演習問題集5年上第1回・くわしい解説

目　次

すぐる学習会
https://www.suguru.jp

演習問題集の解説をする前に，基本的なことがらをまとめておきます。

倍数・公倍数・最小公倍数

□の**倍数**とは，□を整数倍した数のことです。

たとえば，4の倍数は，小さい方から順に，
（ア）　4，8，12，16，20，24，28，32，36，…
のことです。

6の倍数なら，小さい方から順に，
（イ）　6，12，18，24，30，36，42，…
となります。

公倍数とは，共通の倍数のことです。

たとえば，4と6の公倍数なら，（ア）と（イ）の両方に入っている数をさがして，
（ウ）　12，24，36，…
となります。

最小公倍数は，公倍数のうち，もっとも小さい数です。

たとえば，4と6の最小公倍数なら，（ウ）の数の中でもっとも小さい，12になります。

ところで，4と6の最小公倍数である「12」の倍数を，小さい方から順に書くと，
（エ）　12，24，36，…
となりますが，（エ）は（ウ）とまったく同じです。
このことから，

公倍数を求めるには，まず最小公倍数を求めて，次にその倍数をどんどん書いていけばよい。

ということがわかりました。

ちょっと練習してみましょう。

例題　24と42の公倍数を，小さい方から順に3つ書きなさい。

解答　まず，24の倍数をどんどん書いていきます。24，48，72，96，120，144，168，…
次に，42の倍数をどんどん書いていきます。42，84，126，168，…
すると，24の倍数と42の倍数に共通した数として，「168」が見つかりました。
この「168」が，24と42の最小公倍数です。
あとは，168の倍数を，小さい方から順に3つ書けばOKです。
よって，答えは　168，336，504　となります。

（解答終わり）

前ページの例題のように，とにかく最小公倍数さえ見つけることができたら，公倍数はかんたんに求められることがわかりました。

最小公倍数を求めることは，とても大切な役割を演じていることがわかりましたね。

ところで，最小公倍数を求めるには，「連除法(れんじょほう)」という，かんたんな方法があります。
連除法で，24と42の最小公倍数を求めてみることにしましょう。

右の図のように，わり算をさかさにしたような形を書きます。

$$\begin{array}{r|rr} & 24 & 42 \\ \hline \end{array}$$

両方の数をわることのできる数でわります。
24と42なら，両方とも2でわれます。
わった答えを，その下に書きます。

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 24 & 42 \\ \hline & 12 & 21 \end{array}$$

さらに両方の数をわることのできる数があったら，わります。
いまは，両方とも3でわれます。

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 24 & 42 \\ \hline 3 & 12 & 21 \\ \hline & 4 & 7 \end{array}$$

われなくなったら，右の図のように，**左側と下側の数をかけます**。
　２×３×４×７＝168　となり，例題で求めた最小公倍数と一致します。

$$\begin{array}{r|rr} \boxed{2} & 24 & 42 \\ \hline \boxed{3} & 12 & 21 \\ \hline & \boxed{4} & \boxed{7} \end{array}$$

わざわざ倍数をどんどん書くよりも，「連除法」の方がずっと楽ですね。

7と9の最小公倍数を求めるときなどの，7と9の両方をわる数がないときは，そのまま7と9をかけ算するだけで，最小公倍数になります。
よって，7と9の最小公倍数は，７×９＝63　です。

$$\begin{array}{r|rcr} & 7 & \times & 9 \\ \hline \end{array}$$

3つ以上の数の最小公倍数を求めるときは，注意することがあります。
6と27と30の最小公倍数を求める場合を例にして，説明しましょう。
3つの数とも，2でわることができますが，他には3つの数ともわることのできる数はありません。

$$\begin{array}{r|rrr} 3 & 6 & 27 & 30 \\ \hline & 2 & 9 & 10 \end{array}$$

こういう場合は，
2つでもわり切れる数があったら，わらなければならない。
というきまりがあります。
2や10は2でわり，2でわり切れない9はそのまま下におろします。
そして，左側と下側の数をかけて，３×２×１×９×５＝270 となります。

$$\begin{array}{r|rrr} 3 & 6 & 27 & 30 \\ \hline 2 & 2 & 9 & 10 \\ \hline & 1 & 9 & 5 \end{array}$$

最小公倍数の求め方
左側と下側のかけ算をする。
3つ以上の場合は，2つでもわれる数があったら，わらなければならない。
そのとき，わり切れない数は，そのまま下におろす。

約数･公約数･最大公約数

□の**約数**とは，□をわり切る数のことです。

12の約数について，考えてみましょう。12は，１，２，３，４，６，12でわると，割り切れます。
12÷１＝12，　12÷２＝６，　12÷３＝４，
12÷４＝３，　12÷６＝２，　12÷12＝１

よって，12の約数は，
（ア）　１，２，３，４，６，12　です。

18の約数なら，
（イ）　１，２，３，６，９，18　です。

公約数とは，共通の約数のことです。

たとえば，12と18の公約数なら，（ア）と（イ）の両方に入っている数をさがして，
（ウ）　１，２，３，６
となります。

最大公約数は，公約数のうち，もっとも大きい数です。

たとえば，12と18の最大公約数なら，（ウ）の数の中でもっとも大きい，6になります。

ところで，12と18の最大公約数である「6」の約数をすべて書くと，
（エ）　１，２，３，６
となりますが，（エ）は（ウ）とまったく同じです。
このことから，

公約数を求めるには，まず最大公約数を求めて，次にその約数を書けばよい。

ということがわかりました。

例題で，点検してみましょう。
例題　24と40の公約数を，すべて書きなさい。
解答　24の約数をすべて書くと，１，２，３，４，６，８，12，24　です。
40の約数をすべて書くと，１，２，４，５，８，10，20，40　です。
24の約数と40の約数に共通した数は，１，２，４，８　です。
よって，24と40の公約数は，１，２，４，８　です。
ところで，24と40の最大公約数は8で，8の約数は，１，２，４，８　ですから，
確かに24と40の公約数は，最大公約数である8の約数になっています。

（解答終わり）

前ページの例題のように，とにかく最大公約数さえ見つけることができたら，公約数はかんたんに求められることがわかりました。

最大公約数を求めることは，とても大切な役割を演じていることがわかりましたね。

ところで，最大公約数を求めるには，「連除法(れんじょほう)」という，かんたんな方法があります。
連除法で，12と18の最大公約数を求めてみることにしましょう。

右の図のように，わり算をさかさにしたような形を書きます。

$$\begin{array}{r|rr} & 12 & 18 \\ \hline \end{array}$$

両方の数をわることのできる数でわります。
12と18なら，両方とも2でわれます。
わった答えを，その下に書きます。

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 12 & 18 \\ \hline & 6 & 9 \end{array}$$

さらに両方の数をわることのできる数があったら，わります。
いまは，両方とも3でわれます。

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 12 & 18 \\ \hline 3 & 6 & 9 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

われなくなったら，右の図のように，**左側の数だけをかけます。**
２×３＝６　となり，最大公約数は6になります。

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 24 & 42 \\ \hline 3 & 12 & 21 \\ \hline & 4 & 7 \end{array}$$

わざわざ約数をどんどん書くよりも，「連除法」の方がずっと楽ですね。

7と9の最大公約数を求めるときなどの，7と9の両方をわる数がないときは，7も9も1では割り切れるので，最大公約数は1になります。

$$\begin{array}{r|rr} 1 & 7 & 9 \\ \hline \end{array}$$

3つ以上の数の最大公約数を求めるときは，注意することがあります。
6と27と30の最大公約数を求める場合を例にして，説明しましょう。
3つの数とも，3でわることができますが，他には3つの数ともわることのできる数はありません。（2と9の2つだけなら2で割り切れますが。）

$$\begin{array}{r|rrr} 3 & 6 & 27 & 30 \\ \hline & 2 & 9 & 10 \end{array}$$

こういう場合は，

2つでもわり切れる数があったとしても，わってはいけない。

というきまりがあります。
最小公倍数の場合は，2つでもわってよいというきまりだったので，全然違いますね。

最大公約数の求め方

左側だけかけ算をする。
3つ以上の場合は，全部を割り切る数でないと，わってはいけない。

反復基本 $\boxed{1}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　約数を一気に２つずつゲットしていく方法をマスターしましょう。

とつぜんですが，60は5でわり切れます。60÷5＝ 12 となります。
よって，5は60の約数です。
ところが，60÷5＝ 12 という式から，60÷12＝ 5 ということもわかります。
よって，12も60の約数になります。

このように，1つ約数がわかれば，わり算をすることで，約数がもう1つわかってきます。
このことを考えて，約数をどんどん求めてみます。

まず，60÷1＝ 60 ですから，60の約数として，1と60をゲットできます。
次に，60÷2＝ 30 ですから，2と30をゲットできます。
次に，60÷3＝ 20 ですから，3と20をゲットできます。
次に，60÷4＝ 15 ですから，4と15をゲットできます。
60÷5＝ 12 は，すでにやりましたね。これで，5と12もゲットしました。
さらに，60÷6＝ 10 ですから，6と10もゲットできます。
6と10のあいだには，7, 8, 9の数がありますが，どれも60をわり切ることはできません。

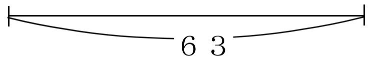
以上のことから，60の約数は，1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60の12個です。

（補足…上の説明では，約数をすべて書いて，その個数を数えて求めたのですが，5年下で，
「素因数分解」を利用する解き方を学習します。お楽しみに！）

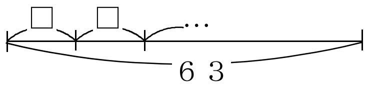
反復基本 $\boxed{1}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　とても基本問題とは思えない，まちがいやすい問題です。しっかり理解してください。

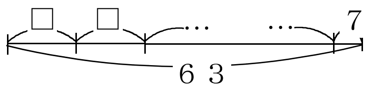
まず，63 **を** わるのか，63 **で** わるのか，その違いに気をつけましょう。
「63 **を** わると 7 あまる」というのは，たとえば 63 円のお金を持っていて，



そのお金で，1 個何円かのあめを，できるだけたくさん買うことにします。



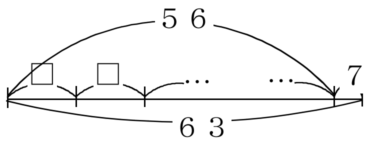
すると，最後に残ったお金が，7 円になる，ということです。



では 1 個何円のあめを買ったでしょう，という問題です。

□に入る数は，63 の約数ではありません。なぜなら，□は 63 をぴったりわり切る数ではないからです。（ぴったりわり切る数を，約数というのでしたね。）

でも，□は　63－7＝ 56　なら，ぴったりわり切ります。
つまり，□は 56 の約数なのです。



56÷1＝ 56　→　1 と 56
56÷2＝ 28　→　2 と 28
56÷4＝ 14　→　4 と 14
56÷7＝ 8　→　7 と 8

よって，56 の約数は，1，2，4，7，8，14，28，56　の，8 個です。

しかし，この 8 個がすべて答えになるわけではありません。

なぜなら，「最後に残ったお金が，7 円になる。」という条件に合わない答えがあるからです。
最後に 7 円残る，ということは，1 個のねだんは，7 円よりも高いはずです。
なぜなら，1 個が 7 円以下だと，残っている 7 円で，もっとあめを買えてしまうからです。

よって，1 個のねだんは，56 の約数である 1，2，4，7，8，14，28，56 のうち，7 より大きい，**8，14，28，56** の 4 個のみが答えになります。

このような問題の解き方を整理しておきます。

63 をわると 7 あまる数を求める

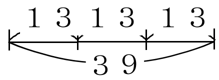
63 円お金を持っていて，品物をできるだけたくさん買うことにすると，7 円あまる。
63－7＝ 56　の約数。
あまりの「 7 」よりも大きいものだけが答えになる。（ 7 もダメ）

反復基本 $\boxed{1}$ (3)

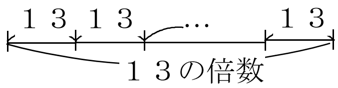
$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「最も近い」ということばの意味を理解しましょう。

13 の倍数とは，13，26，39，52，…… のように，13 を整数倍してできる数のことです。

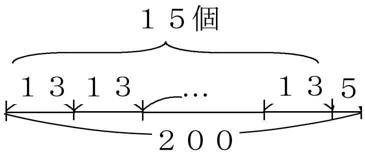
たとえば右の図は，13 を 3 倍してできる，39 という 13 の倍数です。



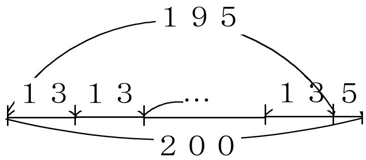
このように，13 の倍数というのは，13 が何個か集まってできる数のことです。



この問題は，200 に近い 13 の倍数を求める問題でした。
200÷13＝ 15　あまり　5　ですから，200 の中に 13 は 15 個入っていて，5 あまります。
もし 200 の中に 13 が 15 個ぴったり入っていたとしたら，200 は 13 の倍数なのですが，実際は 5 あまっているので，200 は 13 の倍数ではありません。

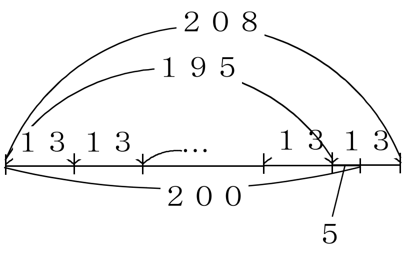


ということは，200 から 5 を取り除いた，200－5＝ 195　なら，ちょうど 13 が 15 個ぶん入っているので，13 の倍数になります。
よって，答えは 195 であると考えていいような気がしますが，じつは，このように求めた 195 が，答えにならないことがあるのです。

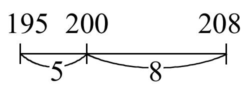


195 という数は，13 が 15 個ぶんぴったりでした。
ですから，確かに 195 は 13 の倍数です。
でも，13 がもう 1 個あって，13 が 16 個になっても，13 の倍数であることはまちがいありません。
13 が 16 個のときは，200 をオーバーしてしまいますが，オーバーしても，200 に近ければ，それが答えなのです。

13 が 15 個で 195 でしたから，もう 1 個 13 があると，
195＋13＝ 208　になります。
(　13×16＝ 208　というやり方もあるし，
200 の場合は 5 あまっていたから，あと
13－5＝ 8　を加えて，200＋8＝ 208　と
いうやり方もあります。)



結局，200 に近い 13 の倍数の候補としては，200 よりも小さい 195 と，200 よりも大きい 208 が考えられました。
195 は 200 よりも 5 だけ小さく，208 は 200 よりも 8 も大きいので，200 に最も近い数は，195 になります。



反復基本 $\boxed{1}$ (4)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「１から300まで」ならかんたんですが…。

もし,「１から300までの中に,３の倍数が何個入っていますか。」という問題だったら,300÷３＝100　ですから，100個になります。

しかし実際は，１からではなく100からです。

$$\boxed{100，101，102，\cdots\cdots\cdots，299，300}$$

このような問題では，１から99までをつけ加えて，１から300までにします。

$$1，2，3，\cdots\cdots\cdots，98，99，\boxed{100，101，102，\cdots\cdots\cdots，299，300}$$

１から100までをつけ加えると，100がダブってしまってうまくいかないことがあるので，注意しましょう。

１から300まででは，３の倍数は100個ありました。
１から99まででは，99÷３＝33　ですから，33個あります。

$$\underbrace{\underbrace{1，2，3，\cdots\cdots\cdots，98，99，}_{33\text{ 個}}\boxed{100，101，102，\cdots\cdots\cdots，299，300}}_{100\text{ 個}}$$

よって，100から300までには，３の倍数は　100－33＝67（個）　あります。

$$\underbrace{\underbrace{1，2，3，\cdots\cdots\cdots，98，99，}_{8\text{ 個}}\underbrace{\boxed{100，101，102，\cdots\cdots\cdots，299，300}}_{67\text{個}}}_{100\text{ 個}}$$

反復基本 1 (5)

ワンポイント　３つ以上の数の最小公倍数を求める場合，「2 つでもわってよい」ことに注意しましょう。

① 18 と 20 の両方とも，「２の段の九九」にありますから，２でわれます。
よって，右のような連除法により，最大公約数は 2 になります。
最小公倍数は，２×９×10＝ 180 です。
最大公約数は，左側だけのかけ算で，最小公倍数は左と下のかけ算です。まちがえないようにしましょう。

    2) 18 20
         9 10

② 必ずうまくいくわけではないですが，32 と 48 の差で，32 と 48 をわり切ることができる場合があります。
この問題の場合も，48－32＝ 16 で，32 と 48 をわり切ることができます。
右のような連除法により，最大公約数は 16 です。
最小公倍数は，16×２×３＝ 96 です。

    16) 32 48
          2   3

③ ３つの数の最大公約数を求める問題です。
この場合も連除法で求めます。
答えは 2×2＝ 4 です。
最大公約数は，３つとも割れなければならないことに注意しましょう。

    2) 12 16 36
    2) 6   8 18
         3   4   9

次に，３つの数の最小公倍数を求めます。
この場合も連除法で求めます。
３つとも割れる数で割った状態が，右の図です。
しかしここでわり算を終わらせてはいけません。なぜなら，

    2) 12 16 36
    2) 6   8 18
         3   4   9

最小公倍数を求める場合は，2 つでもわれる数があったらわらなければならない。 そのとき，わり切れない数は，そのまま下におろす。

というきまりがあるからです。

この問題の場合も，3 と 9 だけは，3 でわれます。
わり切れない 4 は，そのまま下におろします。
すると，右のような連除法になり，
最小公倍数は，2×2×3×1×4×3＝ 144 です。

    2) 12 16 36
    2) 6   8 18
    3) 3   4   9
         1   4   3

反復基本 $\boxed{1}$ (6)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　６と８との公倍数は，何の倍数でしょう。

６と８の最小公倍数は 24 なので，６と８の公倍数は，24 の倍数です。

たとえば，１から 20 までの整数のうち，３の倍数ならば，20÷3＝６　あまり　２　ですから，６個あります。

同じようにして，１から 300 までの整数のうち，24 の倍数ならば，300÷24＝ 12　あまり　12　ですから，12 個あります。

反復基本 $\boxed{1}$ (7)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　等差数列のＮ番目を求める公式をおぼえていますか？

９でわると２あまる整数は，2，11，20，29，…… のように，９ずつふえる等差数列になっています。

等差数列のＮ番目は，$\boxed{\text{はじめの数＋ふえる数×（Ｎ－１）}}$ の公式で求めることができます。

はじめの数は２，ふえる数は９，30 番目の数を求めるのですからＮを 30 にして，

はじめの数＋ふえる数×（Ｎ－１）＝２＋９×（30－１）＝２＋９×29＝２＋261＝ 263　になります。

反復基本 $\boxed{1}$ (8)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「２けた」や，「小さい整数から」など，問題の条件に注意しましょう。

４でわると２あまる数は，「□÷４＝△　あまり　２」の□ですから，「４×△＋２」となる数です。
つまり，４の倍数に２をプラスした数です。

５でわると２あまる数は，「□÷５＝△　あまり　２」の□ですから，「５×△＋２」となる数です。
つまり，５の倍数に２をプラスした数です。

よって，４でわっても５でわっても２あまる数は，４と５の公倍数に２をプラスした数です。

４と５の最小公倍数は20ですから，20の倍数に２をプラスした数ということになります。

２けたの20の倍数を小さい方から３つ書くと，20，40，60です。

よって20の倍数に２をプラスした数は，20＋２＝22，40＋２＝42，60＋２＝62になります。

$\boxed{\text{注意}}$　いちばん小さい数である22を求めたあと，22×２＝44，22×３＝66としてはいけません。
22は確かに「４でわっても５でわっても２あまる数」ですが，22を２倍すると，「４でわっても５でわっても，２×２＝４あまる数」になってしまい，問題に合わなくなってしまいます。

反復基本 $\boxed{2}$

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　(1)はかんたんですが，(2)はまちがいやすい問題です。

(1)　60÷7＝８ あまり ４ ですから，60 枚の折り紙を７人の子どもに配ると，８枚ずつ配ることができて，4 枚あまります。

(2)　はじめに 60 枚ありました。
子どもに配ったら，最後に６枚あまりました。
ということは，60－6＝54(枚)を，子どもに配ったことになります。

子どもの人数は，54 枚をあまりなく配ることのできるような人数です。
つまり，54 の約数です。

54 の約数は，1，2，3，6，9，18，27，54 です。

よって子どもの人数は，1 人，2 人，3 人，6 人，9 人，18 人，27 人，54 人のいずれかです。

ところで「６枚あまった」ということは，子どもの人数は６人より多くいたことになります。
なぜなら，もし子どもが６人だったとしたら，折り紙が６枚あまるのはおかしいのです。あまった６枚を，６人に１枚ずつ配ることができるので，折り紙はあまらないからです。

このようにして，子どもの人数が６人以下であることは，ありえないことがわかりました。
子どもの人数は，1人，2 人，3 人，6 人，9 人，18 人，27 人，54 人のいずれかだったのですが，1人，2 人，3 人，6 人はありえないことになり，ありえるのは 9人，18人，27人，54人のいずれかです。

問題には，最も少ない人数を答えることになっているので，答えは 9 人です。

反復基本 3

ワンポイント　１回目は 45 秒後ではなく，スイッチを入れたときであることに注意しましょう。

(1)　１回目に同時に光るのは，スイッチを入れたときです。

①　Ａはそのあと９秒ごとに光り，Ｂは 15 秒ごとに光るのですから，ＡもＢも光るのは，９と 15 の最小公倍数である，45 秒後です。

②　９と 15 の最小公倍数は 45 ですから，ＡとＢが同時に光るのは，45 秒ごとです。

１回目はスイッチを入れたときで，２回目は 45 秒後です。
３回目は，45×２＝ 90（秒後）です。
４回目は，45×３＝ 135（秒後）です。

注意　45×４＝ 180（秒後）のように答えやすいです。１回目はスイッチを入れると同時であることに注意しましょう。

(2)　１分は 60 秒ですから，５分は，60×５＝ 300(秒)です。

よって，300 秒間に，ＡとＢは何回同時に光るのかを求めることになります。

(1)でも求めた通り，ＡとＢは，９と 15 の最小公倍数である 45 秒ごとに，同時に光ります。

300÷45＝６　あまり　30　ですから，300 秒の中に 45 秒は６回入っています。

しかし答えは６回ではありません。なぜなら，スイッチを入れたとき（０秒）のときにも同時に光っているからです。

その１回ぶんをプラスして，答えは　６＋１＝７（回）です。

反復基本 $\boxed{4}$

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　最も小さい数を求める，カンタンな方法はありません。「やるしかない」のです。

(1)　「５でわると３あまる」数は，まず，あまりの「３」を書き，次に「５でわると」の「５」を，どんどんプラスすることで，どんどん書くことができます。

あまり
↓
3，8，13，18，23，28，……
＋5　＋5　＋5　＋5

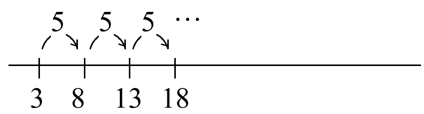
「７でわると２あまる」数も，まず，あまりの「２」を書き，次に「７でわると」の「７」を，どんどんプラスすることで，どんどん書くことができます。

あまり
↓
2，9，16，23，30，……
＋7　＋7　＋7　＋7

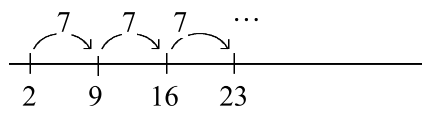
両方の数列をよく見ると，両方に「23」という数が入っていることがわかります。
よって，最も小さい数は 23 であることがわかりました。

(2)　(1)で，最も小さい数は 23 であることがわかりましたが，さて次の数は何でしょうか。

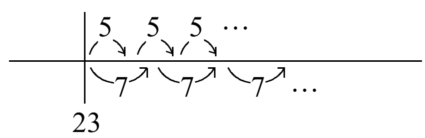
それは，図を書くことでわかってきます。
「５でわると３あまる」数は，右図のように３からスタートして，５ずつピョンピョン飛んでいくイメージです。



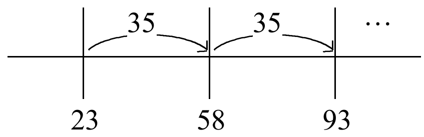
「７でわると２あまる」数は，右図のように２からスタートして，７ずつピョンピョン飛んでいくイメージです。



(1)で求めた 23 から，「５ピョン」と「７ピョン」，とはねていって，いつまた同じ場所に着地するか，ということになります。



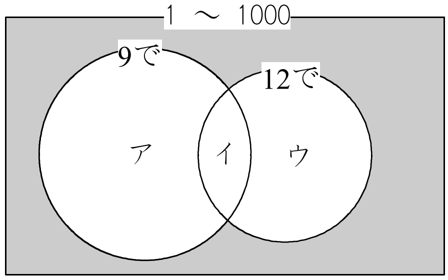
５と７の最小公倍数は 35 ですから，23 から 35 ピョンして，23＋35＝ 58 のところに着地，次は，58＋35＝ 93 のところに着地，ということをくり返します。



23，58，93，……　という，等差数列になります。
この等差数列の，５番目を求める問題です。
５番目までくらい，全部書いてもたいしたことはありませんが，公式で求めると，次のようになります。
５番目の数＝はじめ＋ふえる×（N－１）＝23＋35×（5－１）＝23＋35×4＝23＋140＝ 163。

反復練習 $\boxed{1}$ (1)

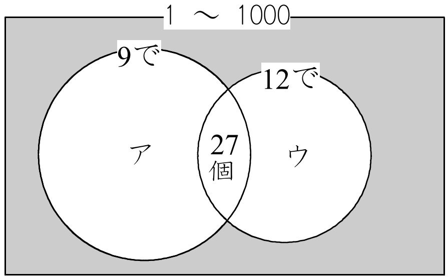
$\boxed{\text{ワンポイント}}$　ベン図を書きましょう。



9でも12でもわり切れない整数は，右のベン図の，かげをつけた部分です。

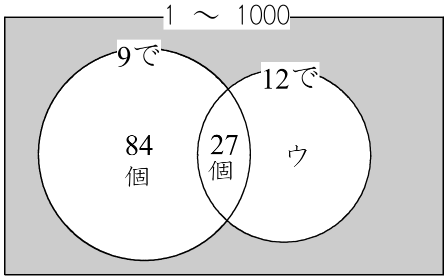
右の図のイは，9でも12でもわり切れる整数をあらわします。

9と12の最小公倍数は36ですから，イは36の倍数をあらわします。



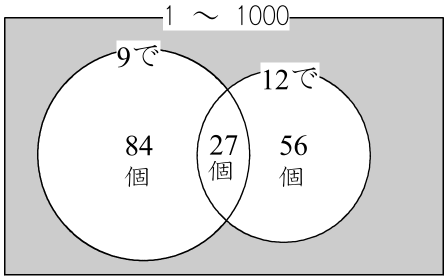
1000÷36＝ 27　あまり 28　ですから，イには27個の整数があてはまります。

1000÷9＝ 111　あまり 1　ですから，9の倍数は111個あります。

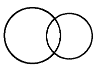


よってアは，111－27＝ 84(個)です。

1000÷12＝ 83　あまり 4　ですから，12の倍数は83個あります。



よってウは，83－27＝ 56(個)です。

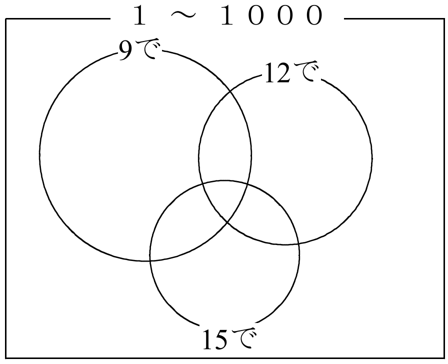
右のベン図で  の部分は，84＋27＋56＝ 167(個)です。

全体は，1から1000までの1000個ですから，かげをつけた部分の個数は，1000－167＝ 833(個)です。

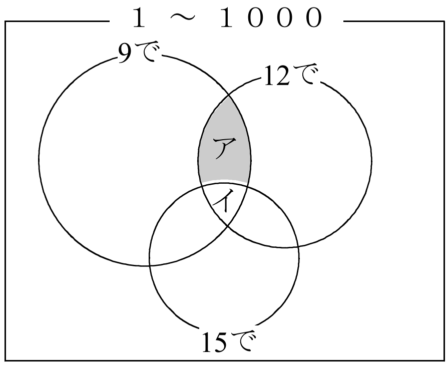
反復練習 1 (2)

ワンポイント　ベン図を書きましょう。

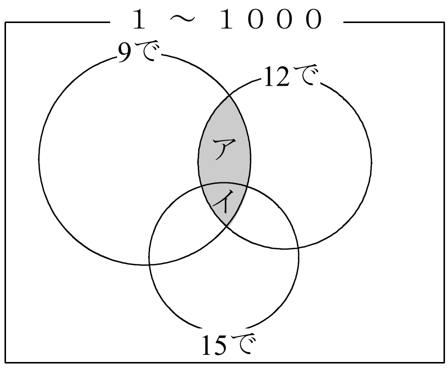
右のベン図のマルは，それぞれ 9･12･15 でわり切れる数を表しています。



「9 でも 12 でもわり切れて，15 ではわり切れない数」は，右図のかげをつけた部分（ア）になります。
（ア）は，9 でも 12 でもわり切れる数（ア＋イ）の個数から，9 でも 12 でも 15 でもわり切れる数（イ）の個数を引いた，残りの個数になります。

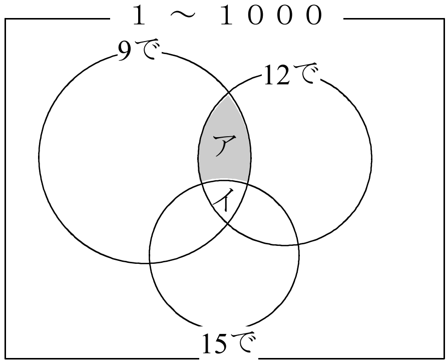


（ア＋イ）は，9 でも 12 でもわり切れる数でした。
9 と 12 の最小公倍数は 36 ですから，
1000÷36＝ 27　あまり　28
よって，（ア＋イ）の個数は，27 個です。



（イ）は，9 でも 12 でも 15 でもわり切れる数でした。
9 と 12 と 15 の最小公倍数は 180 ですから，
1000÷180＝ 5　あまり　100
よって，（イ）の個数は，5 個です。

以上のことから，（ア）の個数は，27－5＝ 22（個）になります。



反復練習 $\boxed{2}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　最も小さい数を求める，カンタンな方法はありません。「やるしかない」のです。

まず，最も小さい数を求めましょう。
「２をひくと７でわり切れる」数は，まず「２」です。２－２＝０になり，０は７でわり切れるからです。
あとは，「７でわり切れる」の「７」を，どんどんプラスすることで，どんどん書くことができます。

2，9，16，23，30，……
＋7　＋7　＋7　＋7

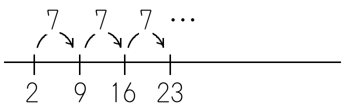
「２をたすと８でわり切れる」数は，まず「２をたすと８になる」数である，８－２＝６です。あとは，「８でわり切れる」の「８」を，どんどんプラスすることで，どんどん書くことができます。

6，14，22，30，……
＋8　＋8　＋8

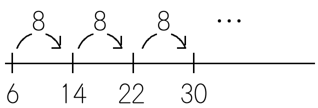
両方の数列をよく見ると，両方に「30」という数が入っていることがわかります。
よって，最も小さい数は 30 であることがわかりました。

最も小さい数は 30 であることがわかりましたが，さて次の数は何でしょうか。

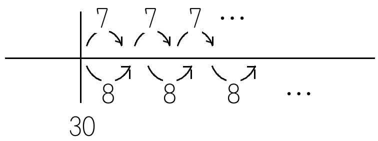
それは，図を書くことでわかってきます。
「２をひくと７でわり切れる」数は，右図のように２からスタートして，７ずつピョンピョン飛んでいくイメージです。



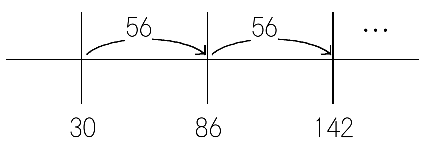
「２をたすと８でわり切れる」数は，右図のように６からスタートして，８ずつピョンピョン飛んでいくイメージです。



30 から，「７ピョン」と「８ピョン」，とはねていって，いつまた同じ場所に着地するか，ということになります。



７と８の最小公倍数は 56 ですから，30 から 56 ピョンして，30＋56＝ 86　のところに着地，次は，86＋56＝ 142　のところに着地，ということをくり返します。
30，86，142，……　という，等差数列になります。
この等差数列の，３番目を求める問題ですから，もう答えは出ていますね。３番目は 142 です。



反復練習 2 (2)

ワンポイント　等差数列のN番目の公式を使って求めましょう。

「２をひくと７でわり切れ，２をたすと８でわり切れる」数は，(1)により，次のような等差数列になることがわかりました。

30，86，142，…

この数列の中で，1000 に最も近い数を求めるのが，(2)の問題です。

等差数列の，N番目の公式を使って求めましょう。

N番目の数＝はじめ＋増える×（N－１）

数列　30，86，142，…　の，はじめの数は 30 で，増える数は 56 です。何番目に 1000 が登場するかを求めるのですから，

30＋56×（N－１）＝ 1000

あとは逆算をしていきます。
1000－30＝ 970
970÷56＝ 17.3…　四捨五入して，17
17＋1＝ 18

よって，18 番目の数が，1000 に最も近い数です。
もう一度公式にあてはめて，最も近い数を求めます。Nは 18 にします。
18 番目の数＝ 30＋56×（18－1）＝ 982

よって，1000 に最も近い数は，982 になります。

反復練習 $\boxed{3}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「あまる」という意味を，しっかり考えましょう。

えんぴつは54本ありました。
子どもたちに配ったところ，6本あまりました。
54本あって6本あまったのですから，配ったのは，54－6＝48(本)です。
子どもの人数は，48本をぴったり配ることができるような人数ですから，48の約数です。

ボールペンは80本ありました。
子どもたちに配ったところ，8本あまりました。
80本あって8本あまったのですから，配ったのは，80－8＝72(本)です。
子どもの人数は，72本をぴったり配ることができるような人数ですから，72の約数です。

以上のことから，子どもの人数は，48と72の公約数です。
最大公約数は24で，24の約数は1，2，3，4，6，8，12，24ですから，子どもの人数は1人か，2人か，3人か，4人か，6人か，8人か，12人か，24人です。

ところで「ボールペンが8本あまった」ということは，子どもの人数は8人より多くいたことになります。
なぜなら，もし子どもが8人だったとしたら，えんぴつが8本あまるのはおかしいのです。あまった8本を，8人に1本ずつ配ることができるので，えんぴつはあまらないからです。

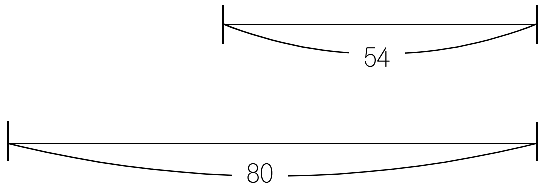
このようにして，子どもの人数が8人以下であることは，ありえないことがわかりました。
子どもの人数は，1人，2人，3人，4人，6人，8人，12人，24人のいずれかだったのですが，1人から8人まではありえないことになり，ありえるのは12人，24人のいずれかです。

問題には，最も少ない人数を答えることになっているので，答えは12人です。

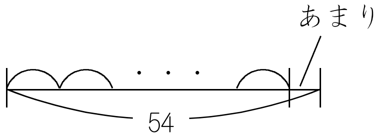
反復練習 $\boxed{3}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　よく出る問題ですが，解き方をよく忘れる問題でもあります。

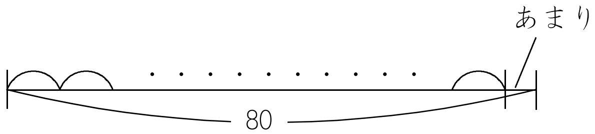
右図のように，54と80という数があって，



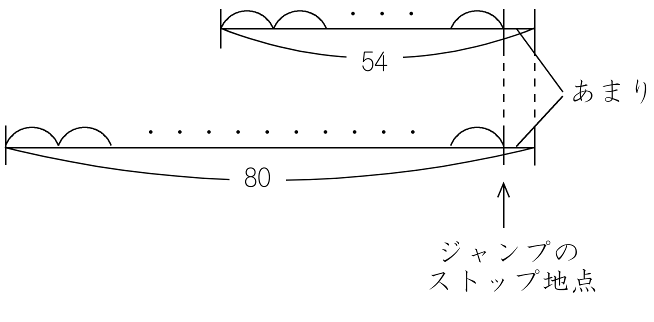
54の方を，ある整数でわっていくと，
いくらかのあまりが出たそうです。



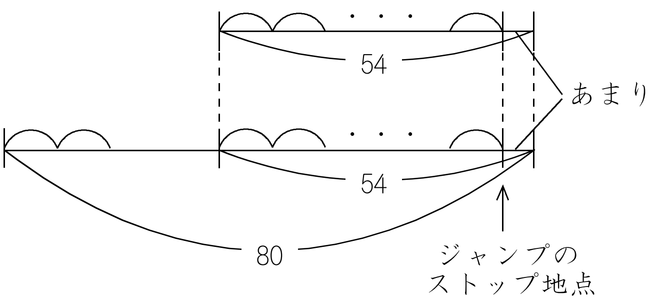
80の方も，同じ整数でわっていくと，
同じあまりが出たそうです。



同じあまりが出たのですから，
　というのを「ピョンとジャンプしているようす」だとすると，どちらも同じ地点で，ジャンプがストップしています。



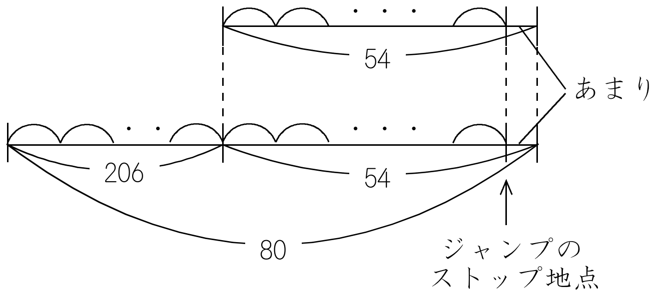
54の図を80の図の方にコピーすると，
右図のようになります。



（次のページへ）

すると，80－54＝26 の部分は，あまりなく
⌒ でぴったりわり切れることになります。

よって，⌒ は，26 の約数になります。



26 の約数は，1，2，13，26 です。
ところが，これらがすべて答えになるわけではありません。
問題文に「どちらも１本以上あまり」と書いてあったので，

54÷1＝54，80÷1＝80 → わり切れる
54÷2＝27，80÷2＝40 → わり切れる
54÷13＝4 あまり 2，80÷13＝6 あまり 2 → わり切れない
54÷26＝2 あまり 2，80÷26＝3 あまり 2 → わり切れない

となり，1 と 2 の場合は，わり切れてしまいます。

よってわり切れないのは，13，26 でわったときですが，最も少ない人数である 13 人を答えることになります。

※　解き方をかんたんにまとめると，次のようになります。

54 と 80 のどちらをわっても，同じあまりが出る整数の求め方
・80－54＝26
・26 の約数を求める
・約数のうち，54 や 80 をわり切るものはダメ

なお，次のような問題もよく出題されます。

517 と 613 と 877 のどれをわっても，同じあまりが出る整数の求め方
・ 613－517＝96，877－613＝264
・ 96 と 264 の公約数を求める
・ 公約数のうち，517 や 613 や 877 をわり切るものはダメ

反復練習 $\boxed{4}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　とにかくどんどん書いていくことが大切です。

３本ずつたばねると２本あまるということは，「３でわると２あまる」ことと同じです。

２，５，８，11，14，……
＋3　＋3　＋3　＋3

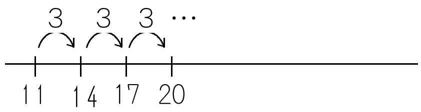
４本ずつたばねると３本あまるということは，「４でわると３あまる」ことと同じです。

３，７，11，……
＋４　＋４　＋４

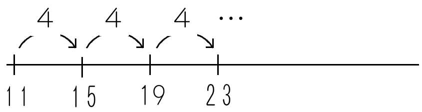
すると，両方の数列に，11 が共通して入っていることがわかります。
よって，「３でわると２あまり，４でわると３あまる，最も小さい数」は 11 であることがわかります。

最も小さい数は 11 であることがわかりましたが，さて次の数は何でしょうか。

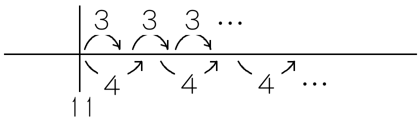
それは，図を書くことでわかってきます。
「３でわると２あまる」数は，右図のように 11 からスタートして，３ずつピョンピョン飛んでいくイメージです。



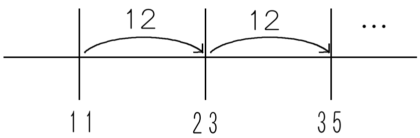
「４でわると３あまる」数は，右図のように 11 からスタートして，４ずつピョンピョン飛んでいくイメージです。



11 から，「３ピョン」と「４ピョン」，とはねていって，いつまた同じ場所に着地するか，ということになります。



３と４の最小公倍数は 12 ですから，11 から 12 ピョンして，11＋12＝ 23　のところに着地，次は，23＋12＝ 35　のところに着地，ということをくり返します。
（★） 11，23，35，……　という，等差数列になります。



ところで問題文には，「５本ずつたばねると 16 たばできて $\boxed{\text{エ}}$ 本あまる。」と書いてありました。
16 のたばができるということは，5×16＝ 80（本）はあり，17 のたばまではできないので，5×17＝ 85（本）はない，つまり，84 本まで，ということがわかります。
つまり，えんぴつの本数は，80 本以上 84 本以下，という範囲であることがわかります。
（★）の数列を書いていくと，11，23，35，47，59，71，83，95…となり，範囲に入っているのは 83 本だけです。よって，$\boxed{\text{ア}}$ の答えは 83 本であることがわかりました。

$\boxed{\text{イ}}$ は　83÷3＝27　あまり　2　ですから 27 で，$\boxed{\text{ウ}}$ は　83÷4＝20　あまり　3　ですから 20 です。
$\boxed{\text{エ}}$ は　83÷5＝16　あまり　3　ですから 3 です。

反復練習 $\boxed{4}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　反復問題(練習) $\boxed{4}$ (1)と同様に，ピョンピョン飛んでいきましょう。

５人ずつ分けていくと，４人あまるような数は，次のような数列になります。

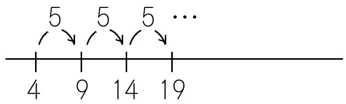
あまり
↓
4， 9， 14， ……
＋5 ＋5

６人ずつ分けていくと，４人あまるような数は，次のような数列になります。

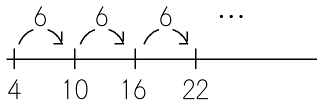
あまり
↓
4， 10， 16， ……
＋6 ＋6

両方の数列に共通する，最も小さい数は，4です。

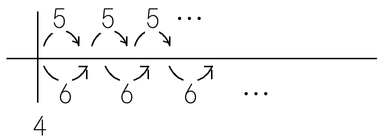
５人ずつ分けていくと，4人あまるような数は，4から５ずつピョンピョンしてできる数です。



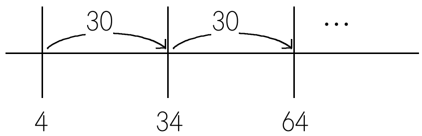
６人ずつ分けていくと，４人あまるような数は，4から６ずつピョンピョンしてできる数です。



よって，「５人ずつ分けると４人あまり，６人ずつ分けても４人あまる数」というのは，４から５ずつピョン，６ずつピョンして，同じ場所に着地するのはどこか，という問題と同じです。



５と６の最小公倍数は30なので，４から30ピョンして，4＋30＝34，さらに30ピョンして，34＋30＝64，ということをくり返します。



（次のページへ）

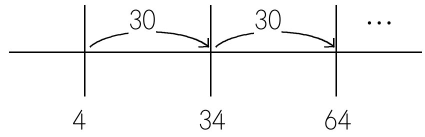
よって，「５人ずつ分けると４人あまり，６人ずつ分けても４人あまる数」というのは，４から始まって，30ずつ増える等差数列になります。

4，34，64，…

しかも，８人ずつ分けるとあまりなく分けられなければならないのですから，この数列を，８でわり切れる数が出てくるまで，どんどん書いていく必要があります。

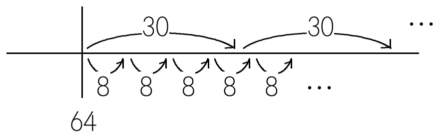
4，34，$\boxed{64}$，…

よって，「５人ずつ分けると４人あまり，６人ずつ分けても４人あまり，しかも，8人ずつ分けるとあまりなく分けられる」数の中で，最も小さい数は「64」であることがわかりました。



64からあとも，30ずつピョンピョンはくり返されます。

また，８でわり切れる数は８ずつピョンピョン飛んでいきます。



すると，30と８の最小公倍数は120ですから，120だけ飛ぶと，同じ場所で着地することになります。

その場所は，64＋120＝184 です。

次に着地するのは，184＋120＝304 です。

次は，304＋120＝424 です。

次は，424＋120＝544 です。

よって，400人以上500人以下であてはまるものは，424人であることがわかりました。

反復練習 $\boxed{5}$

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　最小公倍数が大切な役割を演じます。

(1)　1 分は 60 秒ですから，10 分は，60×10＝ 600（秒）です。

Aは 36 秒ごとに印刷するので，600÷36＝ 16　あまり　24　ですから，10 分で 16 枚を印刷します。

Bは　1 分 4 秒 ＝ 64 秒ごとに印刷するので，600÷64＝ 9　あまり　24　ですから，10 分で 9 枚を印刷します。

よってAとB合わせて，16＋9＝ 25（枚）を印刷することになります。

(2)　Aは 36 秒ごと，Bは 64 秒ごとに印刷します。

36 と 64 の最小公倍数は 576 ですから，576 秒を 1 セットにします。

1 セットあたり，Aは　576÷36＝ 16（枚），Bは　576÷64＝ 9（枚）を印刷します。

AとB合わせて，16＋9＝ 25（枚）を印刷します。

この問題は，130 枚を印刷し終える時間を求める問題です。

130÷25＝ 5　あまり　5　ですから，5 セットと，あと 5 枚あまっています。

1 セットは 576 秒ですから，5 セットは，576×5＝ 2880（秒）です。

つまり，2880 秒たったときに，あと 5 枚印刷すれば終了，という状態になっています。

Aは，36 秒，72 秒，108 秒，144 秒，……のときに印刷します。
Bは，64 秒，128 秒，192 秒，256 秒，……のときに印刷します。

よって，あと 5 枚の印刷は，1 枚目は 36 秒後（A），2 枚目は 64 秒後（B），3 枚目は 72 秒（A），4 枚目は 108 秒（A），5 枚目は 128 秒（B）となりますから，5 枚目を印刷したのは，128 秒後のBです。

かかった時間は，2880＋128＝ 3008（秒）です。
3008÷60＝ 50　あまり　8　ですから，130 枚目を印刷したのは，50 分 8 秒後になります。

また，3008 秒のあいだにAは 36 秒ごとに印刷するのですから，Aが印刷したのは，
3008÷36＝ 83　あまり　20　により，83 枚です。

反復練習 6

ワンポイント　１回目にベルが同時になるのは，午前 10 時 30 分であることに注意しましょう。

(1)　Aは 8 分ごと，Bは 12 分ごと，Cは 18 分ごとに鳴るのですから，A，B，Cが同時に鳴るのは，8 と 12 と 18 の最小公倍数である，72 分ごとです。

1 回目にベルが同時に鳴るのは，午前 10 時 30 分であることに注意しましょう。
2 回目にベルが同時に鳴るのは，午前 10 時 30 分の 72 分後です。
3 回目にベルが同時に鳴るのは，午前 10 時 30 分の，72×2（分後）です。

このように考えると，6 回目に同時に鳴るのは，午前 10 時 30 分の，72×5（分後）です。

注意　植木算ということですね。

72×5＝ 360（分）で，360÷60＝ 6　ですから，360 分後 ＝ 6 時間後です。

午前 10 時 30 分 ＋ 6 時間 ＝ 午前 16 時 30 分 ＝ 午後 4 時 30 分に，6 回目に同時に鳴ることがわかりました。

(2)　午前 10 時 30 分の次にAとBとCが同時に鳴るのは，午前 10 時 30 分の 72 分後であることが，(1)でわかりました。

72 分のあいだに，Aは 8，16，24，32，40，48，56，64，72 分のときに鳴ります。
Bは，12，24，36，48，60，72 分のときに鳴ります。
Cは，18，36，54，72 分のときに鳴ります。

Bのベルだけが鳴るのは，72 分の間では，12 分後と 60 分後の 2 回です。

(2)の問題は，Bのベルだけが 15 回目に鳴る時刻を求める問題です。

1 セット 72 分の間に 2 回ずつあるので，15÷2＝ 7　あまり　1　ですから，7 セットと，あと 1 回です。
7 セットは，72×7＝ 504（分）で，あと 1 回は，さらにその 12 分後です。

よって，午前 10 時 30 分の，504＋12＝ 516(分後)です。

516÷60＝ 8　あまり　36　ですから，516 分後 ＝ 8 時間 36 分後です。

よって答えは，午前 10 時 30 分 ＋ 8 時間 36 分 ＝ 午前 19 時 6 分 ＝ 午後 7 時 6 分です。

トレーニング $\boxed{1}$

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　最大公約数，最小公倍数の求め方をしっかりマスターしましょう。

(1)　最大公約数は 2×2＝ 4 です。
最小公倍数は 2×2×2×3＝ 24 です。

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 8 & 12 \\ \hline 2 & 4 & 6 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

(2)　最大公約数は 2×2×5＝ 20 です。
最小公倍数は 2×2×5×3×4＝ 240 です。

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 60 & 80 \\ \hline 2 & 30 & 40 \\ \hline 5 & 15 & 20 \\ \hline & 3 & 4 \end{array}$$

(3)　最大公約数は 3×5＝ 15 です。
最小公倍数は 3×5×5×8＝ 600 です。

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 75 & 120 \\ \hline 5 & 25 & 40 \\ \hline & 5 & 8 \end{array}$$

(4)　最大公約数は 2×3＝ 6 です。

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 12 & 18 & 24 \\ \hline 3 & 6 & 9 & 12 \\ \hline & 2 & 3 & 4 \end{array}$$

最小公倍数を求める場合は，2 つでもわれる数があったらわらなければならないことと，そのとき，わり切れない数は，そのまま下におろすことを忘れないようにしましょう。

最小公倍数は 2×3×2×1×3×2＝ 72 です。

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 12 & 18 & 24 \\ \hline 3 & 6 & 9 & 12 \\ \hline 2 & 2 & 3 & 4 \\ \hline & 1 & 3 & 2 \end{array}$$

（次のページへ）

(5)　最大公約数は 2×2×3＝ 12 です。

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 36 & 60 & 72 \\ \hline 2 & 18 & 30 & 36 \\ \hline 3 & 9 & 15 & 18 \\ \hline & 3 & 5 & 6 \end{array}$$

最小公倍数を求める場合は，2 つでもわれる数があったらわらなければならないことと，そのとき，わり切れない数は，そのまま下におろすことを忘れないようにしましょう。

最小公倍数は 2×2×3×3×1×5×2＝ 360 です。

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 36 & 60 & 72 \\ \hline 2 & 18 & 30 & 36 \\ \hline 3 & 9 & 15 & 18 \\ \hline 3 & 3 & 5 & 6 \\ \hline & 1 & 5 & 2 \end{array}$$

(6)　最大公約数は 2×7＝ 14 です。

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 28 & 42 & 84 \\ \hline 7 & 14 & 21 & 42 \\ \hline & 2 & 3 & 6 \end{array}$$

最小公倍数を求める場合は，2 つでもわれる数があったらわらなければならないことと，そのとき，わり切れない数は，そのまま下におろすことを忘れないようにしましょう。

最小公倍数は 2×7×2×3×1×1×1＝ 84 です。

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 28 & 42 & 84 \\ \hline 7 & 14 & 21 & 42 \\ \hline 2 & 2 & 3 & 6 \\ \hline 3 & 1 & 3 & 3 \\ \hline & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

トレーニング 2

ワンポイント　同じような問題を何度も解くことでマスターしましょう。

(1)　「えんぴつが 15 本あって，生徒に何本かずつくばったところ 3 本あまった。生徒は何人いますか」という問題と同じです。

はじめに 15 本あって，くばったあとは 3 本になったのですから，15－3＝ 12 (本)くばりました。
生徒の人数は，12 の約数になりますから，1，2，3，4，6，12 人があてはまります。

くばったあとに 3 本あまったのですから，生徒の人数は 3 人以下ではありません。

よって，4，6，12 のみが正解です。

(2)　「えんぴつが 28 本あって，生徒に何本かずつくばったところ 4 本あまった。生徒は何人いますか」という問題と同じです。

はじめに 28 本あって，くばったあとは 4 本になったのですから，28－4＝ 24 (本)くばりました。
生徒の人数は，24 の約数になりますから，1，2，3，4，6，8，12，24 人があてはまります。

くばったあとに 4 本あまったのですから，生徒の人数は 4 人以下ではありません。

よって，6，8，12，24 のみが正解です。

(3)　「えんぴつが 50 本あって，生徒に何本かずつくばったところ 2 本あまった。36本のえんぴつならば，ぴったりくばることができた。生徒は何人いますか」という問題と同じです。

はじめに 50 本あって，くばったあとは 2 本になったのですから，50－2＝ 48 (本)くばりました。
生徒の人数は，48 の約数になります。

また，36 本のえんぴつならばぴったりくばることができたのですから，生徒の人数は，36 の約数になります。

よって生徒の人数は，48 と 36 の公約数になります。

48 と 36 の最大公約数は 12 ですから，生徒の人数は 12 の約数である，1，2，3，4，6，12 人があてはまります。

50本のえんぴつをくばったときに 2 本あまったのですから，生徒の人数は 2 人以下ではありません。

よって，3，4，6，12 のみが正解です。

（次のページへ）

(4)　「えんぴつが 38 本あって，生徒に何本かずつくばったところ 2 本あまった。55本のえんぴつならば，1 本あまった。生徒は何人いますか」という問題と同じです。

はじめに 38 本あって，くばったあとは 2 本になったのですから，38－2＝ 36 (本)くばりました。
生徒の人数は，36 の約数になります。

また，55 本あってときは，くばったあとは 1 本になったのですから，55－1＝ 54 (本)くばりました。
生徒の人数は，54 の約数になります。

よって生徒の人数は，36 と 54 の公約数になります。

36 と 54 の最大公約数は 18 ですから，生徒の人数は 18 の約数である，1，2，3，6，9，18 人があてはまります。

38本のえんぴつをくばったときに 2 本あまったのですから，生徒の人数は 2 人以下ではありません。

よって，3，6，9，18 のみが正解です。

(5)　「えんぴつが 89 本あって，生徒に何本かずつくばったところ 5 本あまった。130本のえんぴつならば，4 本あまった。生徒は何人いますか」という問題と同じです。

はじめに 89 本あって，くばったあとは 5 本になったのですから，89－5＝ 84 (本)くばりました。
生徒の人数は，84 の約数になります。

また，130 本あってときは，くばったあとは 4 本になったのですから，130－4＝ 126 (本)くばりました。
生徒の人数は，126 の約数になります。

よって生徒の人数は，84 と 126 の公約数になります。

84 と 126 の最大公約数は42ですから，生徒の人数は 42 の約数である，1，2，3，6，7，14，21，42 人があてはまります。

89本のえんぴつをくばったときに 5 本あまったのですから，生徒の人数は 5 人以下ではありません。

よって，6，7，14，21，42 のみが正解です。

トレーニング $\boxed{3}$

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　同じような問題を何度も解くことでマスターしましょう。

(1)①　９でわるとわり切れる数は，９の倍数です。
12でわるとわり切れる数は，12の倍数です。
よって，９でわっても 12 でわってもわり切れる数は，９と 12 の公倍数です。
９と 12 の最小公倍数は 36 ですから，答えは 36 です。

②　①で，９でわっても 12 でわってもわり切れる数は，36 の倍数であることがわかりました。
小さい方から５番目ですから，36×５＝ 180 です。

(2)①　もし，1 あまっていなければ，６でわっても８でわってもわり切れます。
よって，６と８の公倍数です。
６と８の最小公倍数は 24 ですから，もし 1 あまっていなければ，最も小さい数は 24 です。
実際は 1 あまっているので，24＋1＝ 25 です。

②　①で，もし，1 あまっていなければ，24 の倍数であることがわかりました。
24 を何倍かしていくと，2 けたで最も大きい数は，24×4＝ 96 です。
実際は 1 あまっているので，96＋1＝ 97 です。

(3)①　もし，5 あまっていなければ，9 でも 21 でもわり切れます。
よって，9 と 21 の公倍数です。
９と 21 の最小公倍数は 63 ですから，もし 5 あまっていなければ，63 の倍数です。
実際は 5 あまっているので，63＋5＝ 68 です。

②　①で，もし 5 あまっていなければ，63 の倍数であることがわかりました。
63 を何倍かしていくと，500 以下の最も大きい数は，63×7＝ 441 です。
(63×8＝ 504だと，500 をオーバーしてしまいます。)
実際は 5 あまっているので，441 ＋5＝ 446 です。

トレーニング 4

ワンポイント　「書いていく」しか解き方がないパターンの問題です。

(1)①　6 でわるとわり切れる数は，6 の倍数ですから，6，12，18，… です。→ア

9 でわると 3 あまる数は，あまりの数である 3 から始まって，9 ずつプラスしていけばよいのですから，3，12，21，… です。→イ

アとイの両方に入っている最も小さい数は，12 です。

②　①で，6 でわるとわり切れて，9 でわると 3 あまる最も小さい数は，12 であることがわかりました。

12 の次の数は，6 と 9 の最小公倍数である 18 をプラスすることによって求めることができます。

12，30，48，66，84，…… となりますから，小さい方から 5 番目の数は 84 です。

注意　等差数列の N 番目を求める公式を利用しても，求めることができます。
等差数列の N 番目＝はじめ＋ふえる数×(N－1)＝ 12＋18×(5－1)＝ 84

(2)　7 でわると 2 あまる数は，あまりの数である 2 から始まって，7 ずつプラスしていけばよいのですから，2，9，16，23，… です。→ア

4 でわると 3 あまる数は，あまりの数である 3 から始まって，4 ずつプラスしていけばよいのですから，3，7，11，15，19，23，… です。→イ

アとイの両方に入っている最も小さい数は，23 です。

②　①で，7 でわると 2 あまり，4 でわると 3 あまる最も小さい数は，23 であることがわかりました。

23 の次の数は，7 と 4 の最小公倍数である 28 をプラスすることによって求めることができます。

23，51，79，107，……となりますから，100 に最も近い数は 107 です。

注意　この問題のように，100 をオーバーした方が 100 に近いこともあります。注意しましょう。

（次のページへ）

(3)　4 でわると 1 あまる数は，あまりの数である 1 から始まって，4 ずつプラスしていけばよいのですから，1，5，9，13，17，… です。→ア

5 でわると 2 あまる数は，あまりの数である 2 から始まって，5 ずつプラスしていけばよいのですから，2，7，12，17，22，… です。→イ

アとイの両方に入っている最も小さい数は，17 です。

②　①で，4 でわると 1 あまり，5 でわると 2 あまる最も小さい数は，17 であることがわかりました。

17 の次の数は，4 と 5 の最小公倍数である 20 をプラスすることによって求めることができます。

17，37，57，77，97，117，137，157，……となりますから，150 に最も近い数は 157 です。

$\boxed{\text{注意}}$　この問題のように，150 をオーバーした方が 150 に近いこともあります。注意しましょう。

実戦演習 1

ワンポイント　(1)～(3)のどれも大切な問題です。しっかりマスターしましょう。

(1)　110 枚も，150 枚も，210 枚もあまらずに配れたのですから，子どもの人数は，110 と 150 と 210 の公約数です。

110 と 150 と 210 の最大公約数は 10 ですから，子どもの人数は 10 の約数です。

子どもが多ければ多いほど，1 人にくばる折り紙の枚数が少なくなるので，子どもの人数を，最大公約数である 10 人にします。

1 人あたり，赤い折り紙は 110÷10＝11(枚)ずつ，青い折り紙は 150÷10＝15(枚)ずつ，白い折り紙は 210÷10＝21(枚)ずつくばることになりますから，1 人がもらった折り紙の枚数は，11＋15＋21＝47(枚)になります。

(2)　赤い折り紙が 14 枚あまったのですから，110－14＝96(枚)をくばりました。
よって子どもの人数は，96 の約数です。

青い折り紙は 6 枚あまったのですから，150－6＝144(枚)をくばりました。
よって子どもの人数は，144 の約数です。

白い折り紙は 18 枚あまったのですから，210－18＝192(枚)をくばりました。
よって子どもの人数は，192 の約数です。

子どもの人数は，96 と 144 と 192 の公約数になります。

96 と 144 と 192 の最大公約数は 48 ですから，子どもの人数は 48 の約数です。

48 の約数は，1，2，3，4，6，8，12，16，24，48 です。

白い折り紙は 18 枚あまったのですから，子どもの人数は 18 人以下であることはありません。

よって，子どもの人数として考えられるのは，24 人，48 人のみです。

(次のページへ)

(3)　反復練習 $\boxed{3}$ (2)でも類題を学習しました。よく復習しておきましょう。

次のような解き方をします。

517と613と877のどれをわっても，同じあまりが出る整数の求め方 ・ 613－517＝96，877－613＝264 ・ 96と264の公約数を求める ・ 公約数のうち，517や613や877をわり切るものはダメ

この問題では，まず 150－110＝40，210－150＝60 となり，40と60の公約数を求めます。

40と60の最大公約数は20ですから，20の約数を求めることになります。

20の約数は，1，2，4，5，10，20です。

110，150，210のどれでもかまいませんが，わってみて，あまりが出るかどうかを確かめます。
たとえば110をわってみると，

110÷1＝110　→　わり切れる
110÷2＝55　→　わり切れる
110÷4＝27 あまり 2　→　あまりが出る
110÷5＝22　→　わり切れる
110÷10＝11　→　わり切れる
110÷20＝5 あまり 10　→　あまりが出る

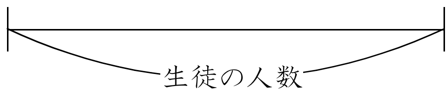
よって，ちゃんとあまりが出るのは，4と20です。

子どもの人数は，4人，20人であることがわかりました。

実戦演習 2

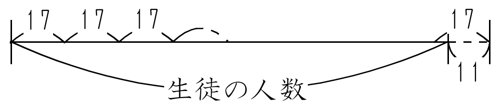
ワンポイント　「もう１回ジャンプ」の解き方をマスターしましょう。

(1)　生徒の人数に，

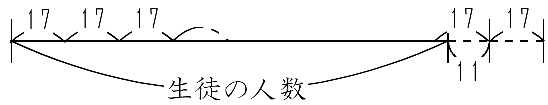


11 をたすと，

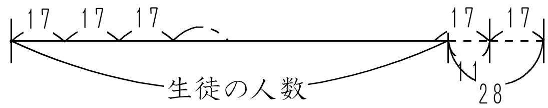
17 でわり切れます。
17 ずつジャンプしていって，右はしであまりなくジャンプし終わるイメージです。



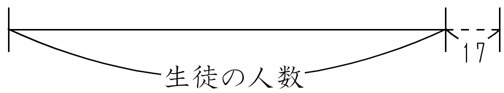
もし，もう１回ジャンプすると，右の図のようになります。



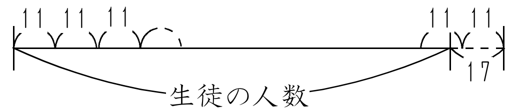
生徒の人数は，11＋17＝ 28 をたすと，17 でわり切れるような人数です。…(ア)



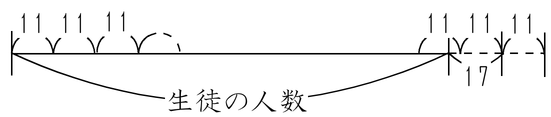
また，生徒の人数に，17 をたすと，



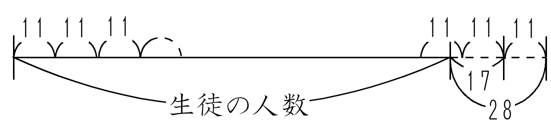
11 でわり切れます。
11 ずつジャンプしていって，右はしであまりなくジャンプし終わるイメージです。



もし，もう１回ジャンプすると，右の図のようになります。



生徒の人数は，17＋11＝ 28 をたすと，11 でわり切れるような人数です。…(イ)



（次のページへ）

前ページの(ア)で,「生徒の人数に 28 をたすと, 17 でわり切れる。」ということがわかりました。

(イ)で,「生徒の人数に 28 をたすと, 11 でわり切れる。」ということがわかりました。

つまり, 生徒の人数は,「 28 をたすと, 17 でも 11 でもわり切れる」ような人数であることがわかりました。

17 でも 11 でもわり切れる数は, 17 と 11 の最小公倍数である, 187 の倍数です。

よって生徒の人数は,「 28 をたすと, 187 でわり切れる 」ような人数です。

(1)では, そのような人数のうち, 最も少ない人数を求める問題です。

よって,「 28 をたすと, 187 になる 」ような人数のことですから, 答えは 187 − 28 = 159 です。

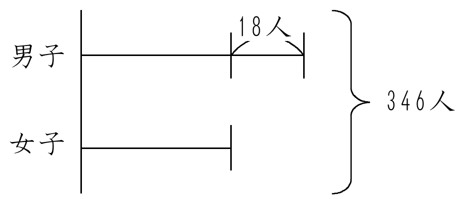
(2) (1)で, 生徒の人数は「 28 をたすと, 187 でわり切れる 」ような人数であることがわかりました。

しかも生徒の人数は 300 人以上 400 人以下ですから, 187 を何倍かして, 300 以上 400 以下になるようにします。

187 × 2 = 374, 187 × 3 = 561 ですから, 300 以上 400 以下の 187 の倍数は, 374 のみです。

よって,「 28 をたすと, 374 になる 」ので, 生徒の人数は, 374 − 28 = 346 (人)です。

男子は女子より 18 人多いのですから, 右のような線分図になります。



女子の人数は, (346 − 18) ÷ 2 = 164 (人)です。

実戦演習 3

ワンポイント　(2)をしっかり考えましょう。

(1)　１分は 60 秒ですから，4 分 30 秒＝(60×4＋30)秒 ＝ 270 秒です。

Aさんは 20 秒で 1 枚ずつ洗いますから，270÷20＝ 13　あまり　10　により，13 枚洗います。

Bさんは 25 秒で 1 枚ずつ洗いますから，270÷25＝ 10　あまり　20　により，10 枚洗います。

よって 2 人合わせて，13＋10＝ 23(枚)を洗います。

(2)　Aさんは 20 の倍数秒ごとに洗います。
Bさんは 25 の倍数秒ごとに洗います。

20 と 25 の最小公倍数は 100 ですから，100 秒 1 セットにして考えていきます。

100 秒間に，Aは 100÷20＝ 5(枚)洗い，Bは 100÷25＝ 4(枚)洗います。
AとB合わせて，5＋4＝ 9(枚)洗います。

つまり，100 秒を 1 セットとすると，1 セットの間にAとB合わせて 9 枚洗うことになります。

(2)は，100 枚を洗い終える時間を求める問題です。

100÷9＝ 11　あまり　1　ですから，11 セットの他に，あと 1 枚洗わなければなりません。

1 セットは 100 秒ですから，11 セットで，100×11＝ 1100(秒)です。

あと 20 秒たったときに，Aは 1 枚を洗いますから，全部で，1100＋20＝ 1120(秒)で，100 枚の皿を洗い終えます。

1120÷60＝ 18　あまり　40　ですから，答えは 18 分 40 秒です。

(3)　2 人合わせて 100 枚の皿を洗い終えるのに 1120 秒かかることが，(2)でわかりました。

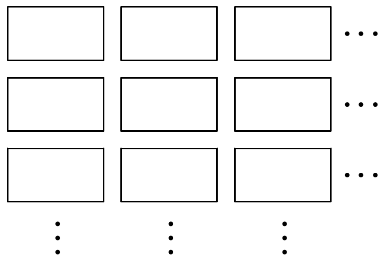
Aは 20 秒ごとに洗うので，1120÷20＝ 56　により，56 枚を洗います。
Bは 25 秒ごとに洗うので，1120÷25＝ 44　あまり　20　により，44 枚を洗います。
※　全部で 100 枚ですから，100－56＝ 44(枚)と求めてもOKです。

よって，AはBよりも，56－44＝ 12(枚)多く洗ったことになります。

実戦演習 $\boxed{4}$ (1)

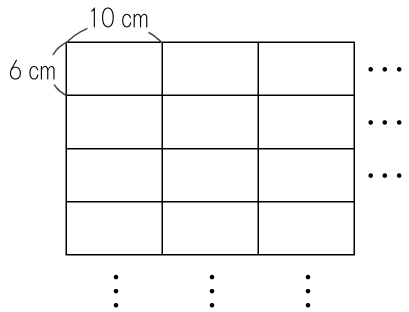
$\boxed{\text{ワンポイント}}$　タイルを，すき間をふくめた「ビッグタイル」にします。

この問題がむずかしい理由は，「すき間」があるからです。



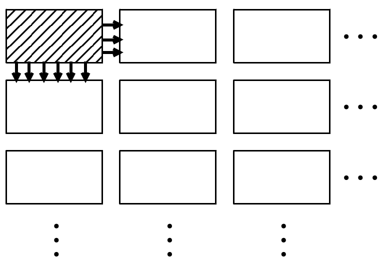
右の図のような，すき間がなくてぴったりくっつくていくような問題の場合は，でき上がった正方形の１辺は，たての長さと横の長さの最小公倍数を求めればOKなので簡単です。

右の図の場合は，正方形の１辺は，10と６の最小公倍数である 30(cm)になり，たては 30÷６＝５(枚)，横は 30÷10＝３(枚)なので，全部で ５×３＝ 15(枚)になります。

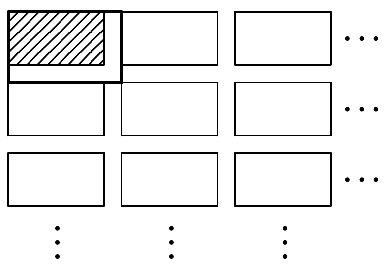


この問題のような，すき間のある問題の場合も，すき間をなくせば，普通の簡単な問題になります。

右の図のように，タイルをたても横も，すき間のぶんだけ大きくして，

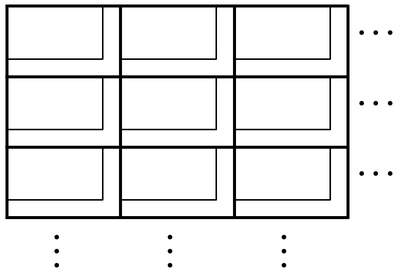


右の図のような「ビッグタイル」にします。

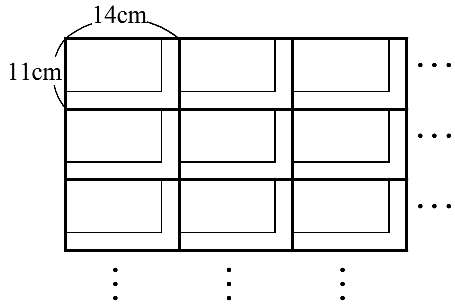


（次のページへ）

　他のタイルも，同じように「ビッグタイル」にすると，右の図のようになります。



　ビッグタイルのたては　10＋1＝11(cm)で，
横は　13＋1＝14(cm)です。
　正方形になったときの１辺は，11と14の最小公倍数なので　154(cm)です。



　しかし答えは154 cmではありません。なぜなら，154 cmには，最も下の部分のすきまの１cm，最も右はしの部分のすきまの１cmをふくんでいるからです。

　よって，最も小さい正方形の１辺は，154－1＝153(cm)です。

実戦演習 4 (2)

ワンポイント　(1)の解き方で解くことはできません。

まず，たての長さを考えてみます。

1 枚なら，たての長さは 10 cmです。

2 枚なら，たての長さは 1＋10＝ 11 (cm)長くなって，10＋11＝ 21 (cm)です。

3 枚なら，たての長さはまた 11 cm長くなって，21＋11＝ 32 (cm)です。

4 枚なら，たての長さはまた 11 cm長くなって，32＋11＝ 43 (cm)です。

このようにして，たての長さは 10，21，32，43，……のような，等差数列になります。　→(ア)

次に，横の長さを考えます。

1 枚なら，横の長さは 13 cmです。

2 枚なら，横の長さは 2＋13＝ 15(cm)長くなって，13＋15＝ 28 (cm)です。

3 枚なら，横の長さはまた 15 cm長くなって，28＋15＝ 43 (cm)です。

4 枚なら，横の長さはまた 15 cm長くなって，43＋15＝ 58 (cm)です。

このようにして，横の長さは 13，28，43，58，……のような，等差数列になります。　→(イ)

(ア)と(イ)を見ると，両方の等差数列に 43 がありますから，最も小さい正方形の 1 辺の長さは 43 cmです。

では，小さい方から 2 番目の正方形の 1 辺の長さは何cmでしょう。

(ア)の等差数列は 11 cmずつ，(イ)の等差数列は 15 cmずつ長くなっています。

11 と 15 の最小公倍数は 165 ですから，43 cmの次に小さい正方形の 1 辺の長さは，43 cmに 165 cmを加えた，43＋165＝ 208 (cm)になります。

小さい方から 3 番目の正方形の 1 辺の長さは，208 cmにまた 165 cmを加えて，208＋165＝ 373 (cm)です。