シリーズ5年下第13回・くわしい解説

・素数＝１とその数自身の他ではわり切れない数
　２，３，５，７，11，13，17，19，…
・素因数分解から，約数の個数を求める方法を，
　完ぺきにマスターしましょう。
・約数が３個…素数の平方数
　約数が４個…「素数の立方数」か，「素数×別の素数」
　約数が奇数個…平方数
・最大公約数・最小公倍数に関係した問題の場合は，
　連除法で解く
・「ガチ素因数分解」というアプリで，素因数分解に
　親しみましょう。

目　次

すぐる学習会
https://www.suguru.jp

基本 1 (1)

ワンポイント　1から100までの中の素数25個を，いつでも書けるようにしましょう。

素数とは，1とその数以外には約数を持たないような数です。

10以上20以下では，偶数（2でわり切れる数）は，1とその数以外に2を約数として持つので，素数ではありません。

よって，奇数である11，13，15，17，19が，素数か素数ではないかを調べるだけでＯＫです。

11は1と11以外に約数がないので，素数です。
13は1と13以外に約数がないので，素数です。
15は1と15以外に3，5を約数として持つので，素数ではありません。
17は1と17以外に約数がないので，素数です。
19は1と19以外に約数がないので，素数です。

よって，素数なのは11，13，17，19です。

基本 $\boxed{1}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　連除法で，最大公約数は左のみ，最小公倍数は左と下のかけ算です。

①　最大公約数は左のみなので，７です。

$$\begin{array}{r|rr} \boxed{7} & 28 & 35 \\ \hline & 4 & 5 \end{array}$$

最小公倍数は左と下のかけ算なので，
7×4×5＝ 140 です。

$$\begin{array}{r|rr} 7 & 28 & 35 \\ \hline & 4 & 5 \end{array}$$

最大公約数は 7，最小公倍数は 140 です。

②　最大公約数は左のみなので，６です。

$$\begin{array}{r|rr} \boxed{6} & 18 & 42 \\ \hline & 3 & 7 \end{array}$$

最小公倍数は左と下のかけ算なので，
6×3×7＝ 126 です。

$$\begin{array}{r|rr} 6 & 18 & 42 \\ \hline & 3 & 7 \end{array}$$

最大公約数は 6，最小公倍数は 126 です。

③　最大公約数を求めるときは，全部の数で割れないといけません。
右の連除法で，10 と 15 だけならまだ５で割れますが，７は５で割れないので，５で割ってはいけないわけです。
最大公約数は左のみなので，２です。

$$\begin{array}{r|rrr} \boxed{2} & 14 & 20 & 30 \\ \hline & 7 & 10 & 15 \end{array}$$

最小公倍数を求めるときは，２つでも割れたら割らないといけません。
右の連除法で，10 と 15 だけならまだ５で割れますから５で割って２と３にします。５で割れない７はそのまま下におろします。
最小公倍数は左と下のかけ算なので，2×5×7×2×3＝ 420 です。

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 14 & 20 & 30 \\ \hline 5 & 7 & 10 & 15 \\ \hline & 7 & 2 & 3 \end{array}$$

最大公約数は 2，最小公倍数は 420 です。

基本 1 (3)

ワンポイント 「道順の問題」と同じ考え方です。

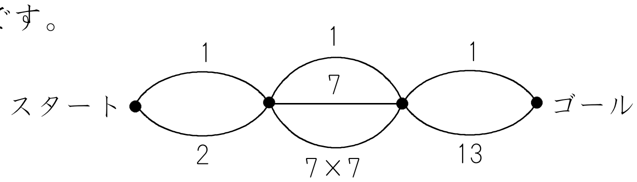
「2×7×7×13」の中には，2が1個あります。
2が1個あるとき，「2の道」は，（1個に1個プラスして）2本あるとします。
その2本とは，「1の道」，「2の道」の2本のことです。

「2×7×7×13」の中には，7が2個あります。
7が2個あるとき，「7の道」は，（2個に1個プラスして）3本あるとします。
その3本とは，「1の道」，「7の道」，「7×7の道」の3本のことです。

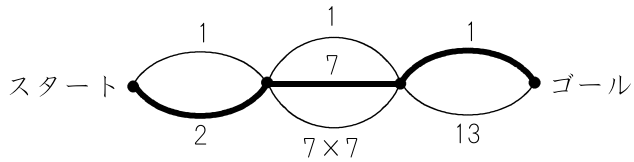
「2×7×7×13」の中には，13が1個あります。
13が1個あるとき，「13の道」は，（1個に1個プラスして）2本あるとします。
その2本とは，「1の道」，「13の道」の2本のことです。

このように，素因数分解の中にある素数がN個あったら，「1の道」の1本をプラスして，道は（N＋1）本あることにするのです。

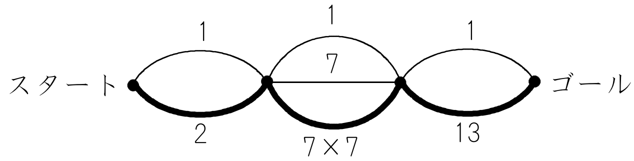
「2×7×7×13」の場合は，右の図のようになります。



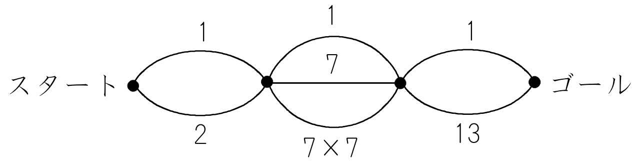
もし，右の図の太線のように通ったとしたら，2×7×1＝14 という約数をゲットした，ということになります。



もし，右の図の太線のように通ったとしたら，2×7×7×13＝1274 という約数をゲットした，ということになります。



このように考えると，約数が何個あるかというのは，右の図のスタートからゴールまでの道の通り方が，何通りあるかという問題と同じだということがわかりました。

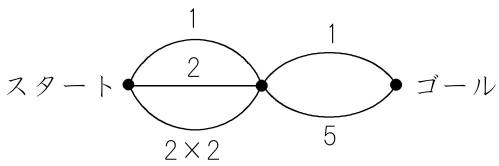


スタートから，2本，3本，2本の道がありますから，約数の個数は，2×3×2＝12(個)になります。

基本 $\boxed{1}$ (4)

ワンポイント　基本 $\boxed{1}$ (3)と同じ考え方です。

①　20 を素因数分解すると，2×2×5 です。

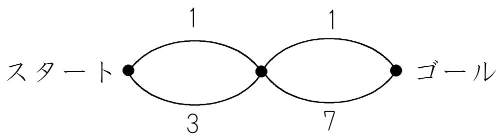


よって，2に関係するのは「1の道」，「2の道」，「2×2の道」の3通りの通り方があり，

5に関係するのは「1の道」，「5の道」の，2通りの通り方があるので，スタートからゴールまでの通り方は，3×2＝6(通り)あります。

よって約数の個数も，6個になります。

②　21 を素因数分解すると，3×7 です。

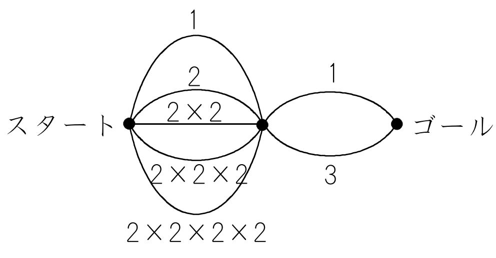


よって，3に関係するのは「1の道」，「3の道」の2通りの通り方があり，

7に関係するのは「1の道」，「7の道」の，2通りの通り方があるので，スタートからゴールまでの通り方は，2×2＝4(通り)あります。

よって約数の個数も，4個になります。

③　48 を素因数分解すると，2×2×2×2×3 です。



よって，2に関係するのは「1の道」，「2の道」，「2×2の道」，「2×2×2の道」，「2×2×2×2の道」，の5通りの通り方があり，

3に関係するのは「1の道」，「3の道」の2通りの通り方があるので，スタートからゴールまでの通り方は，5×2＝10(通り)あります。

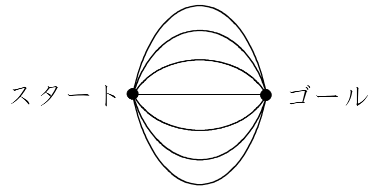
よって約数の個数も，10個になります。

(次のページへ)

④　64 を素因数分解すると，2×2×2×2×2×2 です。

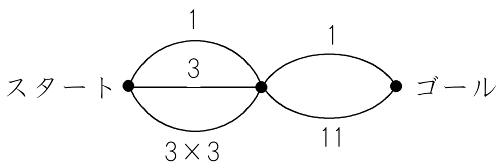
よって，2に関係するのは「1の道」,「2の道」,「2×2の道」,「2×2×2の道」, …,「2×2×2×2×2×2の道」の，7通りの通り方があります。

よって約数の個数も，7個になります。



⑤　99 を素因数分解すると，3×3×11 です。

よって，3に関係するのは「1の道」,「3の道」,「3×3の道」の3通りの通り方があり，

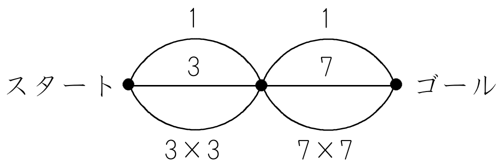


11 に関係するのは「1の道」,「11 の道」の，2通りの通り方があるので，スタートからゴールまでの通り方は，3×2＝6(通り)あります。

よって約数の個数も，6個になります。

⑥　196 を素因数分解すると，2×2×7×7 です。

よって，2に関係するのは「1の道」,「2の道」,「2×2の道」の3通りの通り方があり，



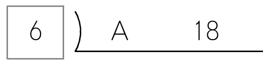
7に関係するのは「1の道」,「7の道」,「7×7の道」の3通りの通り方があるので，スタートからゴールまでの通り方は，3×3＝9(通り)あります。

よって約数の個数も，9個になります。

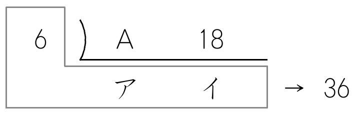
基本 $\boxed{1}$ (5)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　連除法で，最大公約数は左のみ，最小公倍数は左と下のかけ算です。

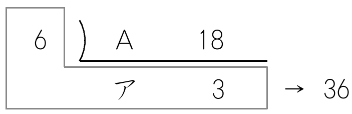
Ａと 18 の最大公約数が６ですから，右の図のようになり，



Ａと 18 の最小公倍数が 36 ですから，右の図のようになります。

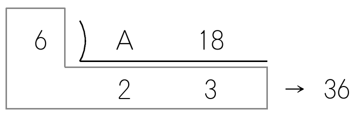


イは，18÷6＝３です。



6×ア×3＝ 36 ですから，ア＝ 36÷3÷6＝２です。

Ａ÷6＝２ですから，Ａ＝2×6＝ 12 です。



基本 1 (6)

ワンポイント　約数が３個であるのはどんな数なのかを理解しましょう。

たとえば，「５」は素数ですね。

そのとき，「５×５」，つまり25には，どんな約数があるでしょう。

もちろん，「１」と「25」を約数に持ちますが，他には「５」という約数があるだけなので，全部で３個の約数があります。

このように，ｐが素数だとしたら「ｐ×ｐ」という数は，「１」，「ｐ×ｐ」，「ｐ」の，３個の約数を持つことになります。

つまり，「素数の平方数」が，約数を３個持つ，ということがわかりました。

素数を小さい方から４つ書くと，２，３，５，７です。

よって答えは７の平方数である，７×７＝49 です。

基本 $\boxed{2}$

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　素因数分解を見れば，簡単にわれる回数を求めることができます。

(1)　「2×3×3×5×5×7」を3でわると，3が1個へって「2×3×5×5×7」となります。

さらに「2×3×5×5×7」を3でわると，3がもう1個へって「2×5×5×7」となります。

つまり，3でわるごとに，素因数分解の3がへっていくわけです。

もとの「2×3×3×5×5×7」には3が2個ありますから，3で2回われることになります。

(2)　「2×3×4×5×6×7」は，まだ素因数分解されていません。

「2」と「3」と「5」と「7」はＯＫですが，「4」と「6」はまだ分解できます。

「4」は「2×2」に，「6」は「2×3」になりますから，

「2×3×4×5×6×7」

↓

「2×3×2×2×5×2×3×7」

となり，整理すると，「2×2×2×2×3×3×5×7」となります。

(1)と同じように，2でわるごとに，素因数分解の2がへっていきます。

「2×2×2×2×3×3×5×7」には「2」が4個ありますから，2で4回われることがわかりました。

基本 3

ワンポイント　既約(きやくぶんすう)分数とは，もうこれ以上約分できないような分数のことです。

(1)　81＝3×3×3×3 です。

(2)　(1)でわかった通り，81 を素因数分解すると，「3×3×3×3」のように，3 しかあらわれていません。

よって，$\frac{\square}{81}$ の分子を素因数分解したときに 3 がふくまれていたら，分母と分子はどちらも 3 でわれるので，約分できてしまうことになります。

つまり，既約分数であるのは，分子が 3 でわれない数のときです。

たとえば 1 から 14 までの中で，3 でわり切れる数は，3，6，9，12 の 4 個あります。
この 4 個という個数は，「14÷3＝ 4　あまり　2」というわり算の答え(あまりは無視)で求めることができます。

同じようにして 1 から 80 までの場合も，3 でわるわり算をします。

80÷3＝ 26　あまり　2　ですから，1 から 80 までの中に 3 でわり切れる数は 26 個あります。

よって 3 でわり切れない数は，80－26＝ 54(個)ありますから，既約分数が 54 個あることがわかりました。

基本 4

ワンポイント　たとえば18が6の倍数なら，6は18の約数です。

(1)　〈12，8〉は，12と8の最大公約数を表していますから，4です。

4) 12　8
　　3　2

[9，15]は，9と15の最小公倍数を表していますから，45です。

3) 9　15
　　3　5

〈12，8〉＋[9，15]＝4＋45＝49です。

(2)　〈[10，12]，40〉の中の[10，12]は，10と12の最小公倍数を表していますから，60です。

2) 10　12
　　5　6　→ 60

よって，〈[10，12]，40〉＝〈60，40〉です。

〈60，40〉は，60と40の最大公約数を表していますから，20です。

20) 60　40
　　3　2

よって，答えは20です。

(3)　[6，□]＝18とは，6と□の最小公倍数が18であることを表しています。

よって，6の倍数と□の倍数のうち，最も小さい公倍数が18です。

18は□の倍数ですが，逆に，□は18の約数ともいえます。

18の約数は，1，2，3，6，9，18です。

つまり，□として考えられるのは，1，2，3，6，9，18です。これらと6の最小公倍数が18になるかどうかをすべて確かめることによって，答えを求めることができます。

1と6の最小公倍数は6ですから，ダメです。
2と6の最小公倍数は6ですから，ダメです。
3と6の最小公倍数は6ですから，ダメです。
6と6の最小公倍数は6ですから，ダメです。
9と6の最小公倍数は18ですから，ＯＫです。
18と6の最小公倍数は18ですから，ＯＫです。

よって□として考えられるのは，9，18です。

練習 $\boxed{1}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　約分すると分子が1になる分数には，どんな特ちょうがあるでしょう。

たとえば $\frac{4}{12}$ は約分すると，$\frac{1}{3}$ となり，分子が1になります。

同じように，$\frac{13}{52}$ は約分すると，$\frac{1}{4}$ となり，分子が1になります。

$\frac{4}{12}$ の場合は4は12の約数になっていて，$\frac{13}{52}$ の場合も13は52の約数になっています。

このように，分子が分母の約数になっているときに，約分すると分子は1になります。

(1)の場合は，分母は56です。

よって，分子が56の約数になっているときに，約分すると分子は1になるわけです。

56の約数は，1，2，4，7，8，14，28，56です。

よって，$\frac{1}{56}$，$\frac{2}{56}$，$\frac{4}{56}$，$\frac{7}{56}$，$\frac{8}{56}$，$\frac{14}{56}$，$\frac{28}{56}$，$\frac{56}{56}$ のときに，約分すると分子は1になります。

ところで，問題には「既約分数ではなく」と書いてありました。
$\frac{1}{56}$ は既約分数ですから，ダメです。

また，分数は $\frac{55}{56}$ までですから，$\frac{56}{56}$ はダメです。

ＯＫなのは，$\frac{2}{56}$，$\frac{4}{56}$，$\frac{7}{56}$，$\frac{8}{56}$，$\frac{14}{56}$，$\frac{28}{56}$ の6個の分数です。

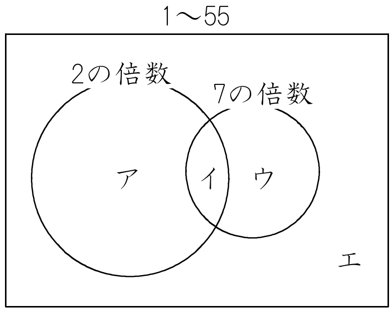
練習 1 (2)

ワンポイント　56 を素因数分解しましょう。

56 を素因数分解すると，2×2×2×7 です。

よって，分子が 2 の倍数，または 7 の倍数なら，約分することができます。

右のようなベン図を書いて考えましょう。



右の図のイの部分は，2 の倍数でもあるし 7 の倍数でもあるので，2 と 7 の公倍数です。

2 と 7 の最小公倍数は 14 ですから，イの部分は 14 の倍数です。

55÷14＝ 3　あまり　13ですから，イの部分は 3 個です。

2 の倍数は，55÷2＝ 27　あまり　1　→　27 個です。
よってアの部分は，27－3＝ 24(個)です。

7 の倍数は，55÷7＝ 7　あまり　6　→　7 個です。
よってウの部分は，7－3＝ 4(個)です。

アは 24 個，イは 3 個，ウは 4 個ですから，(ア＋イ＋ウ)は，24＋3＋4＝ 31(個)です。

1 から 55 までの 55 個のうち，約分できるような分子は 31 個あるのですから，約分できないような分子，つまり既約分数は，55－31＝ 24(個)あります。

練習 2 (1)

ワンポイント　連除法の形で解いていきますが，「思わぬ落とし穴」があります。

ＡとＢの最大公約数は９ですから，右のように，連除法の書き方をします。

9) Ａ　Ｂ

Ａ，Ｂを９でわったときの商を，それぞれアとイにします。

9) Ａ　Ｂ
　　ア　イ　＝２１６

ＡとＢの最小公倍数が216ですから，
9×ア×イ＝216になります。

よって，ア×イは，216÷9＝24 になります。

そこで，ア×イ＝24 となるような（ア，イ）の組み合わせを，求めていきます。

（ア，イ）＝（1，24），（2，12），（3，8），（4，6）の４通りが考えられます。

(6，4)などは，「ＢがＡより大きい」という条件に反します。

まず，（ア，イ）＝（1，24）の場合。
このとき，Ａ÷9＝1，Ｂ÷9＝24ですから，
Ａ＝1×9＝9，Ｂ＝24×9＝216 となり，
(Ａ，Ｂ)＝(9，216)です。

9) Ａ　Ｂ
　　1　24　＝２１６

次に，（ア，イ）＝（2，12）の場合。
この場合は，右の図のようになって，良さそうに見えますが，

9) Ａ　Ｂ
　　2　12

2も12も，両方とも2でわれるので，右の図のようになり，最大公約数が9でなければならないのに，9×2＝18 になってしまいます。
これでは，問題に合いません。

9) Ａ　Ｂ
2) 2　12
　　1　6

(次のページへ)

次に，（ア，イ）＝（３，８）の場合。
Ａ÷9＝ 3，Ｂ÷9＝ 8 ですから，
Ａ＝3×9＝ 27，Ｂ＝8×9＝ 72 となり，
（Ａ，Ｂ）＝ (27，72) です。

$$\begin{array}{r|cc} 9 & A & B \\ \hline & 3 & 8 \end{array}$$

次に，（ア，イ）＝（４，６）の場合。
この場合も，（ア，イ）＝（２，12）の場合と同様に，

$$\begin{array}{r|cc} 9 & A & B \\ \hline & 4 & 6 \end{array}$$

４も６も，両方とも２でわれるので，右の図のようになり，最大公約数が９でなければならないのに，9×2＝ 18 になってしまいます。
これでは，問題に合いません。

$$\begin{array}{r|cc} 9 & A & B \\ \hline 2 & 4 & 6 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

以上のことから，答えとしてＯＫなのは，（9，216）と（27，72）です。

練習 2 (2)

ワンポイント　連除法の形で解いていきますが，やはり「思わぬ落とし穴」があります。

Ａ＋Ｂ＝48 です。

6) Ａ ＋ Ｂ ＝４８
　　ア　　イ

ＡとＢの最大公約数は６なので，ＡもＢも６でわり切れます。

ＡとＢを６でわったときの商をそれぞれア，イとすると，
ア＋イ＝48÷6＝８です。

6) Ａ ＋ Ｂ ＝４８
　　ア ＋ イ ＝８

ＢはＡより大きいのでイはアより大きく，アとイの和が
8になるような(ア，イ)は，(1，7)，(2，6)，(3，5)です。

まず，（ア，イ）＝（１，７）の場合。
このとき，Ａ÷6＝１，Ｂ÷6＝７ですから，
Ａ＝１×6＝６，Ｂ＝7×6＝42 となり，
(Ａ，Ｂ)＝(6，42)です。

6) Ａ　Ｂ
　　1　7

次に，（ア，イ）＝（２，６）の場合。
このとき，２も６もまだ２でわれるので，
最大公約数が 6×2＝12 になってしまい，
問題に合いません。

6) Ａ　Ｂ
2) 2　6
　　1　3

次に，（ア，イ）＝（３，５）の場合。
このとき，Ａ÷6＝３，Ｂ÷6＝５ですから，
Ａ＝３×6＝18，Ｂ＝5×6＝30 となり，
(Ａ，Ｂ)＝(18，30)です。

6) Ａ　Ｂ
　　1　7

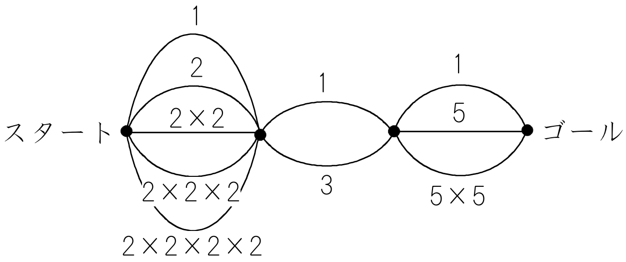
以上のことから，答えとしてＯＫなのは，(6，42)と(18，30)です。

練習 3

ワンポイント　素因数分解して，「通り道の図」を書いて解いていきましょう。

(1)　1200 を素因数分解すると，2×2×2×2×3×5×5 です。

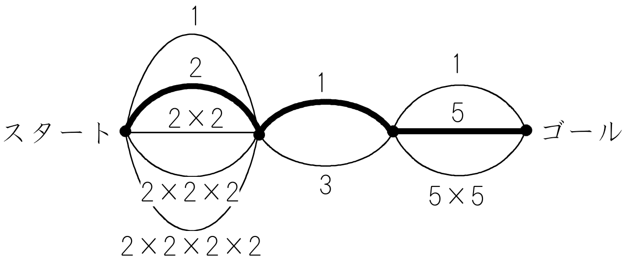
通り道の図にすると，右の図のようになります。



約数が何個あるかということと，スタートからゴールまでの通り道が何通りあるかということは同じです。

2に関係する道は5本，3に関係する道は2本，5に関係する道は3本ありますから，全部で，5×2×3＝ 30(通り)の通り方があり，約数の個数も 30 個です。

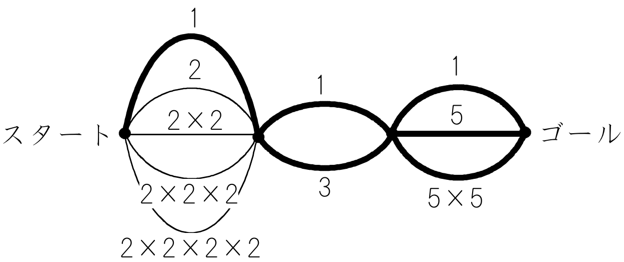
(2)　たとえば，右の図の太線のように通った場合，2×1×5＝ 10 という約数になり，偶数になってしまいます。



偶数になった理由は，「2の道」を通ったことにあります。

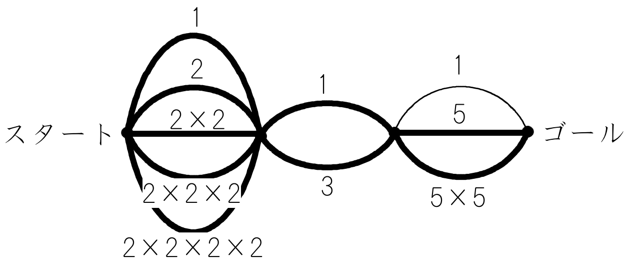
「2の道」，「2×2の道」，…を通らずにスタートからゴールまで進めば，約数は奇数になります。

右の図の太線部分を通るように進めばよいので，通り方は，1×2×3＝ 6 (通り)あり，奇数の約数も 6 個あります。



(次のページへ)

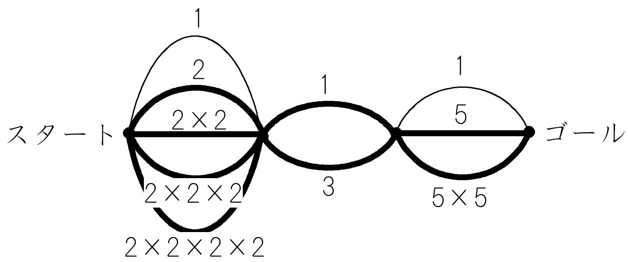
(3)　右の図の太線部分を通るように進めば，「5の道」か「5×5の道」を通っているので，約数は必ず5の倍数になりますから，5×2×2＝20(通り)の通り方があり，約数の個数も20個です。



(4)　10＝2×5ですから，10の倍数になるためには，2でも5でもわり切れなければなりません。

　よって，「2の道」「2×2の道」…のいずれかを必ず通り，「5の道」「5×5の道」のいずれかを必ず通るようにすれば，10の倍数になります。

　4×2×2＝16(通り)の通り方があり，約数の個数も16個です。



練習$\boxed{4}$(1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　この問題は，「30の約数の個数」と密接な関係があります。

30番の電球は，1回目にはボタンを押しています。30は1の倍数だからです。

30番の電球は，2回目にもボタンを押しています。30は2の倍数だからです。

30番の電球は，3回目にもボタンを押しています。30は3の倍数だからです。

30番の電球は，4回目にはボタンを押していません。30は4の倍数ではないからです。

このように考えていくと，30が何かの倍数だったときに，ボタンを押すことがわかります。

30が「何か」の倍数だったときに，逆に「何か」は，30の約数です。

30の約数は，1，2，3，5，6，10，15，30の8個あります。

これらの回のときに，ボタンを押していることになりますから，ボタンを押したのは8回です。

練習 $\boxed{4}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　あかりがついているということは，何回ボタンを押したのでしょう。

はじめ，すべての電球は消えています。

消えている電球に1回だけボタンを押したら，電球はつきます。

消えている電球に2回ボタンを押したら，電球はついて消えるので，結局消えています。

消えている電球に3回ボタンを押したら，電球はついて消えてつくので，結局ついています。

このように考えると，あかりがついている電球は，奇数回ボタンを押した電球です。

(1)でもわかった通り，たとえば約数が8個あったら，8回ボタンを押したわけですから，奇数回ボタンを押したということは，約数が奇数個あるということです。

約数が奇数個ある整数は，平方数です。

よってこの問題は，「1から40までの整数の中に，平方数が何個あるか」を求めることになります。

1×1＝1，2×2＝4，…，6×6＝36までが平方数で，7×7＝49は40をオーバーしています。

よって1から40までの中に平方数は6個ありますから，この問題の答えも6個です。

練習 $\boxed{4}$ (3)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$ ４回ボタンを押したということは，何を意味しているのでしょう。

(1)，(2)でわかった通り，ボタンを４回押したということは，約数が４個あったということです。

約数が４個の整数は，「素数の立方数」か，「素数×別の素数」です。

１から 40 までのうち，「素数の立方数」は，2×2×2＝ 8，3×3×3＝ 27 の２個です。…(ア)

また，「素数×別の素数」は，「２×別の素数」，「３×別の素数」，「５×別の素数」，…のように，場合分けして求めます。

「２×別の素数」の場合は，2×3＝ 6，2×5＝ 10，2×7＝ 14，2×11＝ 22，2×13＝ 26，2×17＝ 34，2×19＝ 38 の７個です。…(イ)

「３×別の素数」の場合は，3×5＝ 15，3×7＝ 21，3×11＝ 33，3×13＝ 39 の４個です。…(ウ)

「５×別の素数」の場合は，5×7＝ 35 の１個です。…(エ)

「７×別の素数」の場合は，最低でも 7×11＝ 77 となり，40 をオーバーしていますから，これ以上はありません。

(ア)は２個，(イ)は７個，(ウ)は４個，(エ)は１個ですから，全部で 2＋7＋4＋1＝ 14(個)です。

練習 $\boxed{5}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　計算のしかたをマスターしましょう。

1，2，3，…，50 の数の中で，
2，4，6，…が，2 でわり切れます。
50÷2＝ 25 ですから，2 でわり切れる数は，
25 個あります。

$$1\times2\times3\times4\times5\times6\times\cdots\cdots\times49\times50$$

2 で 25 回わったあとは，右のようになります。
新しく，1，2，…，25 という数があらわれました。

$$1\times\overset{1}{\cancel{2}}\times3\times\overset{2}{\cancel{4}}\times5\times\overset{3}{\cancel{6}}\times\cdots\cdots\times49\times\overset{25}{\cancel{50}}$$

25÷2＝ 12 あまり 1 ですから，新しくあらわれた数の中で，2 でわり切れる数は，
12 個あります。

さらに新しく，1，2，…，12 という数があらわれました。
12÷2＝ 6 ですから，さらに新しくあらわれた数の中で，2でわり切れる数は 6 個あります。

このように考えて整理していくと，右の図のようになります。
2 でわり切れる回数は，全部で，
25＋12＋6＋3＋1＝ 47（回）です。

５０÷２＝２５
２５÷２＝１２　あまり　１
１２÷２＝　６
　６÷２＝　３
　３÷２＝　１　あまり　１

ですから，47＋1＝ 48(回目)に，2 でわり切れなくなります。

練習 $\boxed{5}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　(1)と似ていますが，50÷4 などの計算をしてはいけません。

4を素因数分解すると，4＝2×2です。

ですから，「4でわる」ことは，「2でわって2でわる」ことと同じです。

(1)で，1×2×3×4×…×50 という数は，2で47回わり切れることがわかりました。

つまり，1×2×3×4×…×50 という数の中に，2が47個ふくまれている，ということです。

では，1×2×3×4×…×50 という数の中に，「2と2」の組は何組ふくまれているでしょう。

「2」が47個ふくまれているのですから，「2と2」の組は，47÷2＝23 あまり 1 により，23組ふくまれています。

よって，1×2×3×4×…×50 という数は，「2と2」で23回われる，つまり，4で23回われることがわかりました。

4でわり切れなくなるのは，23＋1＝24(回目)です。

練習 5 (3)

ワンポイント　慣れるまでは意味をよく考えて解き，慣れたら機械的に解きましょう。

まず，次のような超簡単な問題から解説します。

問題

10570000000 は，一の位から連続して「０」が何個ならびますか。

単純に一の位から並んでいる０の数をかぞえればよいので，答えは７個になります。
では，次の問題はどうでしょう。

問題

10570000000 は，10 で何回わり切れますか。

10 で１回ずつわっていくと，右はしの０が１個ずつなくなっていくので，７回われば 1057 となり，それ以上わり切れなくなります。よって，答えは７回です。

つまり，「一の位から連続して０が何個ならびますか。」という問題は，
「10 で何回わり切れますか。」という問題と，同じことになります。

さて，「10 でわる」というのは，10＝２×５ですから，「２でわって，さらに５でわる。」ことと同じです。

たとえば，3628800 という数が，２で８回わり切れて，５で２回わり切れることがわかっているとします。
次のようなイメージです。

3628800 ─┬ ２で　…　○○○○○○○○　（８回）
　　　　　└ ５で　…　○○　（２回）

それでは，3628800 という数は，「２でわって，さらに５でわる」ということを，何回できるでしょうか。

実は，２回しかできません。
まず１回目，２でわって５でわると，次のようになります。

3628800 ─┬ ２で　…　×○○○○○○○　（あと７回）
　　　　　└ ５で　…　×○　（あと１回）

もう一度，２でわって５でわると，次のようになります。

3628800 ─┬ ２で　…　××○○○○○○　（あと６回）
　　　　　└ ５で　…　××　（あと０回）

(次のページへ)

つまり，いくら２でわることが多く残っていたとしても，もう５でわることは不可能なので，「２でわって，さらに５でわる」ことは，２回しかできません。

ようするに，「２でわって，さらに５でわる」ことは，「２でわり切れる回数」と，「５でわり切れる回数」のうち，少ない回数の方しかできないことになります。

では，【50】＝１×２×３×４×……×49×50 について，考えてみましょう。

【50】は，２で何回われるかは，(1)の問題と同様に計算することができます。

50÷２＝ 25
25÷２＝ 12　あまり　１
12÷２＝　６
６÷２＝　３
３÷２＝　１　あまり　１

合計，25＋12＋６＋３＋１＝ 47(回)，２でわることができます。

次に，【50】が，5で何回われるかを，求めてみましょう。

50÷５＝10
10÷５＝　２

合計，10＋２＝ 12(回)，５でわることができます。

結局，【50】は２で 47 回，５で 12 回，わることができました。
「２でわって，さらに５でわる」ことは，少ない回数の方しかできないので，12 回しかできません。

よって，【50】は，一の位から連続して「０」が 12 個ならんでいることがわかりました。

ところで，答えを求めるときに，「２で何回われるか」と，「５で何回われるか」の，両方を計算して，少ない方である「５で何回われるか」の回数の方を答えにしました。
しかし，この問題のような，「１×２×…×Ｎ」の０がならぶ個数を求める問題の場合は，いつも必ず「２でわれる回数」よりも「５でわれる回数」の方が少ないので，「２でわれる回数」を求めることはしなくてＯＫです。

この問題の解き方を整理すると，右の図のようになります。

０が何個ならぶか
‖
10 で何回われるか
‖
２と５で何回われるか
‖
５で何回われるか

練習 $\boxed{5}$ (4)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　1×2×3×……×Ｎの中の，3の倍数に注目します。

【Ｎ】を3でわり続けたところ，9回目ではじめて商が整数でなくなったのですから，8回目までは3でわることができました。

【Ｎ】＝1×2×3×4×5×6×…×Ｎの1，2，3，4，5，6，…，Ｎにおいて，3でわり切れる数に注目します。

「3」は，3÷3＝1ですから，3で1回わり切れます。
【3】＝1×2×3は，3で1回だけわり切れることがわかりました。

「6」は，6÷3＝2ですから，3で1回わり切れます。
6÷3＝2だから2回としやすいので注意しましょう。
【6】＝1×2×3×4×5×6は，「3」で1回，「6」で1回，合計2回わり切れます。

「9」は，9÷3＝3，3÷3＝1ですから，3で2回わり切れます。
【9】＝1×2×3×4×5×6×7×8×9は，「3」で1回，「6」で1回，「9」で2回，合計4回わり切れます。

「12」は，12÷3＝4ですから，3で1回わり切れます。
【12】＝1×2×3×…×12は，「9」までで4回わり切れ，「12」であと1回わり切れますから，合計で 4＋1＝5(回)わり切れます。

「15」は，15÷3＝5ですから，3で1回わり切れます。
【15】＝1×2×3×…×15は，「12」までで5回わり切れ，「15」であと1回わり切れますから，合計で 5＋1＝6(回)わり切れます。

「18」は，18÷3＝6，6÷3＝2ですから，3で2回わり切れます。
【18】＝1×2×3×…×18は，「15」までで6回わり切れ，「18」であと2回わり切れますから，合計で 6＋2＝8(回)わり切れます。

よって，【18】が，3で8回わり切れて，9回目にはわり切れなくなる数ですから，答えになります。

【19】もＯＫ，【20】もＯＫですが，【21】は，21が3で1回わり切れるため，合計で9回わり切れることになるため，ダメです。

よってＮとして考えられる整数は，18，19，20です。