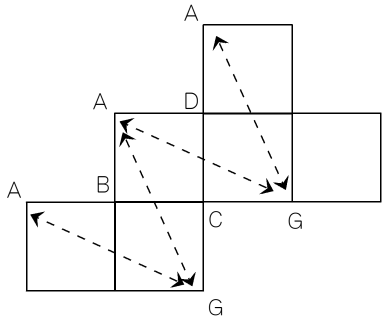
ア＋イは８３個で，イは１６個ですから，アは ８３－１６＝６７（個）です。

⑨　記号の書き方は，４年上第１９回のくわしい解説を参考にしてください。

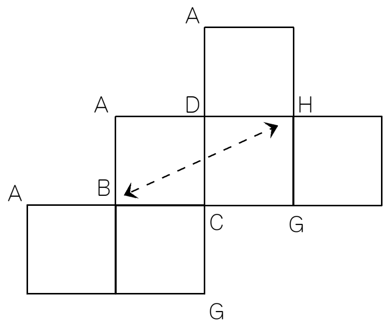
立方体を見ると，Ａの反対の点（Ａからもっとも遠い点）はＧ，Ｂの反対の点はＨ，Ｃの反対の点はＥ，Ｄの反対の点はＦであることがわかります。



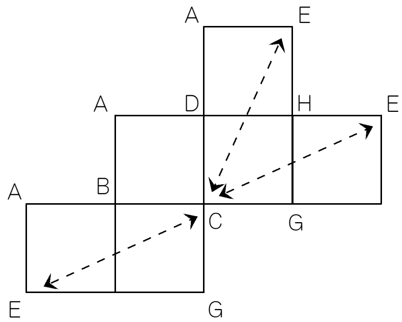
Ａの反対の点はＧ，Ｇの反対の点はＡ，……のように書きこんでいきます。



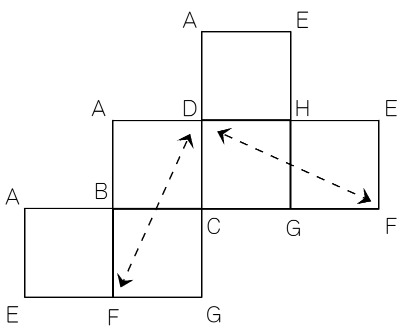
Ｂの反対の点であるＨを書きこみます。



Ｃの反対の点であるＥを書きこみます。

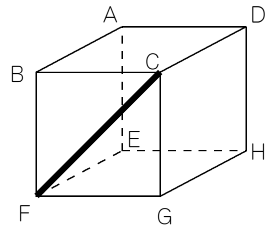


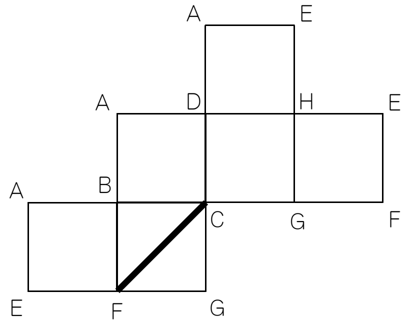
Ｄの反対の点であるＦを書きこみます。



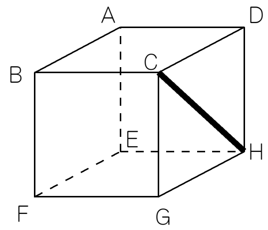
（次のページへ）

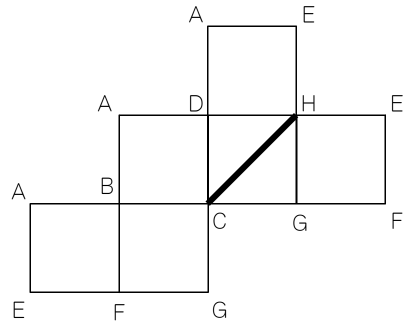
右の図の直線ＣＦは，
面ＢＦＧＣのＣからＦま
でです。
展開図でも面ＢＦＧＣ
をさがして，その面のＣ
からＦまで直線を引きます。



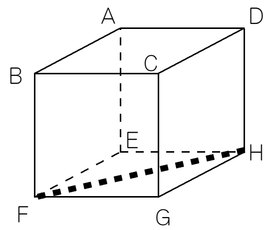


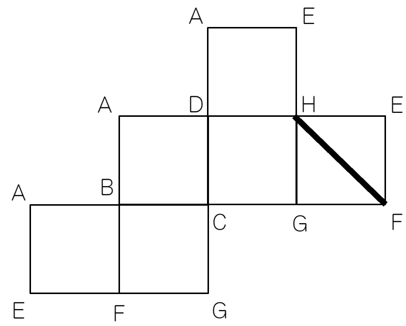
右の図の直線ＣＨは，
面ＣＧＨＤのＣからＨま
でです。
展開図でも面ＣＧＨＤ
をさがして，その面のＣ
からＨまで直線を引きます。



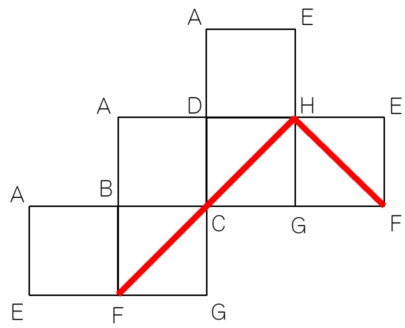


右の図の直線ＦＨは，
面ＥＦＧＨのＦからＨま
でです。
展開図でも面ＥＦＧＨ
をさがして，その面のＦ
からＨまで直線を引きます。





よって答えは右の図のようになります。



ステップ②

□1　うらが出ると西へ２歩進むのですから，１００回ともうらが出たとすると，西へ２×１００＝２００（歩）進みます。これが，「夢」です。
実際には，西に５歩だけ進んでいました。
夢と実際では，２００－５＝１９５（歩）のちがいがあります。

差がある理由は，実際には表も出たからです。
うらが出ると西へ２歩，表が出ると東へ３歩進むのですから，うらが出るのと表が出るのでは，２＋３＝５（歩）のちがいがあります。

いま，１９５歩のちがいがあったのですから，１９５÷５＝３９（回）表が出たことになります。

□2　「５５をわると１あまる」というのは，たとえば５５個のダイヤを同じ個数ずつ分けると，最後に１個あまった，ということです。
５５－１＝５４（個）くばったのですから，くばった人数は５４の約数です。

同じようにして，「７５をわると３あまる」ということから，くばった人数は，７５－３＝７２ の約数です。

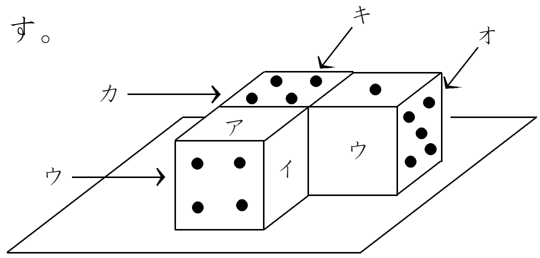
「１３０をわると４あまる」ということから，くばった人数は １３０－４＝１２６の約数です。

よって，くばった人数は，５４と７２と１２６の公約数になります。
最大公約数は１８ですから，くばった人数は１８の約数です。

１８の約数は，１，２，３，６，９，１８です。
しかし，これがすべて答えというわけではありません。
なぜなら，「１」あまったり，「３」あまったり，「４」あまったりしたのですから，くばった人数はそれらよりも多いからです。

よって１８の約数のうち，４よりも大きい数だけが答えなので，６，９，１８になります。

3　右の図において，まず手前のさいころを考えます。



イとウの和は７，アは最大で６です。
よって手前のさいころの目の合計は，
最大で　７＋６＋４＝１７です。

次に，おくの右側のさいころを考えます。

ウとオの和は７ですから，目の合計は，７＋１＋５＝１３です。

最後に，おくの左側のさいころを考えます。

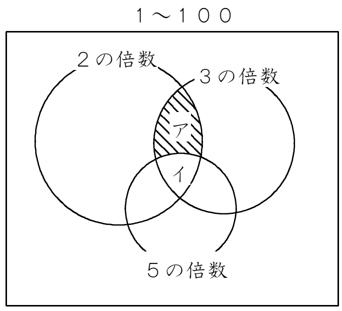
カを６，キを５にできますから，目の合計は，最大で　６＋５＋４＝１５です。

したがって，３個のさいころの目の合計は，最大で　１７＋１３＋１５＝４５になります。

4　２の倍数でも３の倍数でも５の倍数でもあるのは，２と３と５の公倍数です。
２と３と５の最小公倍数は３０ですから，３０の倍数になります。

１００までの中にある３０の倍数は，３０，６０，９０です。

また，２の倍数でも３の倍数でもあるが，５の倍数ではない整数というのは，右のベン図のアの部分です。



イの部分は，２の倍数でも３の倍数でも５の倍数でもある整数の個数を表しますから，すでに求めた通り，３０，６０，９０の３個です。
また，ア＋イは，２の倍数でも３の倍数でもある整数の個数を表します。
２と３の最小公倍数は６ですから，ア＋イは，６の倍数の個数を表します。
１００÷６＝１６　あまり　４　ですから，ア＋イは１６個です。

ア＋イは１６個で，イは３個ですから，アは　１６－３＝１３（個）になります。

$\boxed{5}$　Ｃランチは１００まい用意してありましたが，１２まいあまったのですから，売れたのは，１００－１２＝８８（まい）です。
　Ｃランチは１まい７８０円ですから，８８まいで，７８０×８８＝６８６４０（円）です。

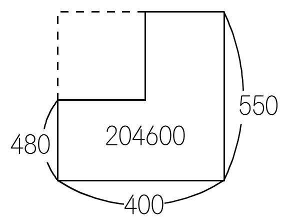
　食券の売り上げは全部で２７３２４０円ですが，Ｃランチの売り上げは６８６４０円です。
　ＡランチとＢランチの売り上げは，２７３２４０－６８６４０＝２０４６００（円）になります。

　ところで，食券は全部で５００まい用意したのですが，Ｃランチの食券は１００まいでしたから，ＡランチとＢランチの食券の合計は，５００－１００＝４００（まい）です。この４００まいは，全部売れました。

　整理すると，

Ａランチは１まい４８０円で，Ｂランチは１まい５５０円です。 合わせて４００まい売れて，売り上げは２０４６００円になりました。

　つるかめ算ですね。
　右のような面積図を書いて，解いていきましょう。

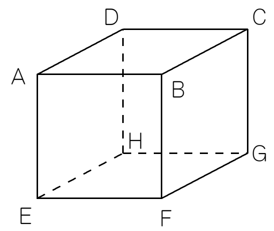


　点線部分の面積は，
５５０×４００－２０４６００＝１５４００　です。
　点線部分のたては，５５０－４８０＝７０　です。
　よって点線部分の横は，１５４００÷７０＝２２０　です。

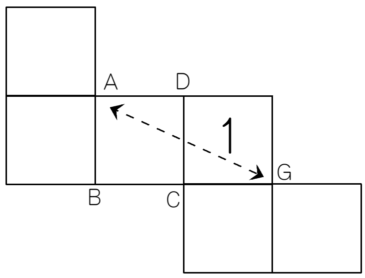
　Ａランチは，２２０まい用意したことがわかりました。

$\boxed{6}$(1)　記号の書き方は，４年上第１９回のくわしい解説を参考にしてください。

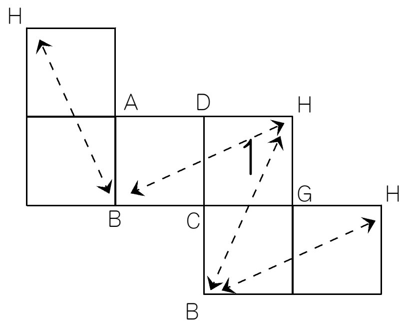
立方体を見ると，Ａの反対の点（Ａからもっとも遠い点）はＧ，Ｂの反対の点はＨ，Ｃの反対の点はＥ，Ｄの反対の点はＦであることがわかります。



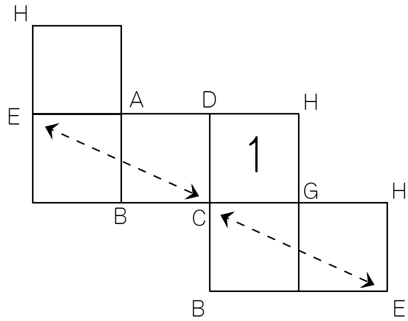
Ａの反対の点であるＧを書きこみます。



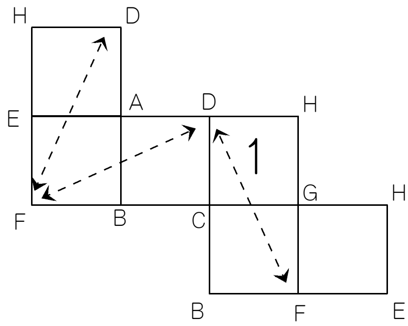
Ｂの反対の点であるＨ，Ｈの反対の点であるＢを書きこみます。



Ｃの反対の点であるＥを書きこみます。

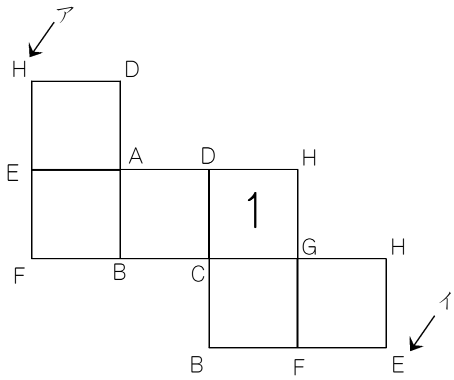


Ｄの反対の点であるＦ，Ｆの反対の点であるＤを書きこみます。

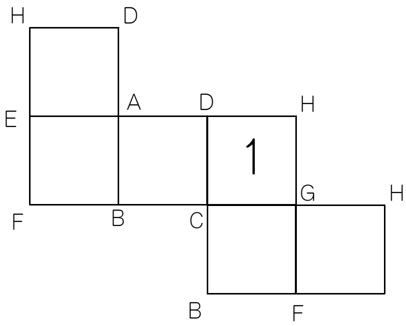


（次のページへ）

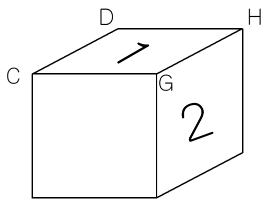
よって，アは点H，イは点Eになります。



(2)　(1)で，１が書いてあるのは，面ＤＣＧＨであることがわかりました。

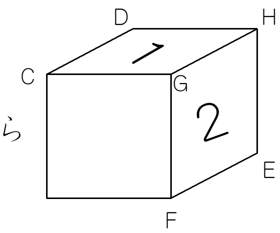


（図３）左の図に向きに注意して書きこむと，



と書きこむことができます。

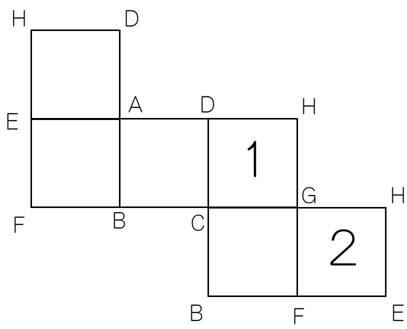
ところで，Ｄの反対の点はＦで，Ｃの反対の点はＥですから



と

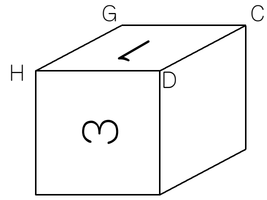
なり，「２」は面ＧＦＥＨに書かれたことがわかります。

展開図の面ＧＦＥＨに，向きに注意して「２」を書くと，右の図のようになります。



（次のページへ）

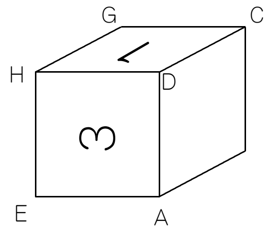
「１」を，（図３）右の図に向きに注意して書きこむと，



と

なります。

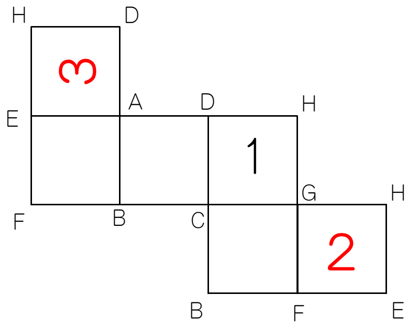
ところで，Ｃの反対の点はＥで，Ｇの反対の点はＡですから



と

なり，「３」は面ＥＡＤＨに書かれたことがわかります。

展開図の面ＥＡＤＨに，向きに注意して
「３」を書くと，右の図のようになります。



$\boxed{7}$(1)　テーブルのたての長さは，１２cmの倍数です。
テーブルの横の長さは，１５cmの倍数です。
テーブルは正方形なので，たてと横は同じ長さです。

よってテーブルの１辺は，１２cmの倍数でもあるし１５cmの倍数でもあるので，１２cmと１５cmの公倍数です。
１２cmと１５cmの最小公倍数は６０cmなので，テーブルの面積を最も小さくしたときの１辺の長さを６０cmにします。

よって，そのときのテーブルの面積は，６０×６０＝３６００（cm^2）になります。

(2)　(1)で答えたテーブルの面積は３６００cm^2で，(2)では１２０まいの長方形のタイルでしきつめるのですから，１まいのタイルの面積は，３６００÷１２０＝３０(cm^2)です。
たての長さより横の長さが長いことを考えると，
たて×横＝１×３０，２×１５，３×１０，５×６の４通りが考えられます。

よって答えは，（たて，横）＝（１，３０），（２，１５），（３，１０），（５，６）になります。

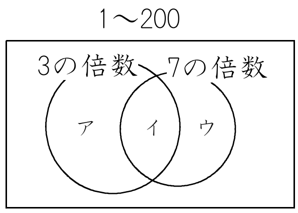
ステップ③

$\boxed{1}$(1)　Ａ君は，１から２００までの整数のうち，３の倍数がかかれたカードを取り出しました。
　２００÷３＝６６　あまり　２　ですから，１から２００までの中に３の倍数は６６まいあります。

　よって，Ａ君は６６まいのカードを取り出したことになります。

(2)　Ａ君が３の倍数のカードを取り出したあと，Ｂ君は７の倍数のカードを取り出しました。

　右のベン図において，Ｂ君が取り出したのはウの部分です。
　（イの部分は，Ａ君がすでに取り出してあります。）



　２００÷７＝２８　あまり　４　ですから，１から２００までの中に７の倍数は２８まいあります。
　よって，ベン図のイ＋ウの部分は２８まいあります。
　また，イの部分は，３の倍数でもあるし７の倍数でもあるので，３と７の公倍数になります。
　３と７の最小公倍数は２１ですから，イの部分は２１の倍数です。
　２００÷２１＝９　あまり　１１　ですから，イの部分は９まいあります。

　イ＋ウの部分は２８まいで，イの部分は９まいですから，ウの部分は，
２８－９＝１９（まい）です。

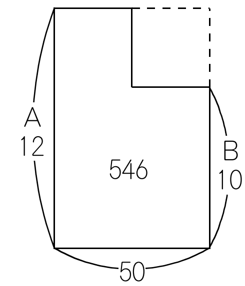
　よって，Ｂ君は１９まいのカードを取り出したことになります。

(3)　小さい方から７番目ぐらいなら，書いてしまった方がラクです。
　Ｂ君が取り出したのは７の倍数ですが，７の倍数のうち３の倍数でもあるのは，すでにＡ君が取り出しています。
　そのことに注意して書いていくと，$\underbrace{7}_{\text{1番目}}$，$\underbrace{14}_{\text{2番目}}$，（２１はダメ），$\underbrace{28}_{\text{3番目}}$，$\underbrace{35}_{\text{4番目}}$，（４２はダメ），$\underbrace{49}_{\text{5番目}}$，$\underbrace{56}_{\text{6番目}}$，（６３はダメ），$\underbrace{70}_{\text{7番目}}$となるので，７番目の整数は７０です。

$\boxed{2}$　Ａは６Ｌで７２kmを走るので，１Ｌあたり，７２÷６＝１２（km）を走ります。
Ｂは４Ｌで４０kmを走るので，１Ｌあたり，４０÷４＝１０（km）を走ります。

１Ｌあたり１２km走るＡと，１Ｌあたり１０km走るＢが，合わせて５０Ｌで，５４６kmを走ったのですから，つるかめ算の面積図を書いて解いていきます。

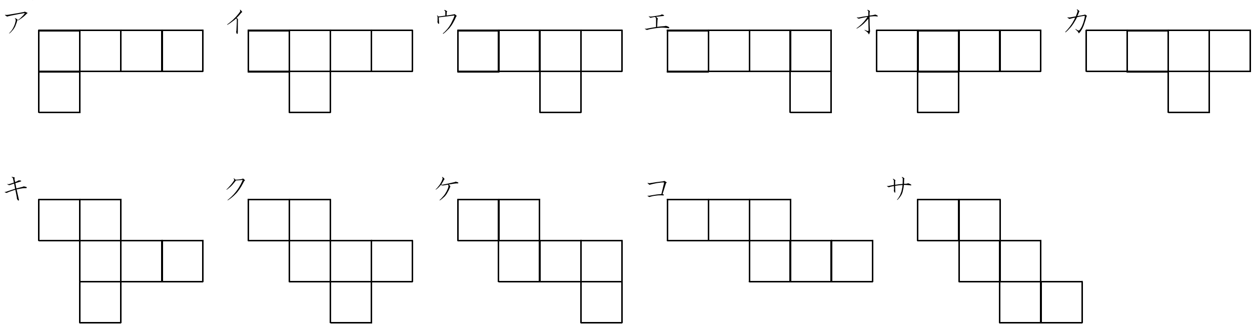
右の図の点線部分の面積は，１２×５０－５４６＝５４　です。
点線部分のたては，１２－１０＝２　です。
よって点線部分の横は，５４÷２＝２７　です。

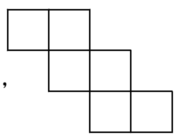
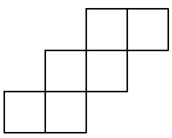


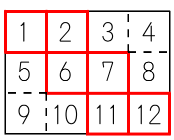
したがって，Ｂを２７Ｌ使ったことがわかりました。

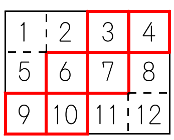
Ａは，５０－２７＝２３（Ｌ）使いました。

$\boxed{3}$　立方体の展開図は，次の１１種類があります。

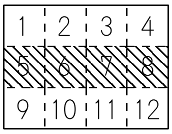


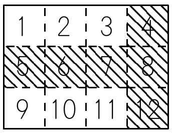
(1)　５と８の正方形をふくまない展開図は，と，この展開図をひっくり返したしかありません。

したがって，答えは

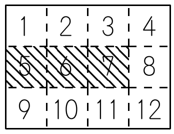
か

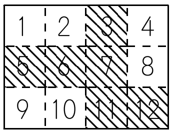
になります。

(2)　１１種類の展開図ア～サの中で，ア～カは４まいの正方形が横につながっているので，

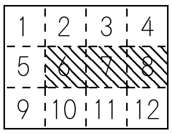
の，ななめの線をつけた４まいを必ず使うことになり，あと２まいを最大にしたものが

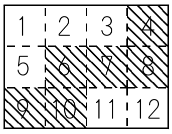
ですが，この場合でも和は　４＋５＋６＋７＋８＋１２＝４２なので，４４になることはありません。

キ～ケの場合は，３まいの正方形が横につながっていますが，これを

とした場合は，のこり３まいを

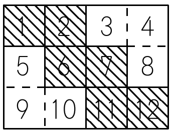
とすれば，和は　３＋５＋６＋７＋１１＋１２＝４４となり，ＯＫです。

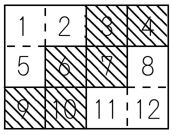
また，横につながった３まいの正方形を

とした場合は，のこり３まいを

とすれば，和は　４＋６＋７＋８＋９＋１０＝４４　となり，ＯＫです。

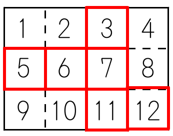
コの場合は，１～１２のワクからはみ出てしまうのでダメです。

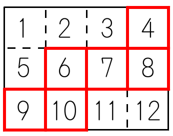
サの場合は(1)で求めた

と

ですが，和は，

１＋２＋６＋７＋１１＋１２＝３９　と，３＋４＋６＋７＋９＋１０＝３９　ですから，ダメです。

よって答えは，

か

になります。

$\boxed{4}$(1)　問題に書いてあるベン図を見ると，Ａの約数のマルの中に入っている数は，
１，２，３，４，６，Ａ　です。（Ａの約数ですから，Ａがいちばん大きい数です。）

たとえば１０の約数を書くときに，１×１０，２×５というように，かけ算をして１０になるように書いていくのでしたね。

ですから，１，２，３，４，６，Ａの場合も，１×Ａ，２×６，３×４のように，かけ算の形にして約数を求めたはずです。
２×６＝１２，３×４＝１２ですから，１×Ａも１２になり，Ａは１２です。

(2)　問題に書いてあるベン図を見ると，ＡとＢの公約数は１，２，３，６であることがわかります。
１，２，３，６は，６の約数です。
よって，ＡとＢの最大公約数が６なので，６の約数である１，２，３，６が，マルとマルの交わったところに書いてあったわけです。

Ａは(1)で１２であることがわかっているので，
連除法で書くと，右のようになります。

$$\begin{array}{r|cc} 6 & 12 & B \\ \hline & 2 & (\quad) \end{array}$$

Ｂは５０より小さいので，５０÷６＝８　あまり　２　により，（　）は８以下の数です。

（　）が１，２，３，４，５，６，７，８のとき，Ｂはそれぞれ，
６，１２，１８，２４，３０，３６，４２，４８になります。

ところで，問題に書いてあるベン図を見ると，「４」はＡの約数の方に入っていて，Ｂの約数の方には入っていません。
よって，Ｂは４を約数として持ってはいけないことになり，１２，２４，３６，４８はダメです。

したがって，答えの候補としては，６，１８，３０，４２になります。

また，問題に書いてあるベン図を見ると，Ｂは，１，２，３，６，○，△，□，Ｂの８個の約数を持っています。

６のときは，約数は１，２，３，６の４個なので，ダメです。
１８のときは，約数は１，２，３，６，９，１８の６個なので，ダメです。
３０のときは，約数は１，２，３，５，６，１０，１５，３０の８個なので，ＯＫです。
４２のときは，約数は１，２，３，６，７，１４，２１，４２の８個なので，ＯＫです。

結局，Ｂとしてあてはまるのは，３０，４２になります。