演習問題集5年上第12回・くわしい解説

目　次

すぐる学習会
https://www.suguru.jp

反復問題(基本) $\boxed{1}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「選び方」と「並べ方」のちがいを，はっきり理解しましょう。

ナスを２個選ぶときは，ナス・ナス　の，１通りだけです。

ナスを１個選ぶときは，ナス・ピーマン　と，ナス・タマネギの，２通りです。
（ピーマン・ナスとか，タマネギ・ナスもあるじゃないかと思うかも知れませんが，選び方としては，ナス・ピーマン，ナス・タマネギと同じですね。）

ナスを選ばないときは，ピーマン・タマネギ　の，１通りだけです。
（これも，タマネギ・ピーマンを数えてはいけません。）

よって，「ナス・ナス」
「ナス・ピーマン」
「ナス・タマネギ」
「ピーマン・タマネギ」の，4通りになります。

反復問題(基本) $\boxed{1}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　特別な計算のしかたをマスターしましょう。

当たり前ですが，立候補している８人の中に，同じ人はいません。
（いたら，コワいです。）

この問題のような，「全部違う８つのものから，２つを選ぶ」という場合は，公式を使って求めることができます。

「８人中２人を選ぶ」という場合は，まず分子に6，分母に２を書きます。

$$\frac{8}{2}$$

そして，分母が１になるまで，カウントダウンしてかけ算の形に書きます。
この問題の場合は，分母は２でしたから，カウントダウンすると，すぐ１になっておしまいになってしまいました。

$$\frac{8}{2\times1}$$

分母は２個だけ書いたので，分子も８からカウントダウンして，同じく２個をかけ算の形に書きます。
８から始まるので，８と７をかけ算に形に書けばよいことになります。

$$\frac{8\times7}{2\times1}$$

計算すると右のようになり，答えは28通りになります。

$$\frac{\overset{4}{\cancel{8}}\times7}{\underset{1}{\cancel{2}}\times1}=28$$

反復問題(基本) $\boxed{1}$ (3)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　特別な計算のしかたを，マスターしましょう。

12 色の色鉛筆となっているのですから，12 本の鉛筆の色は，すべてちがいます。

この問題のような，「全部違う 12 本のものから，3 本を選ぶ」という場合は，公式を使って求めることができます。

「12 本中 3 本を選ぶ」という場合は，まず分子に 12，分母に 3 を書きます。

$$\frac{12}{3}$$

そして，分母が 1 になるまで，カウントダウンしてかけ算の形に書きます。
この問題の場合は，分母は 3 でしたから，カウントダウンすると，3，2，1 のかけ算の形になります。

$$\frac{12}{3\times2\times1}$$

分母は 3 個書いたので，分子も 12 からカウントダウンして，同じく 3 個をかけ算の形に書きます。
12 から始まるので，12，11，10 の 3 個を，かけ算の形に書くことになります。

$$\frac{12\times11\times10}{3\times2\times1}$$

計算すると右のようになり，答えは 220 通りになります。

$$\frac{\overset{4}{\cancel{12}}\times11\times\overset{5}{\cancel{10}}}{\underset{1}{\cancel{3}}\times\underset{1}{\cancel{2}}\times1}$$

（220 通りを全部書いたり，樹形図の形で書いたりするのは，なかなか大変です。）

反復問題(基本) 1 (4)

ワンポイント　考え方を少しだけ変えることで，すごく簡単に求めることができます。

たとえば，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆ，Ｇ，Ｈ，Ｉの９種類のおかしがあったとして，その９種類のおかしの中から８種類のおかしを買う方法が何通りあるかを，全部書いて求めてみます。

１通り目　→　Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆ，Ｇ，Ｈの８種類を買う
２通り目　→　Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆ，Ｇ，Ｉの８種類を買う
３通り目　→　Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆ，Ｈ，Ｉの８種類を買う
…………………………………………………………………………

このように書いていくことになります。ここで，よく考えてみましょう。

「９種類の中の８種類を買う」ということは，９種類の中のほとんどすべてを買うということです。買わないのは，たった１種類です。
買わない１種類に注目すると，次のようになります。

１通り目　→　Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆ，Ｇ，Ｈの８種類を買う＝Ｉ以外の８種類を買う
２通り目　→　Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆ，Ｇ，Ｉの８種類を買う＝Ｈ以外の８種類を買う
３通り目　→　Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆ，Ｈ，Ｉの８種類を買う＝Ｇ以外の８種類を買う
……

つまり，「９種類のおかしの中の８種類を買う」というのは，「９種類の中の，買わない１種類を決める」ということと同じです。

９種類の中の１種類を決める方法は，Ｉ，Ｈ，Ｇ，Ｆ，Ｅ，Ｄ，Ｃ，Ｂ，Ａの，９通りあります。

ですから，答えは９通りです。

このようにして，たとえば「10個中８個を選ぶ」という場合は「10個中２個を選ぶ」ことと同じだし，たとえば「100個中97個を選ぶ」という場合なら，「100個中３個を選ぶ」ことと同じです。

少ない個数の方に注目して求めた方が，求めやすくなるわけです。

反復問題(基本)$\boxed{1}$(5)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「５年生１人の選び方」と「６年生２人の選び方」をなに算しましょう。

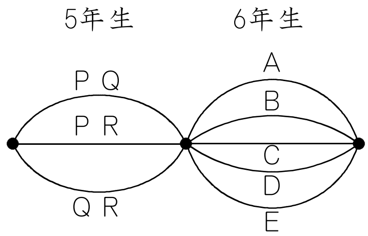
Ｐ，Ｑ，Ｒの３人の５年生の中から２人選ぶ方法は，「ＰとＱ」「ＰとＲ」「ＱとＲ」の３通りあります。

（３人の中から２人選ぶ方法は，３人の中から選ばない１人を決めることと同じですから，３通りあると考えてもＯＫです。）

Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅの５人の６年生の中から１人選ぶ方法は，もちろん５通りあります。

右の図のような道順の問題と同じです。

よって全部で，3×5＝15(通り)あります。



※最後の計算は足し算ではなく，かけ算になることに注意しましょう。

反復問題(基本) 1 (6)

ワンポイント　わざと問題を間違って読んじゃいますよ。

この問題は，「△，△，△，△，△，△」の６個の記号を横１列にならべる問題でしたね。

あ，間違っちゃいました。違いますね。６個全部が△ではなくて，その中の２個を○にしなければならないのですね。

つまり，「６個の中から２個を選んで○にする」＝「６個中２個を選ぶ」ということです。

反復問題(基本) 1 (2)で，「８人の中から２人を選ぶ」という問題をやりましたね。それと同じ解き方です。

「６個中２個を選ぶ」という場合は，まず分子に5，分母に２を書きます。

$$\frac{6}{2}$$

そして，分母が１になるまで，カウントダウンしてかけ算の形に書きます。
この問題の場合は，分母は２でしたから，カウントダウンすると，すぐ１になっておしまいになってしまいました。

$$\frac{6}{2\times 1}$$

分母は２個だけ書いたので，分子も６からカウントダウンして，同じく２個をかけ算の形に書きます。
６から始まるので，６と５をかけ算に形に書けばよいことになります。

$$\frac{6\times 5}{2\times 1}$$

計算すると右のようになり，答えは15通りになります。

$$\frac{6\times \overset{2}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{2}}\times 1}=15$$

反復問題(基本) $\boxed{1}$ (7)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　９の倍数の見つけ方を，おぼえておきましょう。

９の倍数の見つけ方は，「各位の数字の和が，９の倍数になればよい」です。
４ケタの場合は，千の位と百の位と十の位と一の位の和が，９の倍数になればよいわけです。
千の位以外の和は，4＋1＋7＝12 です。

よって，(□＋12)が，９の倍数になればよいわけです。

□＋12＝９はムリ。□＋12＝18 なら，□＝６です。□＋12＝27 なら，□＝15 ですが，千の位に 15 なんてムリです。

よって□にあてはまる数字は６になります。

反復問題(基本) 1 (8)

ワンポイント　４の倍数の見つけ方を，おぼえておきましょう。

「下２ケタが４の倍数」なら，その数は４の倍数になります。

たとえば，「107285924」という数なら，百の位から上がどんな数字であっても関係なく，十の位・一の位のところ（これを，下２ケタといいます）が「24」で，24 は４でわり切れますから，もとの数である「107285924」も，４でわり切れることになります。

(8)の問題は，「395□6」という数でした。
この場合も，百の位から上はまったく無視して，十の位・一の位のところである「□6」が，４でわり切れればよいことになります。

「□6」が，4で割り切れるのは，「16」，「36」，「56」，「76」，「96」の５通りだけですから，□にあてはまる数は1・3・5・7・9です。

反復問題(基本) $\boxed{1}$ (9)①

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　特別な計算のしかたを，マスターしましょう。

野球の試合は，たとえば「ヤンキース対レッドソックス対メッツ」のような，3チームで試合をすることはありません。

必ず，「ヤンキース対レッドソックス」のように，2チームで試合をすることになります。

いま，野球大会に16チームが参加したそうです。

ですから，16チームの中から，2チームを選んで試合をすることになります。
その2チームの選び方が，何通りあるか，という問題になります。

つまり，「16チーム中2チームを選ぶ」という場合の数を求めることになるので，特別な計算のしかたがあります。($\boxed{1}$ (2)と，同じ解き方です。)

まず分子に16，分母に2を書きます。

$$\frac{16}{2}$$

そして，分母が1になるまで，カウントダウンしてかけ算の形に書きます。
この問題の場合は，分母は2でしたから，カウントダウンすると，すぐ1になっておしまいになってしまいました。

$$\frac{16}{2\times1}$$

分母は2個だけ書いたので，分子も16からカウントダウンして，同じく2個をかけ算の形に書きます。
16から始まるので，16と15をかけ算に形に書けばよいことになります。

$$\frac{16\times15}{2\times1}$$

計算すると右のようになり，答えは120試合になります。

$$\frac{\overset{8}{\cancel{16}}\times15}{\underset{1}{\cancel{2}}\times1}=120$$

反復問題(基本) 1 (9)②

ワンポイント　負けチームに注目です。

トーナメント戦というのは勝ち抜き戦ともいいます。

1回負けたらもうそこで終わり，という試合方法です。

1試合やったら，必ず1チームが勝ち，1チームが負けます。

もし，10試合やったら，10チームが勝ち，10チームが負けます。

負けチームに注目すると，もし5試合やったら，5チームが負けます。

逆にもし7チームが負けたとしたら，7試合やったことになります。

ところでトーナメント戦の場合，優勝チームは1回も負けていません。

優勝チーム以外のチームは，はじめの試合で負けるにしろ，優勝を決める決勝戦で負けるにしろ，必ずどこかで負けています。

たとえば9チームがトーナメント戦をしたら，優勝チーム以外の8チームは，どこかで負けているのです。つまり，9チームでトーナメント戦をしたら，8チームがどこかで負けたことになりますから，8試合やったことになります。

この問題の場合は，16チームでトーナメント戦をしたのですから，15チームがどこかで負けたことになりますから，15試合やったことになります。

注意　ようするにトーナメント戦の場合，「試合数＝チーム数－１」になります。

反復問題(基本) $\boxed{2}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　演習問題集５上第11回の復習問題です。

班長　副班長

右のように，班長のワクと，副班長のワクを用意します。

班長のワクには，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆの，６通りの選び方があります。

副班長のワクには，班長で選んだ人以外の，５通りの選び方があります。

よって，６×５＝30(通り)の選び方があることになります。

反復問題(基本) 2 (2)

ワンポイント　公式を利用して求めますが，公式の意味も説明します。

この問題のような，「全部違う６つのものから，２つを選ぶ」という場合は，公式を使って求めることができます。

「６人中２人を選ぶ」という場合は，まず分子に6，分母に２を書きます。

$$\frac{6}{2}$$

そして，分母が１になるまで，カウントダウンしてかけ算の形に書きます。
この問題の場合は，分母は２でしたから，カウントダウンすると，すぐ１になっておしまいになってしまいました。

$$\frac{6}{2\times1}$$

分母は２個だけ書いたので，分子も６からカウントダウンして，同じく２個をかけ算の形に書きます。
６から始まるので，６と５をかけ算に形に書けばよいことになります。

$$\frac{6\times5}{2\times1}$$

計算すると右のようになり，答えは15通りになります。

$$\frac{\overset{3}{\cancel{6}}\times5}{\underset{1}{\cancel{2}}\times1}=15$$

注意　(1)と(2)の問題の違いに注意しましょう。

もし(2)の問題が，「給食係と副給食係を選ぶ」という問題だったら，(1)と同じく答えは30通りです。

ところが，たとえば「Ａが給食係でＢが副給食係」というのと，「Ｂが給食係でＡが副給食係」というのは，ＡとＢが給食係である，ということで同じです。

「Ａが給食係でＣが副給食係」というのと，「Ｃが給食係でＡが副給食係」というのも，ＡとＣが給食係である，ということで同じです。

このようにして，(1)の30通りのうち，同じものが２つずつあるので，(2)の答えは30÷2＝15（通り）になる，ということです。

反復問題(基本) $\boxed{3}$

$\boxed{\text{ワンポイント}}$ 特別な計算のしかたをそのまま利用すればＯＫです。

(1)　「7個中2個」の点を選べば，直線を引くことができます。

答えは，$\dfrac{7\times6}{2\times1}=21$（本）です。

(2)　「7個中3個」の点を選べば，三角形を作ることができます。

答えは，$\dfrac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$（個）です。

(3)　「7個中4個」の点を選べば，四角形を作ることができます。

しかし，「7個中4個」の点を選ぶということは，「7個中残りの3個」の点を選ぶことと同じです。

よって，答えは(2)と同じく35個です。

反復問題(基本)$\boxed{4}$(1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「組み合わせ」ですから，たとえば「145」と「451」は同じです。

$\boxed{1}$を使ったとしたら，和が 12 になるためには，あと 2 枚の和が，12－1 ＝ 11 になる必要があります。よって，$\boxed{1}\boxed{5}\boxed{6}$です。

$\boxed{2}$を使ったとしたら，和が 12 になるためには，あと 2 枚の和が，12－2 ＝ 10 になる必要があります。よって，$\boxed{2}\boxed{4}\boxed{6}$です。

$\boxed{3}$を使ったとしたら，和が 12 になるためには，あと 2 枚の和が，12－3 ＝ 9 になる必要があります。よって，$\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}$です。

$\boxed{4}$を使ったとしたら，たとえ$\boxed{4}\boxed{5}\boxed{6}$と取り出したとしても，和は 4＋5＋6＝ 15 となってしまい，和が 12 になることはありません。($\boxed{4}\boxed{3}\boxed{5}$とすると，和は 12になりますが，これは$\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}$と同じ取り出し方です。)

よって，和が 12 になるようなカードの取り出し方は，$\boxed{1}\boxed{5}\boxed{6}$と$\boxed{2}\boxed{4}\boxed{6}$と$\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}$の 3 通りです。

反復問題(基本)$\boxed{4}$(2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　(1)を利用します。

(1)で，和が 12 になるような 3 枚のカードの取り出し方は，$\boxed{1}\boxed{5}\boxed{6}$と$\boxed{2}\boxed{4}\boxed{6}$と$\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}$の 3 通りであることがわかりました。

$\boxed{1}\boxed{5}\boxed{6}$を取り出したとすると，3 けたの整数は，156，165，516，561，615，651 の 6 通りできます。(百の位は 3 通り，十の位は 2 通り，一の位は 1 通りの選び方がありますから，3×2×1＝ 6 通りと求めてもＯＫです。)

$\boxed{2}\boxed{4}\boxed{6}$を取り出したとしても，同じように 6 通りできます。

$\boxed{3}\boxed{4}\boxed{5}$を取り出したとしても，同じように 6 通りできます。

よって答えは，6×3＝ 18（通り）です。

反復問題(練習) $\boxed{1}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「男子３人の選び方」と「女子２人の選び方」を，どうするのでしょう。

男子は，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆの６人の中から，３人を選びます。
６人中３人を選ぶので，$\dfrac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$（通り）あります。

女子は，Ｐ，Ｑ，Ｒ，Ｓの４人の中から，２人を選びます。
４人中２人を選ぶので，$\dfrac{4\times3}{2\times1}=6$（通り）あります。

では，男子から３人選び，女子から２人選ぶ方法は，何通りあるでしょう。

男子を「Ａ，Ｂ，Ｃ」と選んだときの，女子の選び方は，６通りあります。
男子を「Ａ，Ｂ，Ｄ」と選んだときの，女子の選び方は，６通りあります。

このように，男子３人の選び方それぞれに対して，女子の選び方は６通りずつあります。
男子３人の選び方は20通りありましたから，全部で，$20\times6=120$（通り）になります。

※最後の計算は足し算ではなく，かけ算になることに注意しましょう。

反復問題(練習) 1 (2)

ワンポイント　リコーダー担当は，ごめんなさいその他おおぜい，ということで…。

男女関係なく，10人を，指揮者１人，リコーダー担当７人，ハーモニカ担当２人に分けます。

圧倒的に多いのは，リコーダー担当の７人です。

そこで，指揮者の１人をまず選び，次にハーモニカ担当の２人を選び，あとの人は全員リコーダーね，という選び方をします。

指揮者の１人の選び方は，10人いるのですから10通りあります。

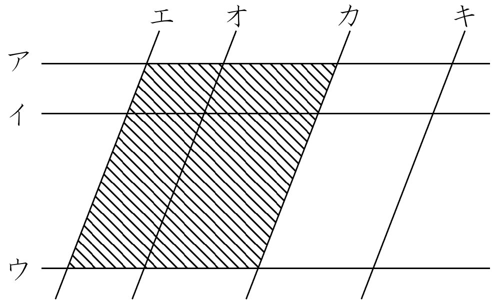
ハーモニカ担当の2人の選び方は，指揮者を選んだあとの９人から２人を選ぶので，「９人中２人を選ぶ」ことになりますから，$\frac{9\times8}{2\times1}=36$（通り）あります。

指揮者の選び方は10通り，ハーモニカ担当の選び方は36通りですから，全部で，$10\times36=360$（通り）です。

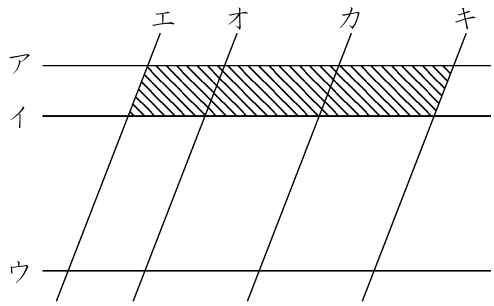
反復問題(練習) 2

ワンポイント　平行四辺形を１つ１つかぞえていく方法では，大変間違いやすいです。

たとえば，右の図の斜線で示した平行四辺形は，横線が「アとウ」，たて線が「エとカ」で作られています。



もし，横線は「アとイ」の２本，たて線は「エとキ」の２本を選んだとしたら，右の図のような平行四辺形を作ることができます。



このようにして，横線はア～ウの３本の中の２本，たて線はエ～キの４本の中の２本を使えば，平行四辺形を作ることができます。

横線の選び方は「３本中２本」ですから，$\dfrac{3\times2}{2\times1}=3$（通り）あります。

たて線の選び方は「４本中２本」ですから，$\dfrac{4\times3}{2\times1}=6$（通り）あります。

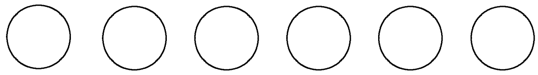
全部で，$3\times6=$ 18(個)の平行四辺形ができます。

注意　横線の選び方の３通りと，たて線の選び方の６通りを，かけ算することに注意しましょう。

反復問題(練習) 3 (1)

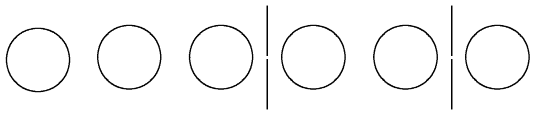
ワンポイント　以下の解説は，考え方はむずかしいですが，計算はとても簡単です。

右の図のように，コインが６個あったとしましょう。

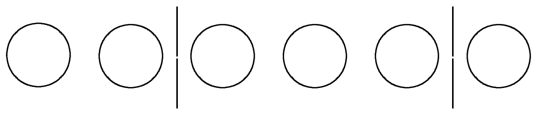


もし，「Ａは３個，Ｂも２個，Ｃは１個」をもらうとしましょう。

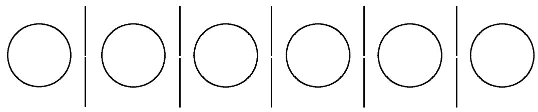
そのときは，右の図のように２本の区切り線を書いて，左からＡが３個，Ｂも２個，Ｃは１個をもらうことになります。



もし，「Ａが２個，Ｂは３個，Ｃは１個」をもらうなら，右の図のような２本の区切り線になります。



よってこの問題は，右の図のようなア・イ・ウ・エ・オの５本の線のうち，どの２本を区切り線にするか，という問題になります。



「５本中，どの２本を選ぶか」ということと同じですから，$\frac{5\times4}{2\times1}=10$（通り）になります。

反復問題(練習) $\boxed{3}$ (2)

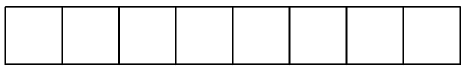
$\boxed{\text{ワンポイント}}$　以下の解説は，最高にむずかしい考え方ですが，計算は簡単です。

実はこの問題は，「8個中，2個を選ぶ」という計算で，求めることができます。

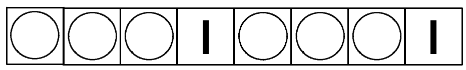
つまり，$\frac{8\times7}{2\times1}=$ 28（通り）が，答えなのです。

では，なぜ「8個中，2個を選ぶ」という考え方で，答えを求めることができるのかを，以下に解説していきます。

右の図のように，8つのワクがあったとしましょう。この8つのワクに，「6つの○と，2本の棒」を入れることを，考えてみます。



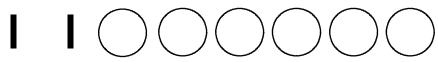
たとえば右の図のように入れたとしたら，



ワクを取りのぞくと，右の図のようになります。

2本の棒というのを，(1)の問題と同じく「2本の区切り線」だと思ってみましょう。すると，この図の場合は，「Aが3個，Bが3個，Cが0個」という場合になります。

もし，右の図の場合ならば，「Aが0個，Bが0個，Cが6個」という場合になります。



この問題のような，「1個ももらえない人がいてもよい」とする問題の場合は，8つのワクの中に，「6つの○と，2本の棒」を入れる問題と，まったく同じであることがわかりました。

ところで，8つのワクの中の，2本の棒だけを入れるワクを選んでしまえば，残りの5つのワクの中には，○を入れることに自然と決まってしまいます。

よって，8つのワクのうちの，2か所を選んで，そこに棒を入れるような入れ方が何通りあるかを考えればよいことになります。

簡単に言うと「8個中，2個を選ぶ」ということです。

ですから，$\frac{8\times7}{2\times1}$という計算で求めることができる，というわけです。

$\boxed{\text{補足}}$　(1)と同じような考え方で，右の図のようにして，ア～キの7本の線の中から2本の線を選ぶ場合の数を求めればよいと思うかも知れませんが，この考え方では，たとえばアに区切り線を2本とも引く場合などが，抜けています。

反復問題(練習)$\boxed{4}$(1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　とまれる人数が少ない方の部屋に注目します。

旅館にとまりたい人は，ＡからＦの６人います。
部屋の定員も，鶴の間が４人，亀の間が２人で，合計 4+2＝６（人）です。
ですから，どちらの部屋も，定員いっぱいにとまることになります。

ここで，亀の間にとまる２人を選んだとしましょう。
そうすると，鶴の間にとまる４人は，亀の間にとまる２人以外の４人に，自然に決まってしまいます。
つまりこの問題は，亀の間にとまる２人の選び方は何通りあるか，という問題と同じになります。
６人のうち，２人を選ぶことになりますから，$\dfrac{6\times5}{2\times1}$＝15（通り）になります。

反復問題(練習)$\boxed{4}$(2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「同じ部屋にとまる」といっても，鶴の間と，亀の間の場合があります。

ＡとＢが，鶴の間にとまる場合を考えてみます。
この場合，鶴の間の定員は４人ですから，鶴の間には，あと２人がとまることになります。
Ｃ・Ｄ・Ｅ・Ｆの４人の中から，亀の間にとまる２人を選ぶことになりますから，$\dfrac{4\times3}{2\times1}$＝６（通り）の選び方があります。

次に，ＡとＢが，亀の間にとまる場合を考えてみます。

この場合，亀の間の定員は２人ですから，亀の間は「ＡとＢ」，鶴の間には「ＣとＤとＥとＦ」の，１通りの選び方しかできません。

ＡとＢが鶴の間にとまる場合は６通り，亀の間にとまる場合は１通りですから，全部で，6+1＝7(通り)のとまり方があります。

反復問題(練習) 5 (1)

ワンポイント　「倍数の見つけ方」をしっかりおぼえておきましょう。

「下２ケタが４の倍数」なら，その数は４の倍数になります。

この問題では，{1，2，3，4，4，5}の中から３枚を取りだして３ケタの４の倍数を作ります。

４の倍数になるためには，少なくとも２の倍数でなければならないので，一の位は２か４です。
よって，「□□２」という形の数か，あるいは「□□４」という形の数のどちらかです。

「□□２」という形の数の場合，残っているカードは 1，3，4，4，5 です。
下２ケタが４の倍数になるのは，「□１２」か，「□３２」か，「□５２」がありえます。

「□□４」という形の数の場合，残っているカードは 1，2，3，4，5 です。
下２ケタが４の倍数になるのは，「□２４」か，「□４４」がありえます。

よって，下２ケタが４の倍数になるのは，「□１２」「□３２」「□５２」「□２４」「□４４」がありえることになります。

「□１２」の場合，残っているカードは 3，4，4，5 ですから，312，412，512 の３通りの数があります。

「□３２」の場合，残っているカードは 1，4，4，5 ですから，132，432，532 の３通りの数があります。

「□５２」の場合，残っているカードは 1，3，4，4 ですから，152，352，452 の３通りの数があります。

「□２４」の場合，残っているカードは 1，3，4，5 ですから，124，324，424，524 の４通りの数があります。

「□４４」の場合，残っているカードは 1，2，3，5 ですから，144，244，344，544 の４通りの数があります。

全部で，３×３＋４×２＝ 17(通り)の数があることになります。

反復問題(練習) 5 (2)

ワンポイント　「倍数の見つけ方」をしっかりおぼえておきましょう。

「各位の和が3の倍数」なら，その数は3の倍数になります。

たとえば，135は，3の倍数です。
なぜなら，各位の数字の和は 1＋3＋5＝9 で，9は3の倍数ですから，135も3の倍数になります。

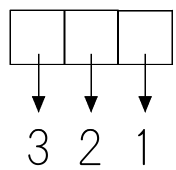
135が3の倍数ならば，153，315，351，513，531も3の倍数です。
なぜなら，数字を入れ替えただけですから，各位の数字の和は変わらないからです。

そこで，並べ替えるのはあと回しにして，（1・3・5）のような，数字の和が3の倍数になるようなパターンをすべて見つけて，そのあとに並べ替えて，すべての3の倍数を見つけることにします。

1，2，3，4，4，5のうち3個を使って，数字の和が3の倍数になるようなパターンは，（1，2，3）と，（1，3，5）と，（1，4，4）と，（2，3，4）と，（3，4，5）だけです。

注意　（1，2，3）のように，規則正しく連続している3個の数の和は，必ず3の倍数になります。

（1，2，3）を並べ替えてできる3の倍数は，百の位は3通り，十の位は2通り，一の位は1通りになるので，3×2×1＝6(通り)あります。



（1，3，5）の場合も，（2，3，4）の場合も，（3，4，5）の場合も，（1，2，3）の場合とまったく同じように6通りあります。

（1，4，4）を並べ替えてできる3の倍数は，1の位置を変えることによって，144，414，441の3通りの数ができます。

全部で，6×4＋3＝27(通り)です。

反復問題(練習) $\boxed{6}$

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　リーグ戦とトーナメント戦の試合数の公式をおぼえておきましょう。

基本 $\boxed{1}$ (9)で学習した通り，Ｎチームの場合の試合数は，次の公式で求めることができます。

・総当たり戦（リーグ戦）…Ｎチーム中２チームを選ぶ
・勝ち抜き戦（トーナメント戦）…Ｎ－１

たとえば９チームあったとして，

リーグ戦なら，$\frac{9\times8}{2\times1}=36$(試合)になり，トーナメント戦なら，$9-1=8$(試合)になります。

この問題の場合は，24 チームが，6 チームずつのグループに分かれるのですから，$24\div6=4$(グループ)できます。

1 グループあたり 6 チームあるので，リーグ戦をすると，「6 チーム中 2 チームを選ぶ」ということになり，$\frac{6\times5}{2\times1}=15$(試合)になります。

4 グループとも，リーグ戦で 15 試合ずつするのですから，4 グループ合わせると，$15\times4=60$(試合)をすることになります。これが予選の試合数です。

本戦には各グループの上位 2 チームが勝ち残ります。
4 グループあるので，$2\times4=8$(チーム)が勝ち残って，本戦のトーナメント戦が行われます。

トーナメント戦の試合数は，Ｎチームあったなら(Ｎ－１)試合です。

いま，8 チームがあるのですから，$8-1=7$(試合)で優勝が決まります。

予選は 60 試合，本戦は 7 試合ですから，全部で $60+7=67$(試合)になります。

トレーニング $\boxed{1}$

(1)　「４人中２人を選ぶ」のですから，$\dfrac{4\times3}{2\times1}=6$(試合)になります。

(2)　「14チーム中，２チームを選んで試合をする」のですから，$\dfrac{14\times13}{2\times1}=91$(試合)になります。

(3)　「９種類中３種類を選ぶ」のですから，$\dfrac{9\times8\times7}{3\times2\times1}=84$(通り)になります。

(4)　「12個中10個を選ぶ」のですが，選ばない遊具は $12-10=2$(個)あるので，「12個中，選ばない２個を決める」ことと同じです。

よって，$\dfrac{12\times11}{2\times1}=66$(通り)あります。

トレーニング $\boxed{2}$

(1)　全部で９人いるので，班長１人の選び方は９通りです。

班長を１人選ぶと，残りの人数は 9－1＝8(人)です。

この８人の中から，副班長を１人選ぶ方法は，８通りあります。

班長の選び方は９通り，副班長の選び方は８通りあるので，全部で 9×8＝72(通り)です。

(2)　全部で９人いるので，班長１人の選び方は９通りです。

班長を１人選ぶと，残りの人数は 9－1＝8(人)です。

この８人の中から，副班長を２人選ぶ方法は，「８人中２人を選ぶ」ということですから，$\frac{8\times7}{2\times1}$＝28(通り)あります。

班長の選び方は９通り，副班長の選び方は 28 通りあるので，全部で 9×28＝252(通り)です。

(3)　全部で９人いるので，テント係２人の選び方は，$\frac{9\times8}{2\times1}$＝36(通り)あります。

残り７人のうち，食事係を３人選ぶ方法は，$\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}$＝35(通り)あります。

テント係の選び方は 36 通り，食事係の選び方は 35 通りあるので，全部で 36×35＝1260(通り)です。

(4)　９人のうち，３人用のテントにとまる３人を選ぶと，残りの６人は６人用にとまることに決まります。

よって，９人のうち３人を選ぶことになりますから，$\frac{9\times8\times7}{3\times2\times1}$＝84(通り)あります。

トレーニング $\boxed{3}$

(1)　男女関係なく，15人中2人を選ぶのですから，$\dfrac{15\times14}{2\times1}=105$(通り)あります。

(2)　男子7人のうちの1人を選ぶ方法は7通りあります。

女子8人のうちの1人を選ぶ方法は8通りあります。

男子の選び方は7通り，女子の選び方は8通りありますから，全部で，$7\times8=56$(通り)あります。

(3)　男子7人のうちの1人を選ぶ方法は7通りあります。

女子8人のうちの2人を選ぶ方法は，$\dfrac{8\times7}{2\times1}=28$(通り)あります。

男子の選び方は7通り，女子の選び方は28通りありますから，全部で，$7\times28=196$(通り)あります。

(4)　男子7人のうちの2人を選ぶ方法は，$\dfrac{7\times6}{2\times1}=21$(通り)あります。

女子8人のうちの3人を選ぶ方法は，$\dfrac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$(通り)あります。

男子の選び方は21通り，女子の選び方は56通りありますから，全部で，$21\times56=1176$(通り)あります。

トレーニング $\boxed{4}$

(1)　９の倍数の見つけ方は，「各位の数字の和が，９の倍数になればよい」です。
４ケタの場合は，千の位と百の位と十の位と一の位の和が，９の倍数になればよいわけです。
千の位以外の和は，5＋6＋0＝ 11 です。

よって，(□＋11) が，９の倍数になればよいわけです。

□＋11＝ 9 はムリ。□＋11＝ 18 なら，□＝ 7 です。□＋11＝ 27 なら，□＝ 16 ですが，千の位に 16 なんてムリです。

よって□にあてはまる数字は 7 になります。

(2)　３の倍数の見つけ方は，「各位の数字の和が，３の倍数になればよい」です。
５ケタの場合は，万の位と千の位と百の位と十の位と一の位の和が，３の倍数になればよいわけです。
十の位以外の和は，1＋6＋4＋5＝ 16 です。

よって，(□＋16) が，３の倍数になればよいわけです。

(□＋16) が，15 までの３の倍数の場合は引けないのでムリです。

□＋16＝ 18　なら，□＝ 2 です。
□＋16＝ 21　なら，□＝ 5 です。
□＋16＝ 24　なら，□＝ 8 です。

□＋16＝ 27 以上なら，□は２ケタになるのでムリです。

よって□にあてはまる数字は，2，5，8 です。

(次のページへ)

(3)　「下２ケタが４の倍数」なら，その数は４の倍数になります。

「6379□8」の下２ケタは「□8」ですから，「□8」が４の倍数になればよいわけです。

「□8」が，「08」，「28」，「48」，「68」，「88」のときに4の倍数になりますから，□にあてはまる数字は，0，2，4，6，8 です。

(4)　「各位の和が３の倍数」なら，その数は３の倍数になります。

たとえば，123 は，３の倍数です。

なぜなら，各位の数字の和は １+２+３＝６ で，６は３の倍数ですから，123 も３の倍数になります。

123 が３の倍数ならば，132，213，231，312，321 も３の倍数です。

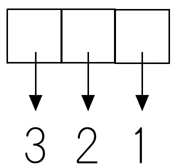
なぜなら，数字を入れ替えただけですから，各位の数字の和は変わらないからです。

そこで，並べ替えるのはあと回しにして，（１，２，３）のような，数字の和が３の倍数になるようなパターンをすべて見つけて，そのあとに並べ替えて，すべての３の倍数を見つけることにします。

１，２，３，４のうち３枚を使って，数字の和が３の倍数になるようなパターンは，（１，２，３）と，（２，３，４）だけです。

注意　（１，２，３）のように，規則正しく連続している３枚の数の和は，必ず３の倍数になります。

（１，２，３）を並べ替えてできる３の倍数は，百の位は３通り，十の位は２通り，一の位は１通りになるので，3×2×1＝6(通り)あります。



（２，３，４）の場合も，（１，２，３）の場合とまったく同じように６通りあります。

全部で，6×2＝12(通り)あります。

(次のページへ)

(5)　「各位の和が３の倍数」なら，その数は３の倍数になります。

たとえば，123 は，３の倍数です。

なぜなら，各位の数字の和は　1＋2＋3＝６　で，６は３の倍数ですから，123 も３の倍数になります。

123 が３の倍数ならば，132，213，231，312，321 も３の倍数です。

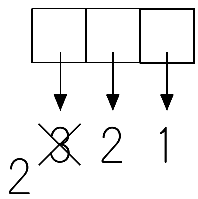
なぜなら，数字を入れ替えただけですから，各位の数字の和は変わらないからです。

そこで，並べ替えるのはあと回しにして，（1，2，3）のような，数字の和が３の倍数になるようなパターンをすべて見つけて，そのあとに並べ替えて，すべての３の倍数を見つけることにします。

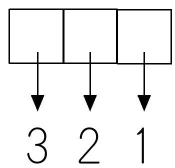
0，1，2，3のうち３個を使って，数字の和が３の倍数になるようなパターンは，（0，1，2）と，（1，2，3）だけです。

注意　（1，2，3）のように，規則正しく連続している３個の数の和は，必ず３の倍数になります。

（0，1，2）を並べ替えてできる３の倍数は，百の位は３通り，十の位は２通り，一の位は１通り になるので，3×2×1　になりそうですが，百の位に０を使うことができないので，百の位は２通りになり，2×2×1＝４(通り)あります。



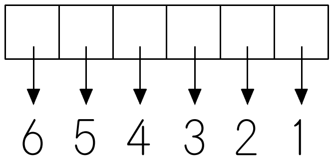
（1，2，3）を並べ替えてできる３の倍数は，百の位は３通り，十の位は２通り，一の位は１通り になるので，3×2×1＝６(通り)あります。



（0，1，2）の場合は4通り，（1，2，3）の場合は６通りですから，全部で，4＋6＝ 10(通り)になります。

実戦演習 $\boxed{1}$

(1)　十万の位のカードの選び方は６通りあります。



一万の位は，十万の位で選んだカード以外の５通りの選び方があります。

千の位は，十万と一万の位で選んだカード以外の，４通りの選び方があります。

このように考えていくと，全部で，6×5×4×3×2×1＝720(通り)の整数ができることになります。

(2)　1，1，2，2，3，3を並べかえます。

６個のマス目□□□□□□があり，そこに1，1，2，2，3，3を入れていきます。

６個のマス目の中の２個を選んで，そこに１を２枚入れます。

「６個中２個を選ぶ」ということですから，$\dfrac{6\times5}{2\times1}$＝15(通り)の選び方があります。

６個中２個のマスに１を入れたのですから，いま空いているマスは４個あります。

４個のマス目の中の２個を選んで，今度はそこに２を２枚入れます。

「４個中２個を選ぶ」ということですから，$\dfrac{4\times3}{2\times1}$＝6(通り)の選び方があります。

４個中２個のマスに２を入れたのですから，いま空いているマスは２個あります。

その空いていま２個のマスには，３を入れることになります。

よって，２枚の１の入れ方が15通り，そのそれぞれの入れ方に対して，２枚の２の入れ方は６通りありますから，全部で，15×6＝90(通り)になります。

実戦演習 $\boxed{2}$

(1)　さいころを2回ふるとき，2回のさいころの目の和は，最大で 6+6＝12 です。

盤は，0から11までの12個のマスでできています。

よって，さいころを2回ふるとき，1まわりよりも多く進むことはありません。

最後に8のマスに止まるとき，2回ふったさいころの目の和は8です。

2回ふったさいころの目の和が8になるのは，右の表のように5通りあります。

大＼小	1	2	3	4	5	6
1						
2						○
3					○	
4				○		
5			○			
6		○				

(2)　さいころを3回ふるとき，3回のさいころの目の和は，最大で 6+6+6＝18 です。

盤は，0から11までの12個のマスでできています。

よって，さいころを3回ふるとき，1まわりよりも多く進むことがありえます。

最後に3のマスに止まるとき，3回ふったさいころの目の和は3か，1まわりしてさらに3のマスに止まった場合の，3＋12＝15です。

3回ふったさいころの目の和が3になるような目の出方は，(1，1，1)の1通りしかありません。

3回ふったさいころの目の和が15になるような目の出方は，次の通り，3＋6＋1＝10(通り)です。

(3，6，6)パターン …(3，6，6)，(6，3，6)，(6，6，3)の3通り
(4，5，6)パターン …(4，5，6)，(4，6，5)，(5，4，6)，
　　　　　　　　　　(5，6，4)，(6，4，5)，(6，5，4)の6通り
(5，5，5)パターン …(5，5，5)の1通り

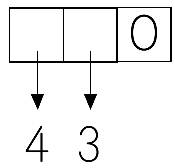
全部で，1＋10＝11(通り)です。

実戦演習 $\boxed{3}$ (1)

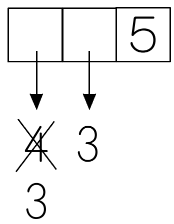
５の倍数になるためには，一の位が０か５であることが必要です。

３けたの５の倍数を作るのですから， $\boxed{}\boxed{}\boxed{0}$ か $\boxed{}\boxed{}\boxed{5}$ のいずれか，ということになります。

$\boxed{}\boxed{}\boxed{0}$ の場合は，０は一の位で使ってしまったので，使える数字は１，３，５，７です。
よって，右の図のようになり，４×３＝ 12（通り）できます。



$\boxed{}\boxed{}\boxed{5}$ の場合は，５は一の位で使ってしまったので，使える数字は０，１，３，７です。
$\boxed{}\boxed{}\boxed{0}$ の場合とちがって，百の位が０になる場合があるので，百の位は４通りではなく３通りになります。
よって，右の図のようになり，３×３＝ ９（通り）できます。



以上のことから，全部で，12＋9＝ 21（通り）になります。

実戦演習 $\boxed{3}$ (2)

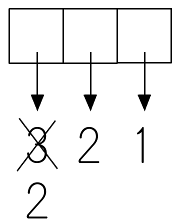
各位の数字の和が３の倍数ならば，その数は３の倍数です。
たとえば，135 は，３の倍数です。
なぜなら，各位の数字の和は １＋3＋5＝９ で，９は３の倍数ですから，135 も３の倍数になります。

135 が３の倍数ならば，153，315，351，513，531 も３の倍数です。
なぜなら，数字を入れ替えただけですから，各位の数字の和は変わらないからです。

そこで，並べ替えるのはあと回しにして，（1・3・5）のような，数字の和が３の倍数になるようなパターンをすべて見つけて，そのあとに並べ替えて，すべての３の倍数を見つけることにします。

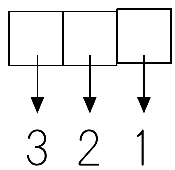
０，１，３，５，７のうち３個を使って，数字の和が３の倍数になるようなパターンは，（0，１，5）と，（0，５，７）と，（1，３，５）と，（3，５，７）だけです。

（0，１，5）を並べ替えてできる３の倍数は，
百の位に０は使えないことを考えて，
2×2×1＝４（通り）あります。



（0，５，7）の場合も，まったく同じように考えて，４通りです。

（1，３，５）を並べ替えてできる３の倍数は，
０のことを考えなくてよいので，
3×2×1＝６（通り）あります。



（3，５，7）の場合も，まったく同じように考えて，６通りです。

以上のことから，全部で ４×2＋6×2＝20（通り）になります。

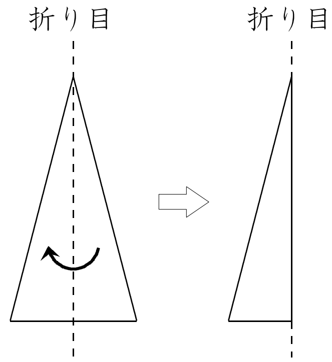
実戦演習 $\boxed{4}$

(1)　「８個中３個」の点を選べば，三角形を作ることができます。

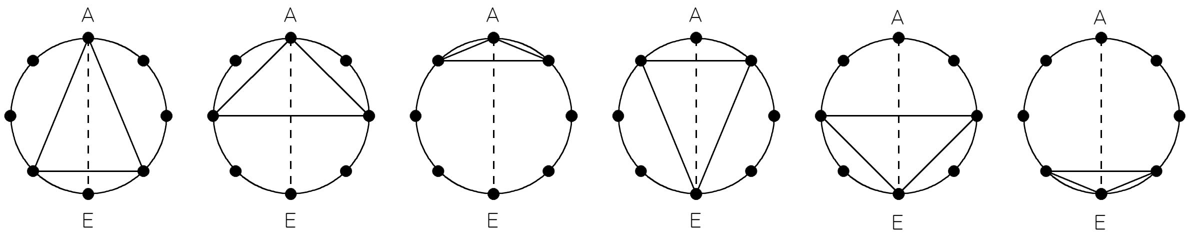
答えは，$\dfrac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$（個）です。

(2)　二等辺三角形には，折り目があります。

折り目で折れば，右の図のようにぴったり重なります。



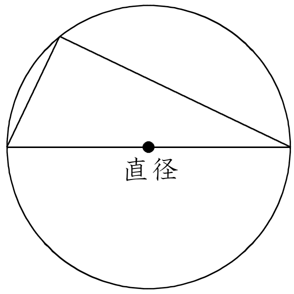
ＡＥを折り目とする二等辺三角形は，下の図のように６個あります。



ＢＦを折り目，ＣＧを折り目，ＤＨを折り目とする二等辺三角形も，同じように６個ずつありますから，全部で，6×4＝24(個)の二等辺三角形ができます。

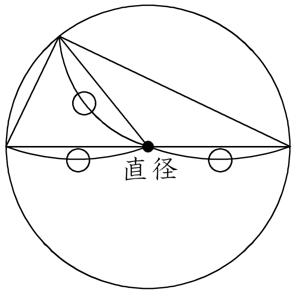
(次のページへ)

(3)　直径を辺に持つ三角形は，直角三角形であることを
おぼえておきましょう。



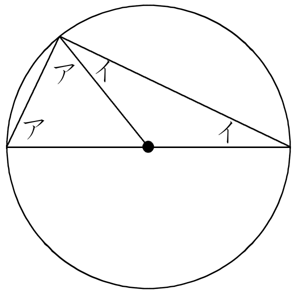
直径を辺に持つ三角形は，なぜ直角三角形になるのかを説明します。

右の図の〇をつけた辺は，すべて半径なので同じ長さです。を

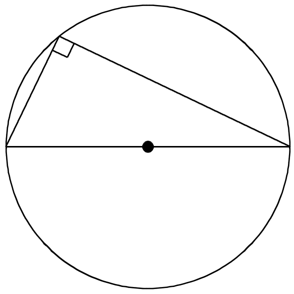


二等辺三角形ができるので，右の図のアとア，イとイは同じ角度です。

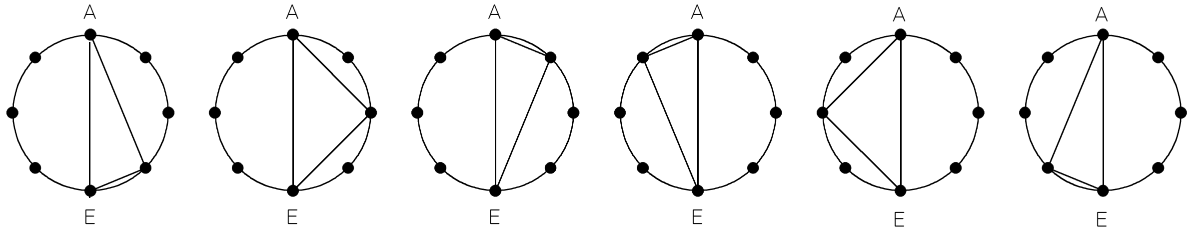
三角形の内角の和は 180 度ですから，アアイイ＝180 度です。



よって，アイ＝180÷2＝90(度)なので，直径を辺に持つ三角形は，直角三角形になります。



直径ＡＥを辺に持つ直角三角形は，下の図のように６個あります。



ＢＦ，ＣＧ，ＤＨを辺に持つ直角三角形も，同じように６個ずつありますから，全部で，6×4＝24(個)の直角三角形ができます。

実戦演習 $\boxed{5}$

リンゴは 15 個，ミカンは 3 個ありますから，全部で 15＋3＝ 18（個）あります。

Ａ，Ｂ，Ｃの３人に６個ずつ分けるのですから，全部で 6×3＝ 18（個）必要です。

よって，18 個のくだものを，３人にぴったり分けることになります。

ここで，ミカン３個の分け方を決めたら，リンゴの分け方は自然と決まってしまうことに注意します。

たとえば，Ａにミカンを１個分けるとすると，Ａは６個のうち１個はミカンをもらったので，残り５個はリンゴをもらうことに決まってしまいます。

このように，この問題の場合はリンゴのことは何も考えずに，ミカンの分け方だけを考えればよいことになります。

ところで，誰に何個分けるかということを無視すれば，３人にミカンを３個分ける分け方は，（0，0，3）と（0，1，2）と（1，1，1）のパターンがあります。

次に，誰に何個分けるかということを考えていきます。

（0，0，3）パターンの場合は，次の３通りになります。
（Ａ，Ｂ，Ｃ）＝（0，0，3）・（0，3，0），（3，0，0）

（0，1，2）パターンの場合は，次の６通りになります。
（Ａ，Ｂ，Ｃ）＝（0，1，2）・（0，2，1）・（1，0，2）・（1，2，0）・（2，0，1）・（2，1，0）

（1，1，1）パターンの場合は，次の１通りしかありません。
（Ａ，Ｂ，Ｃ）＝（1，1，1）

よって，全部で 3＋6＋1＝ 10（通り）になります。

参考　実は，反復問題(練習) $\boxed{3}$ (2)と同じように考えて，「５個中２個」という考え方で答えを求めることもできます。

この問題のような，「1 個ももらえない人がいてもよい」とする問題の場合は，５つのワクの中に，「３つのミカンと，２本の棒」を入れる問題と，まったく同じですから，「５個中２個」という考え方になります。

実戦演習 $\boxed{6}$

(1)　Ａの出し方は３通り，Ｂも３通り，Ｃも３通り，……となりますから，全部で，
3×3×3×3×3＝243（通り）になります。

(2)　まず，５人の中の，勝つ２人を選びます。

「５人中２人」を選ぶのですから，$\frac{5 \times 4}{2 \times 1}$＝10(通り)の選び方があります。

しかし，答えは10通りではありません。

なぜなら，たとえば5人の中のＡとＢの２人が勝ったとしましょう。

ＡとＢの２人が勝ったといっても，「ＡとＢがグーで勝った」「ＡとＢがチョキで勝った」「ＡとＢがパーで勝った」の３通りが考えられます。

このように，10通りのそれぞれに対して，3通りずつの出し方が考えられますから，答えは 10×3＝30(通り)になります。

(3)　(1)で，５人の出し方は243通りあることがわかりました。

この243通りの出し方のうち，勝ち負けが決まるのが何通りあるかがわかれば，243通りから引けば，あいこになる出し方が何通りあるかがわかります。

勝ち負けが決まる出し方は，「１人だけが勝つ場合」「２人が勝つ場合」「３人が勝つ場合」「４人が勝つ場合」に分けることができます。

「１人だけが勝つ場合」は，５人中１人を選ぶので5通りで，グーで勝つ・チョキで勝つ・パーで勝つの３通りが考えられるので，5×3＝15(通り)です。

「２人が勝つ場合」は，(2)で求めた通り30通りです。

「３人が勝つ場合」は，５人中３人を選ぶことになりますが，それは５人中２人を選ぶのと同じなので，(2)で求めたのと同じく30通りです。

「４人が勝つ場合」は，５人中４人を選ぶことになりますが，それは５人中１人を選ぶのと同じなので，「１人だけが勝つ場合」と同じく15通りです。

よって，勝ち負けが決まる出し方は，15＋30＋30＋15＝90(通り)ありますから，あいこになるのは，243－90＝153(通り)になります。