最難関問題集5年上第1回・くわしい解説

目　次

すぐる学習会
https://www.suguru.jp

応用問題A $\boxed{1}$

（方法①）では，24 人の班が $\boxed{\text{ア}}$ 班と 21 人の班が 1 班できています。

21 人の班をこわしてしまうと，「24 人ずつの班をつくると，21 人があまっている」ということになります。

（方法②）では，30 人の班が $\boxed{\text{イ}}$ 班と 27 人の班が 3 班できています。

27 人の班の 3 班をこわしてしまうと，27×3＝ 81（人）があまっている状態になります。
これは，「30 人ずつの班をつくると，81 人があまる。」ということです。
あまっている 81 人を，あらためて 30 人ずつの班にすると，81÷30＝ 2 あまり 21 ですから，「30 人ずつの班をつくると，21 人があまる。」ということになります。

整理すると，
（方法①）から，「24 人ずつの班をつくると，21 人があまる。」ことになり，
（方法②）から，「30 人ずつの班をつくると，21 人があまる。」ことになります。

（方法①）も（方法②）も，21 人があまっています。
この 21 人がいなかったら，24 人ずつでも，30 人ずつでも，ぴったりの班づくりができることになります。
24 と 30 の最小公倍数は 120 ですから，5 年生の人数は，「21 人がいなかったら，120 でわり切れる」ような人数であることがわかりました。

ところで，5 年生の人数は，200 人以上 300 人以下です。
そこで，120 を何倍かして，200 人以上 300 人以下なるようにします。
120×2＝ 240（人）が，200 人以上 300 人以下になっています。

よって 5 年生の人数は，「21 人がいなかったら，240 人になる」ということがわかりました。

実際には 21 人はいないのではなくいるので，5 年生の人数は 240＋21＝ 261（人）です。

また，（方法①）では，24× $\boxed{\text{ア}}$ ＋21＝ 261 ですから， $\boxed{\text{ア}}$ ＝(261－21)÷24＝ 10 です。

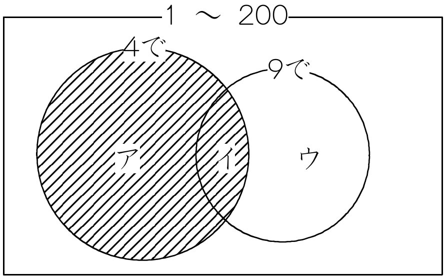
（方法②）では，30× $\boxed{\text{イ}}$ ＋27×3＝ 261 ですから， $\boxed{\text{イ}}$ ＝(261－27×3)÷30＝ 6 です。

応用問題A $\boxed{2}$

(1)　この問題では，4の倍数と9の倍数が登場しています。

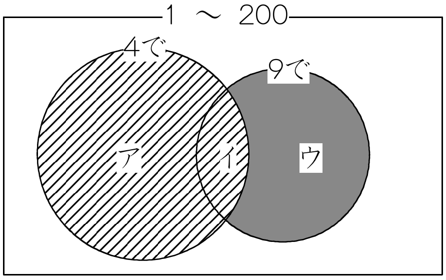
まず，4の倍数にすべて○をつけました。

○をつけたのは，右のベン図のしゃ線をつけた部分です。



次に，○がついていない整数のうち，9の倍数に×をつけました。

×をつけたのは，右のベン図のかげをつけた部分です。



（イ＋ウ）の部分は，9の倍数をあらわします。
200÷9＝22 あまり 2 ですから，（イ＋ウ）の部分は22個あります。

イの部分は，4と9の公倍数ですから，最小公倍数である36の倍数です。

200÷36＝5 あまり 20 ですから，イの部分は5個あります。

よって，ウの部分である「×数」は，22－5＝17（個）あります。

(2)　4と9の最小公倍数は36なので，36までの「○数」,「×数」をすべて書いてみます。

「○数」は4の倍数すべてですから，4，8，12，16，20，24，28，32，36 です。

「×数」は9の倍数のうち，「○数」ではないものですから，9，18，27 です。

よって「○数」の右どなりが「×数」になっているのは，「○数」が8で，「×数」が9の場合です。

次に「○数」の右どなりが「×数」になっているのは，36をプラスした数ですから，「○数」が 8＋36＝44，「×数」が 9＋36＝45 です。

（次のページへ）

(3)　(2)で，36までの数のうち，「○数」は 4，8，12，16，20，24，28，32，36 で，「×数」は 9，18，27 であることがわかりました。

このうち，「×数」の右どなりが「○数」になっているのは，「×数」が27で，「○数」が28の場合です。

次に「×数」の右どなりが「○数」になっているのは，36をプラスした数ですから，「×数」が 27＋36＝63で，「○数」が 28＋36＝64 です。

次に「×数」の右どなりが「○数」になっているのは，また36をプラスした数ですから，「×数」が 63＋36＝99で，「○数」が 64＋36＝100 です。

次に「×数」の右どなりが「○数」になっているのは，また36をプラスした数ですから，「×数」が 99＋36＝135で，「○数」が 100＋36＝136 です。

次に「×数」の右どなりが「○数」になっているのは，また36をプラスした数ですから，「×数」が 135＋36＝171で，「○数」が 136＋36＝172 です。

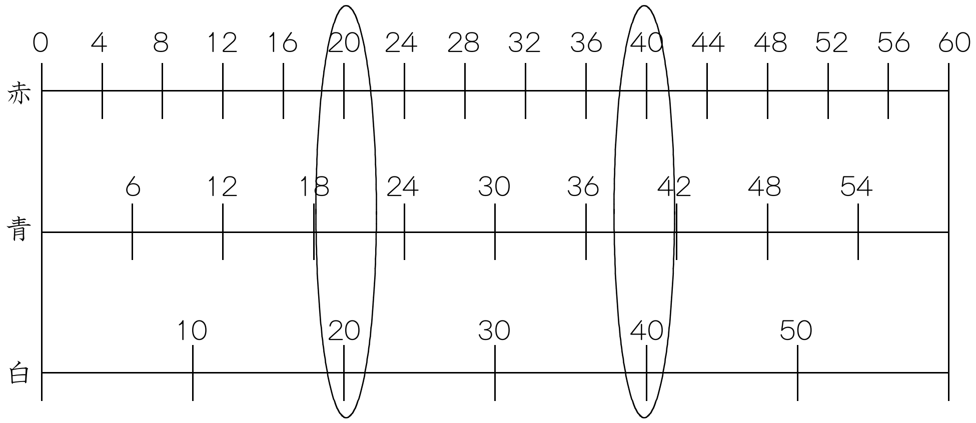
さらに36をプラスすると，200をオーバーしてしまいますから，これでおしまいです。

「×数」の和を求める問題ですから，
27＋63＋99＋135＋171＝(はじめ＋おわり)×個数÷2＝(27＋171)×5÷2＝495 になります。

応用問題A 3

(1)　赤は4m間かく，青は6m間かく，白は10m間かくですから，4と6と10の最小公倍数である60mを1セットとします。

1セットの中の，赤，青，白の旗が立てられているところをすべて書くと，



となり，上の図のマルをつけたものが，赤と白の2本の旗だけが立っている地点で，2か所あります。

赤と白の2本の旗だけが立っているのは，全部で17か所あるのですから，
17÷2＝8 あまり 1 により，8セットと，あと1か所あります。

あと1か所というのは，上の図を見るとわかる通り，20mのところです。

よって，8セットとあと20mなので，B地点は 60×8＋20＝500（m）のところにあります。

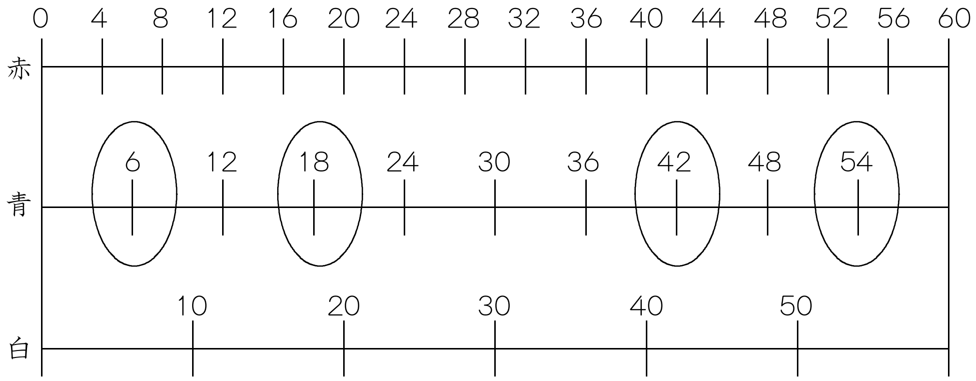
(2)　(1)で，A地点とB地点は500mはなれていることがわかりました。

赤，青，白の3本の旗が立っているのは60mごとですから，500÷60＝8 あまり 20 により，8本あります。しかし答えは8本ではありません。

A地点にも赤，青，白の3本の旗が立っているのですから，全部で，8＋1＝9（本）になります。

（次のページへ）

(3)　1 セット 60 m の中に，青の旗だけが立っているのは，下の図の通り 4 か所あります。



A 地点から B 地点までは，8 セットと，あと 20 m ありました。

1 セットの中に 4 か所ありますから，8 セットの中には，4×8＝ 32（か所）あります。

あまりの 20 m の中には，上の図の 6 m と 18 m の 2 か所ありますから，
全部で，32＋2＝ 34（か所）あります。

応用問題A $\boxed{4}$

(1)　AがP地点を通過するのは，6，12，18，24，30，36，……のように，6の倍数分ごとの等差数列になります。

BがP地点を通過するのは，1，8，15，22，29，36，……のように，はじめは1分後で，そのあとは7分を加えていってできる等差数列になります。

AとBの等差数列を見ると，両方にはじめてでてくる数は36です。

よって36分後に，AとBがはじめて同時にP地点を通過することになります。

(2)　(1)で，AとBがはじめて同時にP地点を通過するのは，36分後であることがわかりました。

Aは6分ごと，Bは7分ごとにP地点にもどってきます。
よってAとBが同時にP地点を通過するのは，(1)の答えである36分に，6と7の最小公倍数である42分を加えていくと求めることができます。

36，78，120，162，204，246，288，……のようになります。→（ア）

ところでCが出発するのは，Aが出発してから 1＋5＝6（分後）です。
$\boxed{\text{注意}}$　6分後ではなく5分後，とのミスをしやすいです。
「さらにその5分後」の「その」というのは，「Bが出発してから」という意味であることを，しっかり読み取りましょう。

そのあとは，Cは11分ごとにP地点にもどってくるので，6，17，28，39，……のようになります。
これらの数は，「11でわると6あまる」という性質を持っています。

よって，（ア）の等差数列の中で，11でわると6あまる数が，求める答えになります。
36÷11＝3 あまり 3
78÷11＝7 あまり 1
120÷11＝10 あまり 10，
162÷11＝14 あまり 8
204÷11＝18 あまり 6

よって，3人がはじめて同時にP地点を通過するのは，Aが出発してから204分後になります。

応用問題B $\boxed{1}$ (1)

ベン図を書いて解いてもＯＫですが，ここでは最小公倍数を利用して解説します。

まず，3でも4でもわり切れず，2の倍数であるのが何個あるかを求めます。

3と4と2の最小公倍数は12なので，12までを1セットとします。
2の倍数なのは2，4，6，8，10，12で，このうち3でも4でもわり切れないのは，2と10の2個です。

2017÷12＝168 あまり 1 ですから，168セットと，あと1だけあまります。

1セットの中に2個ずつあるので，168セットでは，2×168＝336（個）になり，あまりである1は2の倍数ではないので，答えは336個です。

次に，3でも4でもわり切れず，5の倍数であるのが何個あるかを求めます。

3と4と5の最小公倍数は60なので，60までを1セットとします。
5の倍数なのは5，10，15，20，25，30，35，40，45，50，55，60で，このうち3でも4でもわり切れないのは，5と10と25と35と50と55の6個です。

2017÷60＝33 あまり 37 ですから，33セットと，あと37あまります。

1セットの中に6個ずつあるので，33セットでは，6×33＝198（個）になり，あまりである37までの中には，5と10と25と35の4個あります。
全部で，198＋4＝202（個）です。

応用問題B $\boxed{1}$ (2)

最小公倍数を利用して解説します。

3と2と5の最小公倍数は30なので，30までを1セットとします。

30までの数のうち，3でわると1あまる数は，1，4，7，10，13，16，19，22，25，28です。

このうち，2の倍数でも5の倍数でない数は，1，7，13，19の4個です。

1000÷30＝33 あまり 10 ですから，1000までには，33セットあって，あと10あまっています。

1セットの中に4個ありますから，33セットの中には，4×33＝132（個）あります。

あまっている10の中には，1と7の2個あります。

全部で，132＋2＝134（個）です。

応用問題B $\boxed{1}$ (3)

残金36400円を100円玉に両替すると，100円玉は 36400÷100＝364（枚）になります。
その364枚を全員に分けると，2800円あまりました。
2800円は，100円玉が 2800÷100＝28（枚）ぶんです。
よって，364枚の100円玉を全員に分けようとすると，28枚があまったことがわかりました。
364－28＝336（枚）を分けたことになります。
よって会員の人数は，336の約数です。…（ア）

次に，そのあまりの2800円を全部10円玉に両替しました。
10円玉は，2800÷10＝280（枚）になります。
その280枚を全員に分けると，400円あまりました。
400円は，10円玉が 400÷10＝40（枚）ぶんです。
よって，280枚の10円玉を全員に分けようとすると，40枚があまったことがわかりました。
280－40＝240（枚）を分けたことになります。
よって会員の人数は，240の約数です。…（イ）

（ア），（イ）により，会員の人数は，336の約数でも240の約数でもあるので，336と240の公約数です。

336と240の最大公約数は48ですから，会員の人数は48の約数です。

48の約数は，1，2，3，4，6，8，12，16，24，48です。

ところで，100円玉を全員に分けようとしたときに28枚があまり，10円玉を全員に分けようとしたときに40枚があまりました。

よって会員の人数は，28や40よりも多い人数です。

48の約数のうち，28や40よりも多いのは，48だけです。

よって会員の人数は48人であることがわかりました。

応用問題B $\boxed{2}$

(1)　５色の電灯が同時に点灯するのは，２と３と４と５と６の最小公倍数ごとです。

最小公倍数は連除法で計算してもＯＫですが，少しずつ最小公倍数を求める方法もあります。

まず，２と３の最小公倍数は６。次に，６と４の最小公倍数は 12。次に，12 と５の最小公倍数は 60。次に，60 と６の最小公倍数は 60 のまま。

よって，２と３と４と５と６の最小公倍数は 60 になるので，60 秒後に同時に点灯することがわかりました。

(2)　５色のうちの４色ということは，どれか１色だけ無視して，残りの４色の最小公倍数を求めていくことになります。

まず青を無視すると，３と４と５と６の最小公倍数になり，60 秒後ですが，このときは青も点灯してしまいます。
次に黄を無視すると，２と４と５と６の最小公倍数になり，60 秒後ですが，このときは黄も点灯してしまいます。
次に白を無視すると，２と３と５と６の最小公倍数になり，30 秒後です。
次に緑を無視すると，２と３と４と６の最小公倍数になり，12 秒後です。
次に赤を無視すると，２と３と４と５の最小公倍数になり，60 秒後ですが，このときは赤も点灯してしまいます。

よって４色のみ点灯するのは，白を無視したときの 30 秒後，緑を無視したときの 12 秒後です。
より早いのが正解になりますから，答えは緑を無視したときの 12 秒後です。

(3)　(1)で，５色とも点灯するのは 60 秒ごとであることがわかりましたから，60 秒を１セットとして考えていきます。

(2)により，４色のみが点灯するのは，白以外の４色が点灯する 30 秒後，緑以外の４色が点灯する 12 秒後，24 秒後，36 秒後，48 秒後なので，全部で５回あります。

４色のみが点灯するのは，１セット 60 秒の中で５回あることがわかりました。

300÷60＝５ により，300 秒間は５セットぶんですから，5×5＝25（回）になります。

（次のページへ）

(4)　60 秒１セットの間に，５色が点灯するのは，60 秒後のみです。

(3)により，60 秒１セットの間に４色が点灯するのは，30 秒後，12 秒後，24 秒後，36 秒後，48 秒後の５回あります。

整理すると，12 秒後，24 秒後，30 秒後，36 秒後，48 秒後，60 秒後には，４色以上点灯するので，「３色のみ」が点灯するとはいえません。…（★）

この（★）の条件を，あとで利用します。

まず，５色の中から３色を選びましょう。

青，黄，白，緑，赤の５色の中から３色を選ぶ方法は，次の10通りあります。

青・黄・白 … ２と３と４の最小公倍数である 12 秒後。→（★）によりダメ。
青・黄・緑 … ２と３と５の最小公倍数である 30 秒後。→（★）によりダメ。
青・黄・赤 … ２と３と６の最小公倍数である６秒後。→（★）にないのでＯＫ。
６秒の倍数を書いていくと，６秒後→○，12 秒後→×，18 秒後→○，24 秒後→×，30 秒後→×，36 秒後→×，42 秒後→○，48 秒後→×，54 秒後→○，60 秒後→×。
青・白・緑 … ２と４と５の最小公倍数である 20 秒後。→（★）にないのでＯＫ。
20 秒の倍数を書いていくと，20 秒後→○，40 秒後→○，60 秒後→×。
青・白・赤 … ２と４と６の最小公倍数である 12 秒後。→（★）によりダメ。
青・緑・赤 … ２と５と６の最小公倍数である 30 秒後。→（★）によりダメ。
黄・白・緑 … ３と４と５の最小公倍数である 60 秒後。→（★）によりダメ。
黄・白・赤 … ３と４と６の最小公倍数である 12 秒後。→（★）によりダメ。
黄・緑・赤 … ３と５と６の最小公倍数である 30 秒後。→（★）によりダメ。
白・緑・赤 … ４と５と６の最小公倍数である 60 秒後。→（★）によりダメ。

よって 60 秒１セットの間に３色のみが点灯するのは，６秒後，18 秒後，42 秒後，54 秒後，20 秒後，40 秒後の，６回あります。

300÷60＝５（セット）　ですから，300 秒間では，６×５＝ 30（回）あります。