

# 演習問題集・5年下・第17回

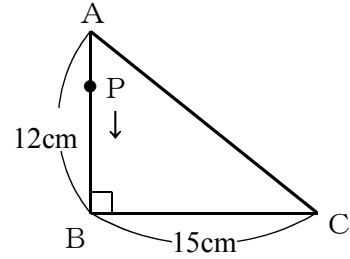
## 反復問題のくわしい解説

### 目次

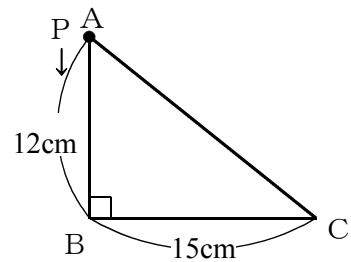
反復基本 $\boxed{1}$ (1)①…	p.1
反復基本 $\boxed{1}$ (1)②…	p.2
反復基本 $\boxed{1}$ (2)①…	p.3
反復基本 $\boxed{1}$ (2)②…	p.4
反復基本 $\boxed{1}$ (3)①…	p.5
反復基本 $\boxed{1}$ (3)②…	p.6
反復基本 $\boxed{2}$ (1) …	p.7
反復基本 $\boxed{2}$ (2) …	p.8
反復基本 $\boxed{3}$ (1) …	p.9
反復基本 $\boxed{3}$ (2) …	p.10
反復基本 $\boxed{4}$ (1) …	p.11
反復基本 $\boxed{4}$ (2) …	p.12
反復練習 $\boxed{1}$ (1) …	p.13
反復練習 $\boxed{1}$ (2) …	p.14
反復練習 $\boxed{2}$ (1) …	p.15
反復練習 $\boxed{2}$ (2) …	p.16
反復練習 $\boxed{3}$ (1) …	p.18
反復練習 $\boxed{3}$ (2) …	p.19
反復練習 $\boxed{4}$ (1) …	p.20
反復練習 $\boxed{4}$ (2) …	p.22
反復練習 $\boxed{5}$ (1) …	p.23
反復練習 $\boxed{5}$ (2) …	p.24
チャレンジ …	p.26

反復基本①(1)①

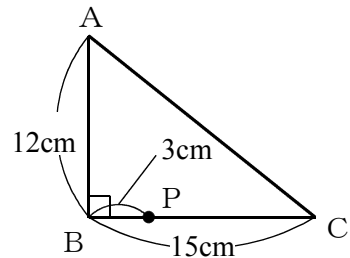
このような問題では、右のような図が書いてある。  
 この図は、Pがスタートするときの図ではない。  
 Pがスタートするのは、問題文に書いてある通り  
 点Aからである。  
 つまり、右図は点Pが動き始めてしばらくたった  
 ときの、動いている途中の図である。



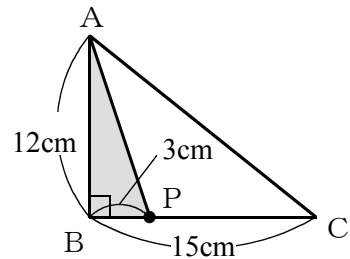
なぜこんな中途はんぱな図を書いてあるかというと、  
 本当にスタートするときの図を書くと右図のようになり、  
 Pが動いているようすがよくわからなくなるから  
 である。



点Pは秒速3 cm だから、5秒間で、 $3 \times 5 = 15$  (cm) 動く。  
 AからBまでは12 cm だから、Bからあと、 $15 - 12 = 3$  (cm) だけ、Cに向かっ  
 て動く。  
 よって、5秒後には、右図のようになる。



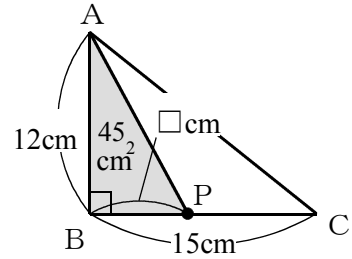
求めたいのは三角形ABPの面積だから、  
 右図の影をつけた部分の面積。  
 底辺は3 cm、高さは12 cm だから、  
 $3 \times 12 \div 2 = 18$  (cm<sup>2</sup>)。



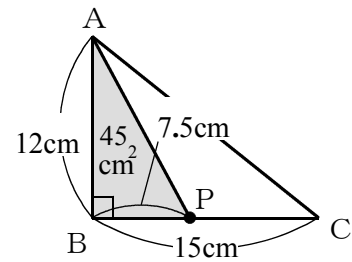
反復基本①(1)②

右図のように、三角形ABPの面積が $45\text{ cm}^2$ になればよい。

底辺を $\square\text{ cm}$ とすると、高さは $12\text{ cm}$ だから、 $\square \times 12 \div 2 = 45$



よって、 $\square$ は $7.5\text{ cm}$ になる。

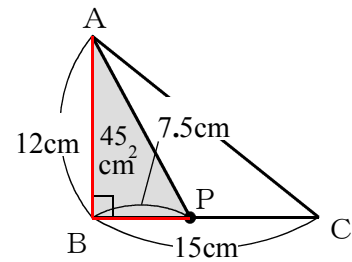


PはAを出発したのだから、右図の赤い線の部分を動いた。

動いた長さは、 $12 + 7.5 = 19.5\text{ (cm)}$ 。

1秒間に $3\text{ cm}$ ずつ動くので、

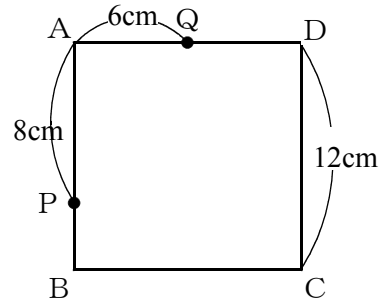
$19.5 \div 3 = 6.5$  (秒後)。



反復基本①(2)①

点Pは秒速4 cm, 点Qは秒速3 cmだから, 2秒間で, 点Pは  $4 \times 2 = 8$  (cm), 点Qは  $3 \times 2 = 6$  (cm) 動く。

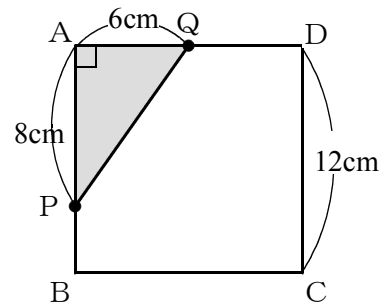
点Pも点Qも, 点Aを出発するのだから, 2秒後には右図のようになる。



よって, 2秒後の三角形APQは, 右図の  
かげをつけた部分になる。

底辺は6 cm, 高さは8 cmだから,

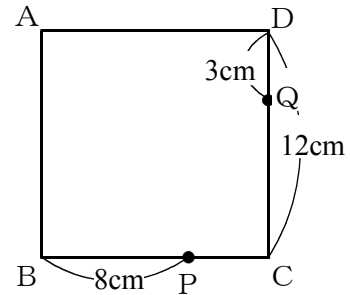
$$6 \times 8 \div 2 = \mathbf{24} \text{ (cm}^2\text{)}$$



反復基本①(2)②

点Pは秒速4 cm, 点Qは秒速3 cm だから, 5秒間で, 点Pは  $4 \times 5 = 20$  (cm), 点Qは  $3 \times 5 = 15$  (cm) 動く。

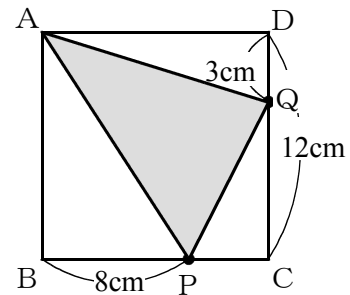
問題文に, 点Pも点Qも「正方形の辺上をまわる」と書いてあるから, 点Pは点Bをすぎると点Cの方へ  $20 - 12 = 8$  (cm) 進み, 点Qも点Dをすぎると点Cの方へ  $15 - 12 = 3$  (cm) 進み, 右の図のようになる。



求めたいのは, 三角形APQの面積。

AからP, PからQ, QからAに直線を引いて, 右図のように三角形APQを作る。

この三角形の面積は, 「底辺×高さ÷2」では求められない。なぜかという, 底辺も高さもわからないから。



そこで, 正方形ABCDの面積から, 右図のような三角形ア, イ, ウの面積を引く。

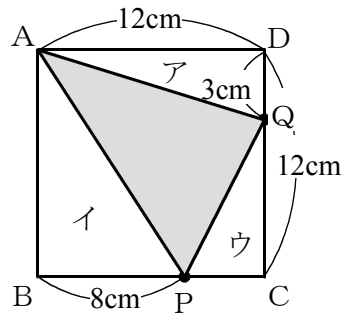
正方形ABCDの面積は,  $12 \times 12 = 144$  (cm<sup>2</sup>)。

アの面積は,  $12 \times 3 \div 2 = 18$  (cm<sup>2</sup>)。

イの面積は,  $8 \times 12 \div 2 = 48$  (cm<sup>2</sup>)。

ウは, 底辺がPCなので  $12 - 8 = 4$  (cm), 高さがQCなので  $12 - 3 = 9$  (cm)。

よって, ウの面積は,  $4 \times 9 \div 2 = 18$  (cm<sup>2</sup>)。



三角形APQの面積は,

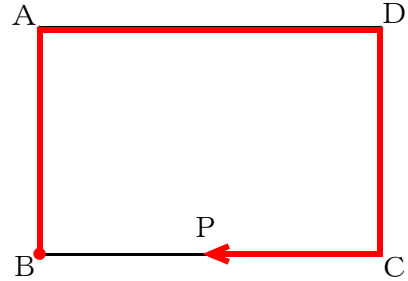
正方形ABCD - (ア+イ+ウ)

$$= 144 - (18 + 48 + 18)$$

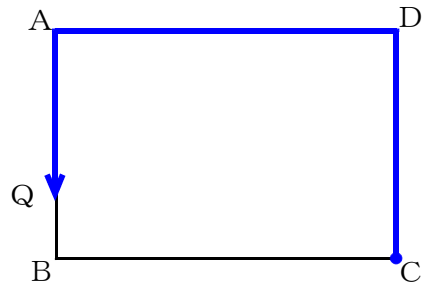
$$= 60 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

反復基本①(3)①

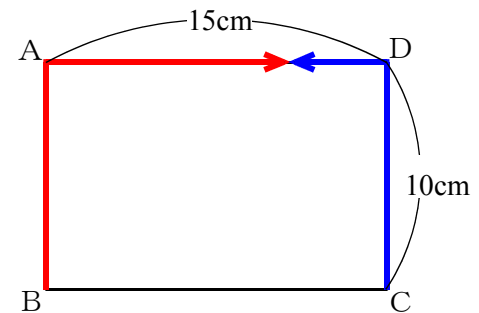
点PはBをスタートして、秒速3 cmで右図のように進んでいく。



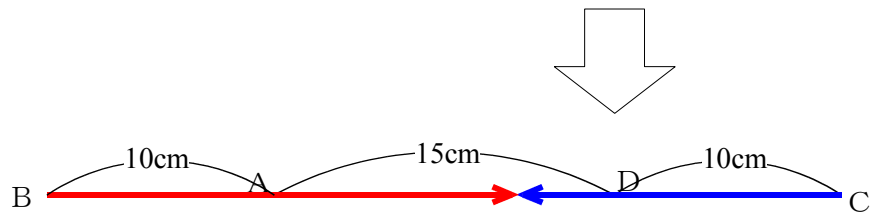
点QはCをスタートして、秒速2 cmで右図のように進んでいく。



点Pと点Qとは、右図のようにして出会う。  
 点Pも点Qも、進んだ道は途中で折れ曲がっている。



まっすぐに伸ばすと右の図のようになる。



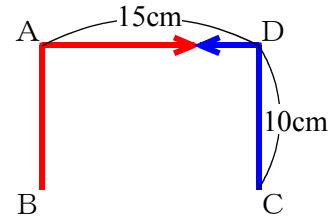
よって、点Pと点Qが、 $10 + 15 + 10 = 35$  (cm) 離れたところから、反対方向に進んでいって、出会うのは何秒後か、という問題になる。

点Pは秒速3 cm、点Qは秒速2 cmだから、 $35 \div (3 + 2) = 7$  (秒後)にはじめて出会うことになる。

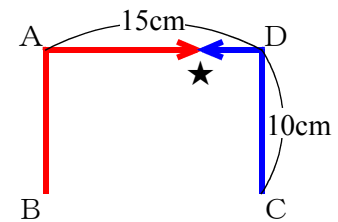
反復基本①(3)②

1 回目に出会うのは、①で求めた通り 7 秒後。  
でも 2 回目に出会うのは、7 秒後の 2 倍ではない。

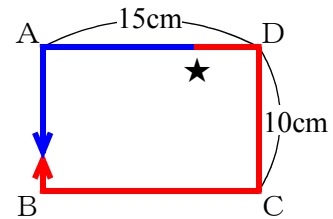
なぜなら、1 回目に出会うまでは、右の図のように、  
P・Q 合わせて、 $10 + 15 + 10 = 35$  (cm) だけ  
進んだが、



1 回目に出会ってから 2 回目に出会うまでは、  
1 回目に出会った★から出発して、

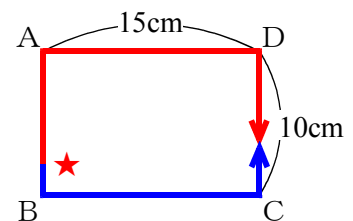


右図のように、P・Q 合わせて、  
 $(10 + 15) \times 2 = 50$  (cm) 進んで、2 回目に出  
会うことになる。



P は秒速 3 cm，Q は秒速 2 cm だから、  
P・Q 合わせて 50 cm 進むには、  
 $50 \div (3 + 2) = 10$  (秒) かかる。  
この 10 秒というのは、1 回目に出会ってから 2 回目に出会うまでの時間である。

2 回目に出会ってから 3 回目に出会うまでも、  
右図のように、2 回目に出会った地点 (★) から、  
P・Q 合わせて、50 cm 進んで出会うから、  
やはり 10 秒かかる。

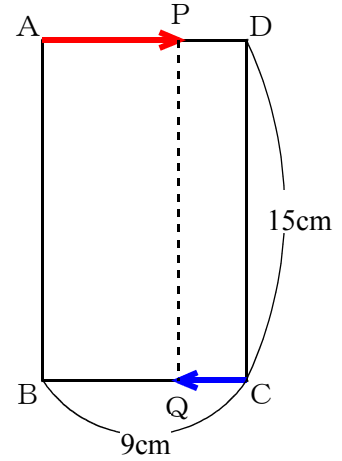


結局、出発してから 1 回目に出会うまでに 7 秒、  
1 回目に出会ってから 2 回目に出会うまでに 10 秒、  
2 回目に出会ってから 3 回目に出会うまでも 10 秒かかるので、  
全部で、 $7 + 10 + 10 = 27$  (秒) かかる。

反復基本②(1)

「点P，点Qをむすぶ直線が，辺ABと平行」という問題文に注意。

PQがABと一致するのではなく，平行になっていればよいということになる。



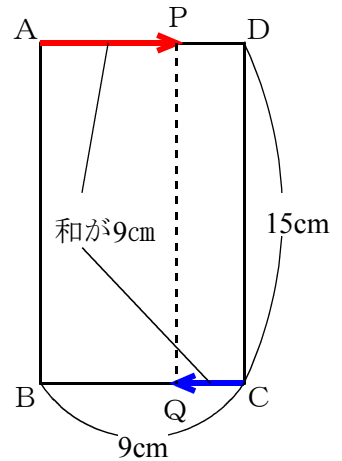
このような問題では，

進んだ長さの和か差がわかるように，  
問題が仕組まれていることが多い。

この問題の場合は，PとQの進んだ長さの和が9cm。

Pは毎秒2cm，Qは毎秒1cmだから，1秒間にPとQが進んだ長さの和は， $2 + 1 = 3$  (cm)。

いま，和が9cmになればよいのだから， $9 \div 3 = 3$  (秒後)。



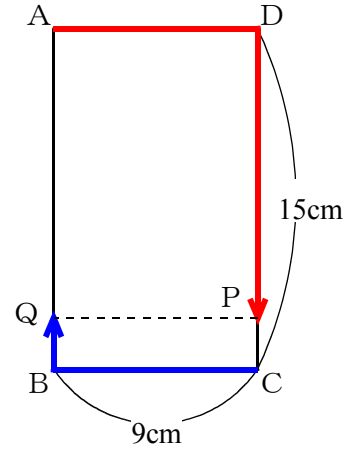


反復基本②(2)

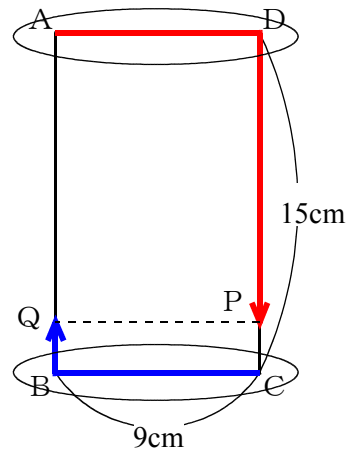
この問題では、点P、点Qをむすぶ直線が、辺ADと平行になればよいので、右図のようになればよい。

このような問題では、

進んだ長さの和か差がわかるように、  
問題が仕組まれていることが多い。



この問題では、右図のだ円で示された2つの部分は、それぞれ9cm。

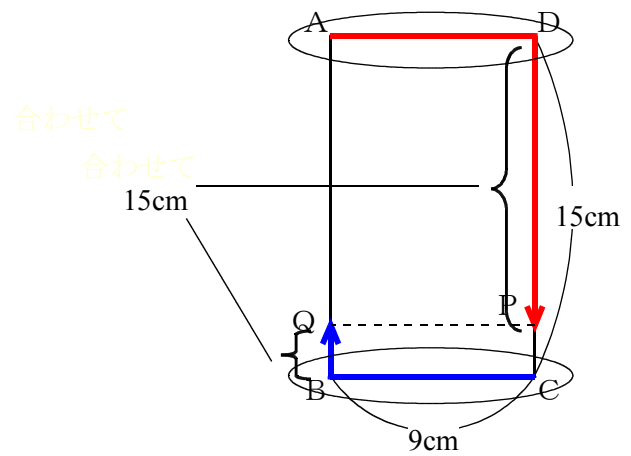


また、右図の { の部分の和は15cm。

よって、PとQが進んだ長さの和は、  
 $9 + 9 + 15 = 33$  (cm)。

Pは毎秒2cm、Qは毎秒1cmだから、  
1秒間にPとQが進んだ長さの和は、  
 $2 + 1 = 3$  (cm)。

いま、和が33cmになればよいのだから、  
 $33 \div 3 = 11$  (秒後)。



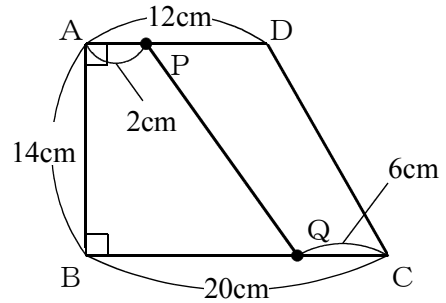
反復基本③(1)

点Pは毎秒1 cmなので、  
2秒間に  $1 \times 2 = 2$  (cm) 動く。

点Qは毎秒3 cmなので、  
2秒間に  $3 \times 2 = 6$  (cm) 動く。

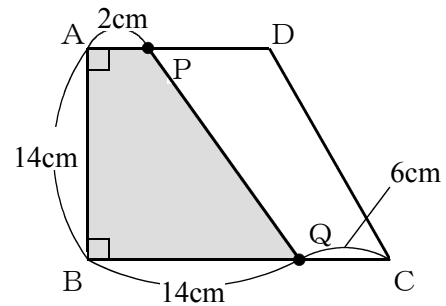
よって、2秒後には、右の図のようになる。

BからQまでの長さは、 $20 - 6 = 14$  (cm)  
なので、



四角形ABQPは右図のかげをつけた部分になる。この部分は台形だから、

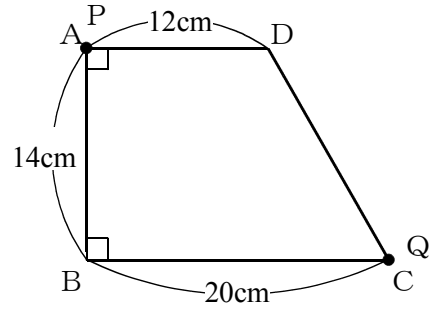
$$(2 + 14) \times 14 \div 2 = 112 \text{ (cm}^2\text{)}.$$



反復基本③(2)

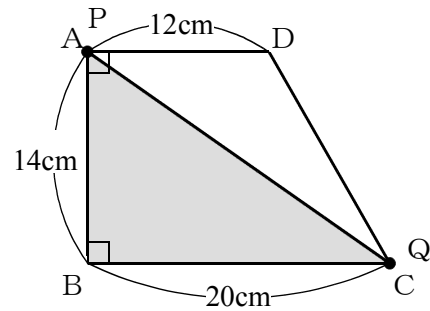
面積がどのように変化していくかを考えるやり方が、わかりやすい。

0秒のとき、点PはAに、点QはCにいる。



このとき、四角形ABQPは、右図のかげをつけた部分になる。

AとPが同じところにいるので、四角形にはなっていないで三角形の状態だが、気にしない。



かげをつけた部分の面積は、底辺が20cmで高さが14cmの三角形なので、

$$20 \times 14 \div 2 = 140 \text{ (cm}^2\text{)}。$$

また、(1)で、2秒後の四角形ABQPの面積は112 cm<sup>2</sup>であることがわかっている。

整理すると、次のようになる。

はじめ ……	140 cm <sup>2</sup>
2秒後 ……	112 cm <sup>2</sup>

このことから、2秒間で、 $140 - 112 = 28 \text{ (cm}^2\text{)}$ だけ減ったことがわかった。

よって、1秒あたり、 $28 \div 2 = 14 \text{ (cm}^2\text{)}$ ずつ減ることになる。

またまた整理すると、

はじめの面積は140 cm <sup>2</sup> で、1秒に14 cm <sup>2</sup> ずつ減っていく。
---

ということがわかった。

ところで(2)の問題は、面積が91 cm<sup>2</sup>になるのは何秒後か、という問題だった。

はじめの面積は140 cm<sup>2</sup>だから、面積が  $140 - 91 = 49 \text{ (cm}^2\text{)}$ だけ減ればよい。

1秒間に14 cm<sup>2</sup>ずつ減っていくのだから、 $49 \div 14 = 3.5$  (秒)後に、

面積が91 cm<sup>2</sup>になる。

## 反復基本④(1)

この問題のような、円周上を点が動いていく問題の場合は、

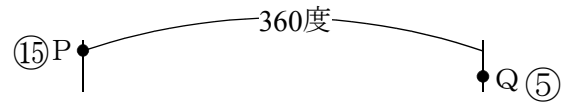
1秒間に何度動くか

のように、角度にして考えるとよい。

点Pは24秒で1周(=360度)動くのだから、1秒あたり、 $360 \div 24 = 15$ (度)。

点Qは72秒で1周(=360度)動くのだから、1秒あたり、 $360 \div 72 = 5$ (度)。

右の図のように、360度はなれて  
いるところを、Pは毎秒15度ずつ、  
Qは毎秒5度ずつ動いて行って、はじ  
めて出会うのは何秒後か、という問題になる。



$$360 \div (15 + 5) = 18 \text{ (秒後)}。$$

---

 反復基本④(2)
 

---

何秒動こうが、 $OP$ と $OQ$ の長さは半径だから必ず等しいので、三角形 $OPQ$ は必ず二等辺三角形になる。

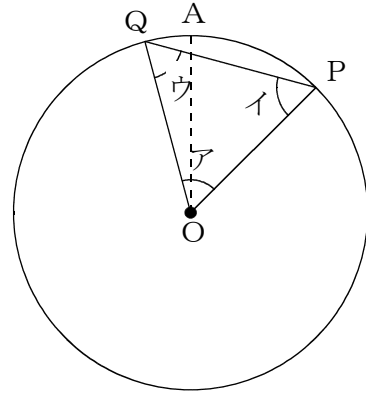
角 $A$ が $60$ 度になりさえすれば、角 $イ$ は、 $(180 - 60) \div 2 = 60$ (度)となり、角 $ウ$ も同じく $60$ 度となるから、三角形 $OPQ$ は正三角形になる。

つまり、三角形 $OPQ$ が正三角形になるためには、角 $A$ が $60$ 度になりさえすればよい。

$P$ は毎秒 $15$ 度ずつ動き、 $Q$ は毎秒 $5$ 度ずつ動く。

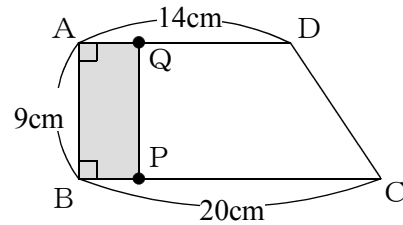
$P$ と $Q$ は反対方向に動くので、毎秒 $15 + 5 = 20$ (度)ずつ、はなれていく。

角 $A$ が $60$ 度になるのは、 $60 \div 20 = 3$ (秒後)。

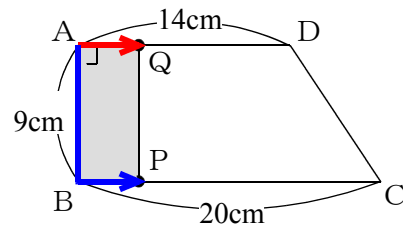


反復練習1(1)

四角形ABQPが長方形になるのは、  
右の図のように点Pと点Qを結ぶ線が、  
辺ABと平行になるとき。



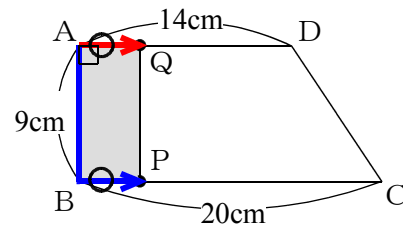
点Pも点Qも点Aを出発するので、  
点Pは右図の青い線の長さだけ動き、  
点Qは右図の赤い線の長さだけ動いた。



このような問題では、

進んだ長さの和か差がわかるように、  
問題が仕組まれていることが多い。

この問題では、右図の○をつけた部分の  
長さは等しいので、青い線の方が、9 cm  
だけ長い。つまり、



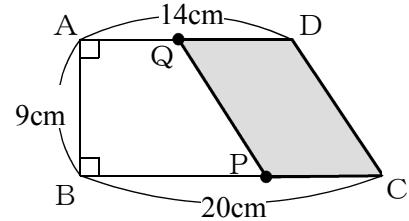
青い線と赤い線の差は9 cm。

ところで点Pは毎秒4 cm、点Qは毎秒1 cmだから、1秒あたり、 $4 - 1 = 3$  (cm)  
ずつ差がつく。差が9 cmになるのは、 $9 \div 3 = 3$  (秒後)。

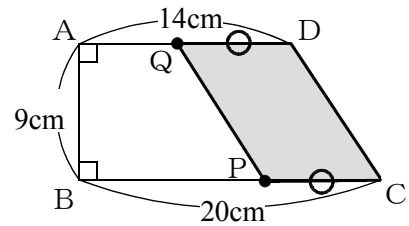
反復練習1(2)

どの図形が平行四辺形になるのか、問題をよく読むように。

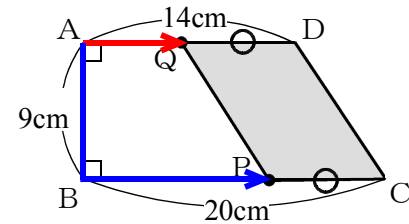
この問題では、右の図のように、四角形QPCDが平行四辺形になる。



平行四辺形では、向かい合った辺の長さが等しいので、右の図の○と○は等しい長さ。



ところで点Pは右の図の青い線の部分を、点Qは右の図の赤い線の部分を動いた。

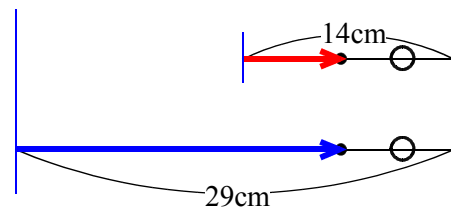


ところでこのような問題では、

進んだ長さの和か差がわかるように、問題が仕組まれていることが多い。

そこで、青い線と赤い線の、「和」かあるいは「差」がわかるかどうか調べる。  
 青い線は、 $9 + 20 - \bigcirc$  を進んだ。つまり、 $29 - \bigcirc$  を進んだ。  
 赤い線は、 $14 - \bigcirc$  を進んだ。

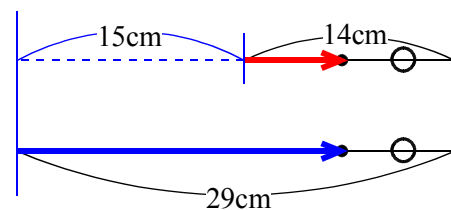
折れ曲がっている部分をまっすぐにしてそろえて書くと、右図のようになる。



よってこの問題では、進んだ長さの差が、 $29 - 14 = 15$  (cm) になる。

ところで点Pは毎秒4 cm、点Qは毎秒1 cmだから、1秒あたり  $4 - 1 = 3$  (cm) ずつ差がつく。差が15 cm になるのは、

$$15 \div 3 = 5 \text{ (秒後)}.$$



---

**反復練習**②(1)

---

長方形 ABCD のまわりの長さは、 $(9 + 15) \times 2 = 48$  (cm)。

点 P は秒速 3 cm なので、長方形のまわりを 1 周するのに、 $48 \div 3 = 16$  (秒) かかる。

点 Q は秒速 1 cm なので、長方形のまわりを 1 周するのに、 $48 \div 1 = 48$  (秒) かかる。

よって、点 P は 16 秒ごとに (つまり 16 の倍数ごとに) 出発点にもどってくる。

点 Q は 48 秒ごとに (つまり 48 の倍数ごとに) 出発点にもどってくる。

点 P も点 Q もはじめて同時に出発点にもどってくるのは、16 と 48 の最小公倍数である、**48** 秒後。



反復練習②(2)

はじめ点PはBにいて、点QはCにいる。  
右図を見ると、まるでQがPに追いつく  
ような気になるが、

Pは毎秒3cm、Qは毎秒1cmなので、  
Pの方が速い。  
よって、PがQに追いつく。

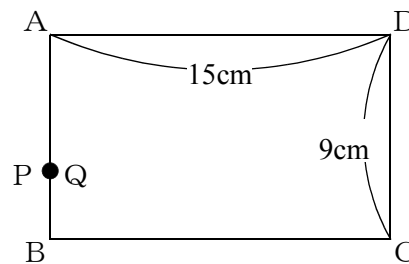
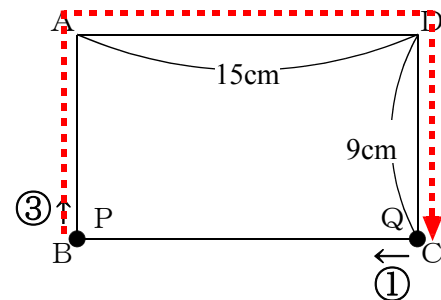
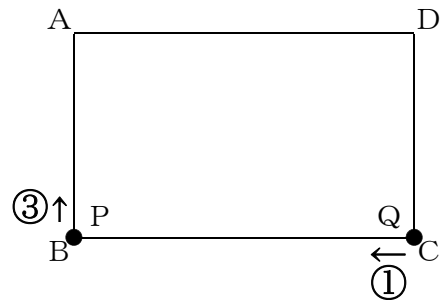
Pは、右図の赤い線の長さだけ、Qよりも  
よけいに進んで、Qに追いつく。  
赤い線の長さは、 $9 + 15 + 9 = 33$  (cm)  
だから、 $33 \div (3 - 1) = 16.5$  (秒後)に、  
PはQにはじめて追いつく。

16.5秒後にPはQに追いついて、右図の  
ようにPとQは同じ場所にいる。

次にPがQに追いつくのは、PがQよりも  
1周多くまわったとき。

1周は、 $(9 + 15) \times 2 = 48$  (cm) だから、  
右図の状態から、 $48 \div (3 - 1) = 24$  (秒後)  
に、2度目に追いつく。

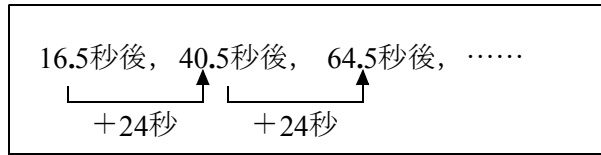
3度目に追いつくのも、2度目のさらに24秒後。



(次のページへ)

整理すると、1度目に追いつくのは16.5秒後、2度目は1度目の24秒後、3度目は2度目の24秒後、…となっていく。

追いついた時間をどんどん書くと、右の図のようになる。



これは等差数列なので、N番目は、  
はじめ+ふえる数×(N-1)  
 $= 16.5 + 24 \times (N-1)$  となる。

5分間=300秒間に、追いついた(重なった)ことが何回あるかという問題だから、

$$\begin{aligned} 16.5 + 24 \times (N-1) &= 300 && \text{として、逆算をすると,} \\ 300 - 16.5 &= 283.5 \\ 283.5 \div 24 &= 11 \text{ あまり } 19.5 \\ 11 + 1 &= 12 \end{aligned}$$

よって、**12**回追いつくことがわかる。

反復練習③(1)

このような問題では、

上底と下底の和

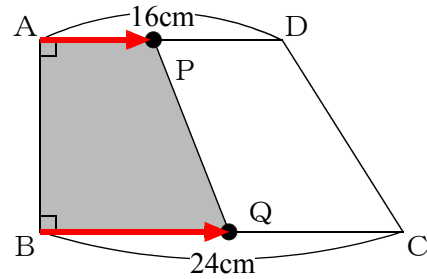
を利用して、問題を解いていく。

台形ABCDの上底と下底の和は、

$$16 + 24 = 40 \text{ (cm)}。$$

40 cmの半分は20 cmだから、

直線PQが台形ABCDの面積を2等分するのは、 $AP + BQ$ が20 cmになったとき。



PはAを出発して毎秒3 cm、QはBを出発して毎秒5 cmだから、 $AP + BQ$ は、1秒あたり  $3 + 5 = 8$  (cm) ずつ増える。

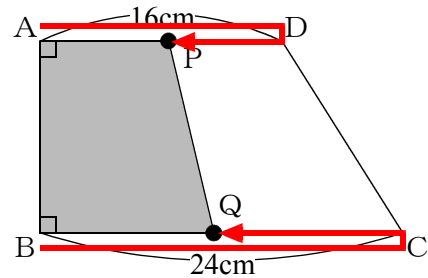
$AP + BQ$ が20 cmになるのは、 $20 \div 8 = 2.5$  (秒後)。

反復練習③(2)

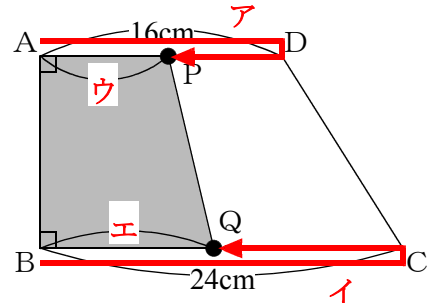
点Pは辺AD上を往復し、点Qは辺BC上を往復することに注意すること。  
 (よく、点PはAを出発してからDを通ったあと、Cのほうへ進んでいってしまう  
 というかんちがいをしやすい。)

直線PQが2回目に台形ABCDの面積を  
 2等分するのは、右図のようになったとき。  
 このような問題では、

進んだ長さの和か差がわかるように、  
 問題が仕組まれていることが多い。



この問題もやはり仕組まれている。  
 右図のように、Pが進んだ長さをア、  
 Qが進んだ長さをイとすると、進んだ  
 長さの和は、ア+イになる。これを  
 求めることができるように、問題が  
 仕組んであるわけだ。



右の図で、ア+ウはAD2本ぶんだから、  
 $16 \times 2 = 32$  (cm)。イ+エはBC2本ぶんだから、  
 $24 \times 2 = 48$  (cm)。よって、ア+イ+ウ+エは、 $32 + 48 = 80$  (cm)。

知りたいのはア+イだから、ア+イ+ウ+エでは、ウ+エの長さがじゃま。

この、ウ+エは、(1)と同じく台形ABCDの面積を2等分しているので、20 cmの  
 はず。

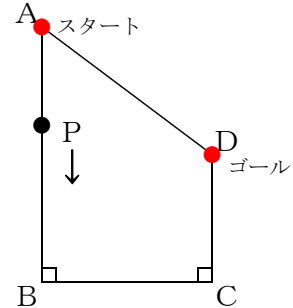
よって、ア+イは、 $80 - 20 = 60$  (cm)。

以上のことから、PとQの進んだ長さの和が、60 cmになればよいことがわかった。

PとQは1秒あたり、 $3 + 5 = 8$  (cm) ずつ進むから、 $60 \div 8 = 7.5$  (秒後)。

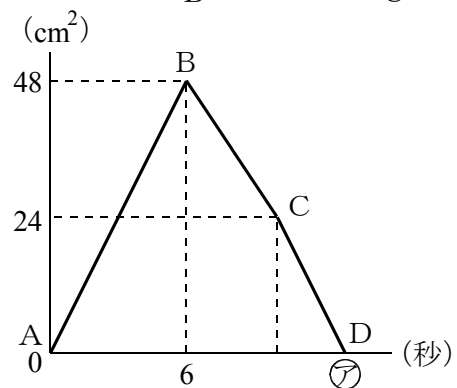
反復練習4(1)

点PはAをスタートし、B、Cを通り、Dでゴール。  
BやCを通るときに、進み方が変わるので、



グラフも、BやCのところで折れ曲がっているはず。

右のグラフのように、折れ曲がっているところに、AからDの記号を書いておこう。



グラフを見ると、Pは6秒後にBに着いたことがわかる。

Pは毎秒2 cmの速さで動くので、6秒間で  $2 \times 6 = 12$  (cm) 動く。

よって、ABの長さは12 cmであることがわかる。

また、このグラフは三角形APDの面積のグラフ。  
このグラフを見ると、6秒後に、PがBについたときの三角形APDの面積は48 cm<sup>2</sup>であることがわかるから、右の図のようになる。

三角形APDの底辺を12 cmとすると、高さは辺BCの長さになるので、辺BCを  とすると、

$$12 \times \text{} \div 2 = 48$$

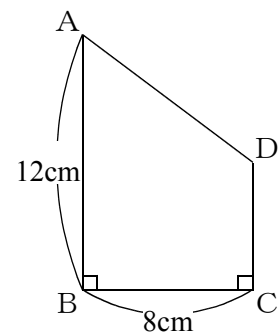
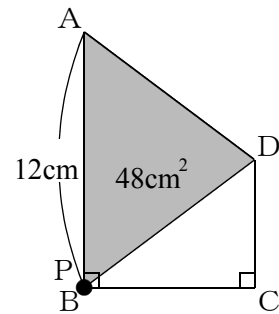
$$\text{} = 8 \text{ (cm)}$$

辺BCの長さは8 cmであることがわかった。

点PはAを出発してCにくるまでに、

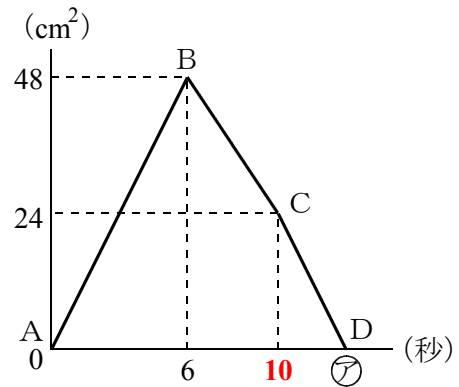
$$12 + 8 = 20 \text{ (cm) 動いた。}$$

点Pは毎秒2 cmの速さで動くので、Cにくるまでに、 $20 \div 2 = 10$  (秒) かかることがわかる。

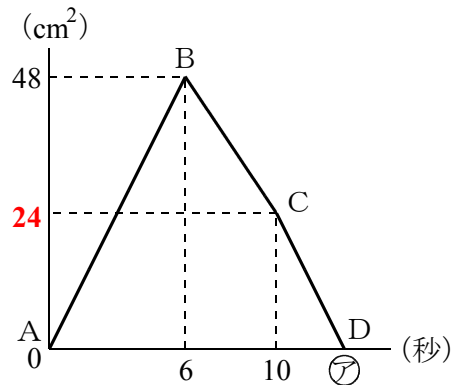


(次のページへ)

グラフに、PがCにきたのは10秒後であることを書きこんでおこう。



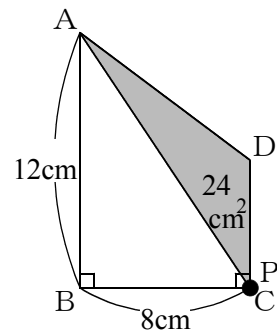
さらに、PがCにきたときの、  
三角形APDの面積は24 cm<sup>2</sup>だから、



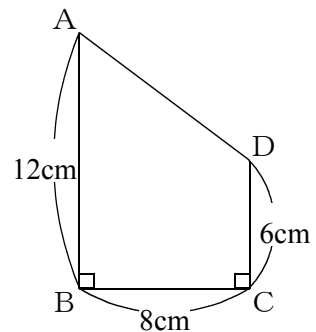
右の図のようになる。

三角形ACDの面積が24 cm<sup>2</sup>で、  
三角形ACDの底辺をCDとして  とすると、  
高さはBCなので8 cm になるから、

$$\text{□} \times 8 \div 2 = 24$$



よって、CDの長さは6 cm になる。



グラフの㉗というのは、PがDに着いたとき。

PはAからDまで、 $12 + 8 + 6 = 26$  (cm) 動いた。

毎秒2 cm で動くのだから、 $26 \div 2 = 13$  (秒後)。

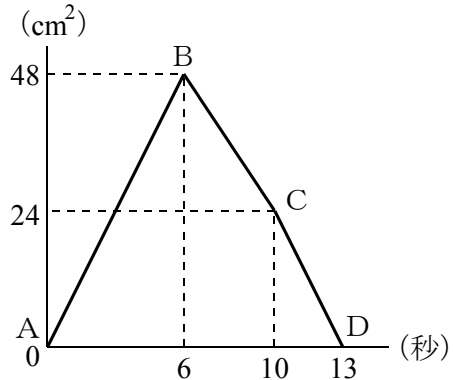
反復練習④(2)

このような問題の解き方は2つある。

1. 図形を使って解く。
  2. グラフを使って解く。

しかしだいたいの問題では、  
グラフを使って解く方がカンタン！！

(1)で、右のようなグラフを書くことができた。このグラフは、三角形APDの面積の変化のグラフで、(2)でも三角形APDの面積が40 cm<sup>2</sup>になるときをたずねている。



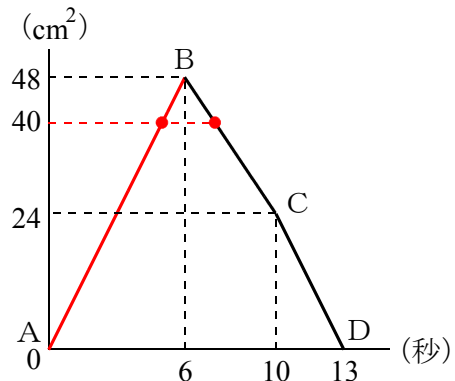
よってグラフの、面積が40 cm<sup>2</sup>になるときを求めればよい。

グラフを見るとわかるように、2回ある。

まず1回目だが、PがAからBまで進む途中にある。

PはAからBまで、6秒間に48 cm<sup>2</sup>増えたのだから、1秒あたり、 $48 \div 6 = 8$  (cm<sup>2</sup>) ずつ増える。

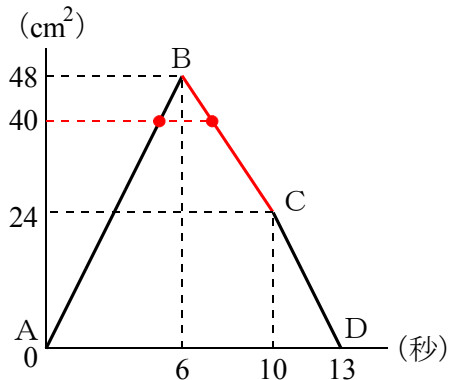
面積が40 cm<sup>2</sup>になるのは、 $40 \div 8 = 5$  (秒後)。



次に2回目。PがBからCまでの途中にある。

PはBからCまで、 $10 - 6 = 4$  (秒間)に  $48 - 24 = 24$  (cm<sup>2</sup>) 減った。1秒あたり、 $24 \div 4 = 6$  (cm<sup>2</sup>) ずつ減る。

出発してから6秒後の面積は48 cm<sup>2</sup>で、面積が40 cm<sup>2</sup>になるためには、 $48 - 40 = 8$  (cm<sup>2</sup>) だけ減らさなければならぬ。ところが1秒間には6 cm<sup>2</sup> ずつ減るのだから、 $8 \div 6 = 1\frac{1}{3}$  (秒) かかる。



6秒後の  $1\frac{1}{3}$  秒後だから、 $6 + 1\frac{1}{3} = 7\frac{1}{3}$  (秒後)。

反復練習⑤(1)

この問題のような、円周上を点が動いていく問題の場合は、

1秒間に何度動くか

のように、角度にして考えるとよい。

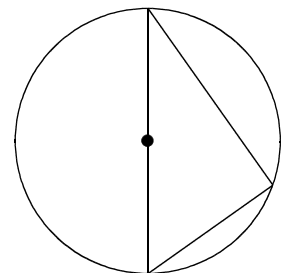
点Pは12秒で1周(=360度)動くのだから、1秒あたり、 $360 \div 12 = 30$ (度)。  
 点Qは18秒で1周(=360度)動くのだから、1秒あたり、 $360 \div 18 = 20$ (度)。  
 整理すると、

点Pは毎秒30度  
 点Qは毎秒20度

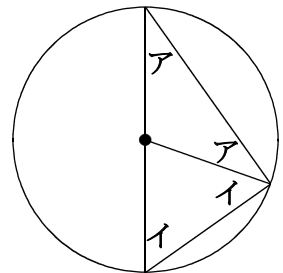
さらにこの問題では、知っておかなければならない重要な知識がある。それは、

直径と他の円周上の1点を結んでできる三角形は、必ず直角三角形である。

つまり、右図のような三角形は、必ず直角三角形になる。

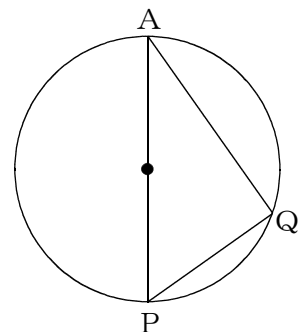


その理由は、右図でアとアは二等辺三角形なので必ず等しく、イとイも二等辺三角形なので必ず等しい。  
 しかも、アアイは三角形なので180度。  
 よって、アアイの半分であるアイは90度。  
 したがって、必ず直角三角形になる。



この問題では、QよりもPの方が速いので、APがAQよりも先に直径となり、そのときに三角形APQは直角三角形となる。

Pは毎秒30度だから、180度進むのに、 $180 \div 30 = 6$ (秒)。

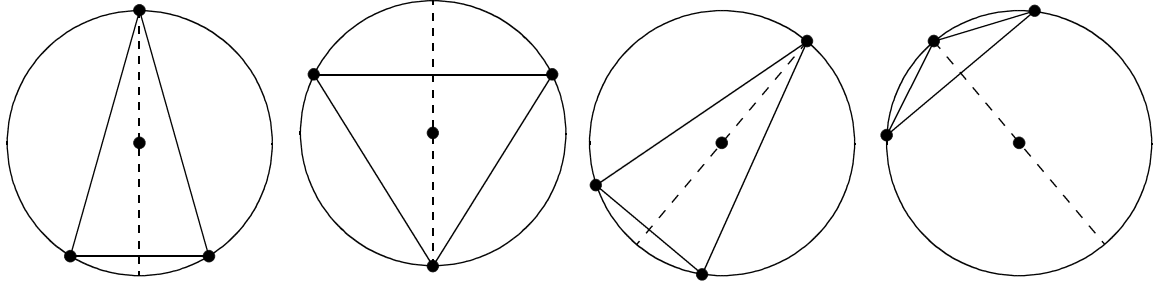




反復練習⑤(2)

円周上に3個の点を書いて、その3個の点で二等辺三角形が作られるようにやってみるとわかるように、二等辺三角形には折ったらびったり重なる「折り目」があり（それを線対称の軸という）、その折り目はちょうど「直径」になっている。

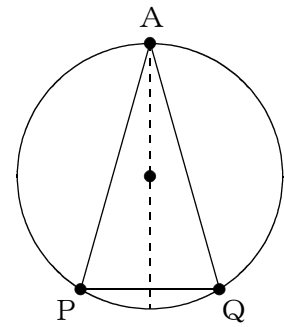
以下にいろいろなサンプルを用意したので、見ておこう。



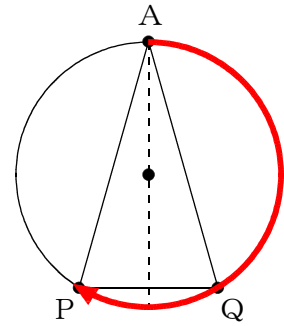
この問題では点Aが動かない点であることと、PがQより速いことから、右図のような二等辺三角形ができる。

このような問題では、

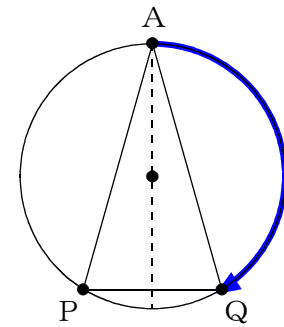
進んだ長さの和か差がわかるように、問題が仕組みられていることが多い。



この問題では、「進んだ角度の和」がわかる。というのは、Pは右図の赤い線の部分だけ進み、



Qは右図の青い線の部分だけ進んだが、



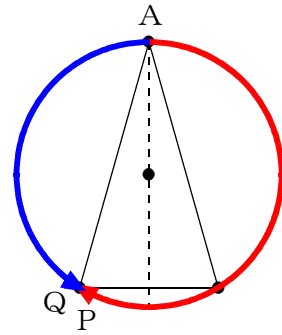
(次のページへ)

もしQが逆回りに回っていたら、右の図のようにPとQが出会うことになり、

PとQの進んだ角度の和は360度

になる。

Pは毎秒30度、Qは毎秒20度ずつ動くから、PとQが進んだ角度の和が360度になるのは、 $360 \div (30 + 20) = 7.2$  (秒後)。



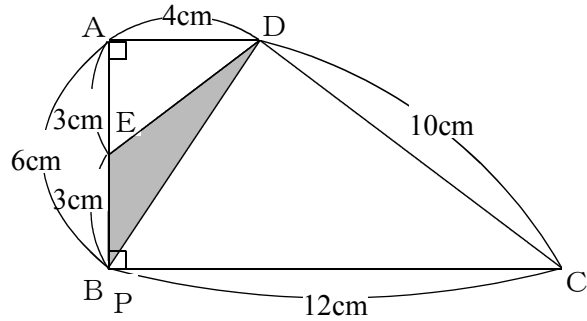
チャレンジ

スタートするとき、ゴールするときと、 $x$ の動きが変わるときに注目する。

EはABの中点だから、AEもBEも3cm。

Pがスタートするとき、もちろん $x$ は0cmだが、三角形DEPは右の図のようになり、底辺はEBなので3cm、高さはADなので4cm。

面積は、 $3 \times 4 \div 2 = 6$  (cm<sup>2</sup>)。



PがCに着いたとき、 $x$ は12cmで、三角形DEPは右の図のようになる。

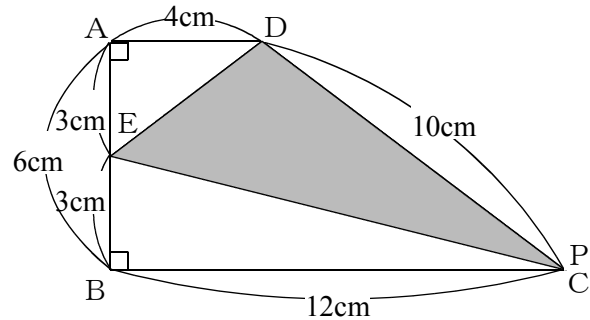
この面積は、台形ABCDから、三角形AEDと、三角形EBCを引けばよい。

$$\text{台形} ABCD = (4 + 12) \times 6 \div 2 = 48 \text{ (cm}^2\text{)}$$

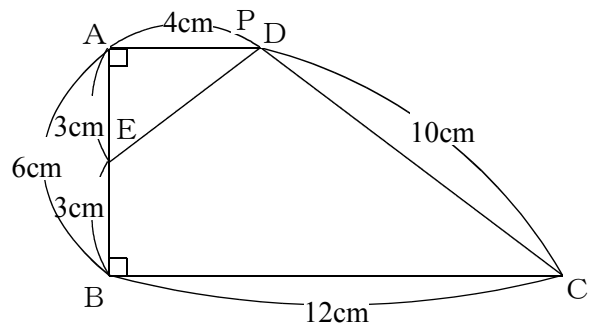
$$\text{三角形} AED = 4 \times 3 \div 2 = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{三角形} EBC = 12 \times 3 \div 2 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{よって、三角形} DEP \text{は、} 48 - (6 + 18) = 24 \text{ (cm}^2\text{)}。$$



PがDについたとき、 $x$ は $12 + 10 = 22$  (cm)で、点Dと点Pとは重なるので、三角形DEPの面積は0。



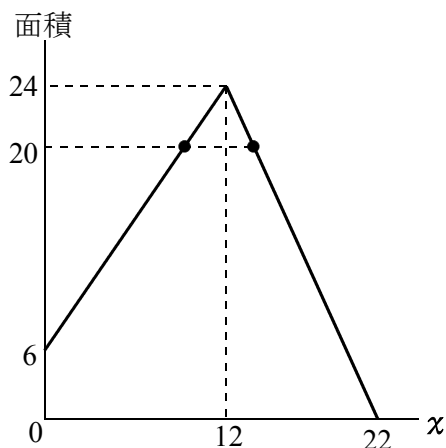
(次のページへ)

以上整理すると、右の表のようになる。

$x$	0	12	22
三角形DEP	6	24	0

グラフにすると、右の図のようになる。

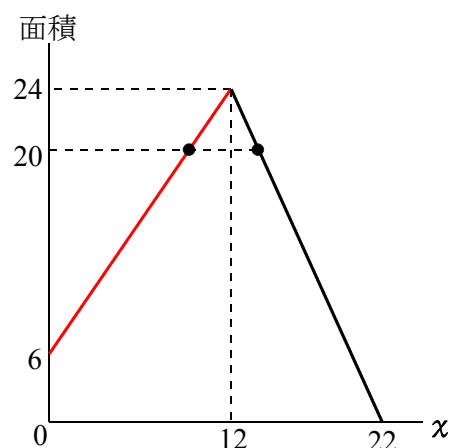
面積が  $20 \text{ cm}^2$  になるときの、 $x$  の長さを求める問題。2回ある。



まず、右図の赤い線のと看。

$x$  が  $12 \text{ cm}$  増えると、  
面積は  $24 - 6 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$  増える。  
 $x$  が  $1 \text{ cm}$  あたり、 $18 \div 12 = 1.5 \text{ (cm}^2\text{)}$  ずつ増える。

いまは、面積を  $20 \text{ cm}^2$  にしたい。  
 $x = 0$  のとき面積は  $6 \text{ cm}^2$  だから、  
面積を  $20 - 6 = 14 \text{ (cm}^2\text{)}$  増やしたい。  
 $x$  が  $1 \text{ cm}$  あたり  $1.5 \text{ cm}^2$  ずつ増えるので、  
 $14 \div 1.5 = 14 \div 1\frac{1}{2} = 9\frac{1}{3}$  のとき。



次に、右図の赤い線のと看。  
 $x$  が  $22 - 12 = 10 \text{ (cm)}$  増えると、  
面積は  $24 \text{ cm}^2$  減る。  
 $x$  が  $1 \text{ cm}$  あたり、 $24 \div 10 = 2.4 \text{ (cm}^2\text{)}$  ずつ減る。  
いまは、面積を  $20 \text{ cm}^2$  にしたい。  
 $x = 12$  のとき面積は  $24 \text{ cm}^2$  だから、  
そのときより面積を、 $24 - 20 = 4 \text{ (cm}^2\text{)}$  減らしたい。  
 $x$  が  $1 \text{ cm}$  あたり  $2.4 \text{ cm}^2$  ずつ減るので、

$x$  を、 $4 \div 2.4 = 4 \div 2\frac{2}{5} = 1\frac{2}{3} \text{ (cm)}$  だけ増やして、 $12 + 1\frac{2}{3} = 13\frac{2}{3}$  にすればよい。

