シリーズ5年上第18回・くわしい解説

※　等差数列のＮ番目＝はじめ＋増える数×（Ｎ－１）
※　等差数列の和＝（はじめ ＋ おわり）× Ｎ ÷２
※　１から10までの和は55，１から13までの和は91
※　２，３，５，８，12，…のような階差数列は，５番目のようなサンプルを式にして考える。
※　段にして書くと，個数とか和とかを書き込みやすくなるので，ミスを防ぐことができる。

目　次

すぐる学習会
https://www.suguru.jp

基本 $\boxed{1}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　４ずつ増えていく，等差数列です。

①　次の公式を利用します。

$$\boxed{\text{等差数列のN番目} = \text{はじめの数} + \text{増える数} \times (N - 1)}$$

はじめの数は２で，増える数は４です。
25番目の数を求める問題なので，Nは25です。

よって25番目の数は，2＋4×(25－1)＝2＋4×24＝2＋96＝98 です。

②　等差数列の和を求めるには，次の公式を利用します。

$$\boxed{\text{等差数列の和} = (\text{はじめの数} + \text{おわりの数}) \times N \div 2}$$

はじめの数は２で，個数は１番目から25番目までの25個です。
あとは，おわりの数さえわかれば，答えを求めることができます。

おわりの数というのは，25番目の数のことですから，①で求めた通り98です。

１番目の数から25番目の数までの和＝(2＋98)×25÷2＝100×25÷2＝2500÷2＝1250 になります。

基本 1 (2)

ワンポイント　5番目のときなどのサンプルを書いて考えると，わかりやすくなります。

この数列は，右のように増えていっています。

3，　4，　6，　9，　13，　18，……

+1　+2　+3　+4　+5

たとえば，5番目の数である13を求めるときに，どのような計算で求めるのかを考えてみます。

3，　4，　6，　9，　13，　18，……

+1　+2　+3　+4　+5

1番目の数は3です。
この，1番目の数に，

3，　4，　6，　9，　13，　18，……

+1　+2　+3　+4　+5

3，　4，　6，　9，　13，　18，……

+1　+2　+3　+4　+5

1をたして2をたして3をたして4をたせば，5番目の数である13になります。
つまり，1番目の数である3に，1から4までの数をたせば，5番目の数になります。
ここで注意するのは，5番目の数を求めるときには，1から5までの数をたすのではなく，1から4までの数をたす，ということです。
式で書けば，5番目の数である13を求めるときには，3+(1+2+3+4) とすることになります。

同じように考えれば，6番目の数である18を求めるときには，3+(1+2+3+4+5) とすることになります。

3，　4，　6，　9，　13，　18，……

+1　+2　+3　+4　+5

この問題では，20番目の数を求めたいのですから，1番目の数である3に，1から20までの和ではなく，1から19までの和をたすことになります。

20番目の数

3，　4，　6，　9，　13，　18，……，　○

+1　+2　+3　+4　+5　　+19

式にすると，3+(1+2+3+…+19)　となります。

1から19までの和は，(はじめの数+おわりの数)×N÷2＝(1+19)×19÷2＝190 ですから，答えは，3+190＝193になります。

基本 $\boxed{1}$ (3)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　１から始まる奇数の和は，特別な解き方があります。

①　1，3，5，7，9，11，……のように，1から始まって，奇数だけが並んでいる場合は，特別な解き方があります。

たとえば，はじめから４番目までの和は，1＋3＋5＋7＝16です。16＝ 4×4 ですね。
はじめから５番目までの和なら，1＋3＋5＋7＋9＝ 25 です。25＝ 5×5 ですね。

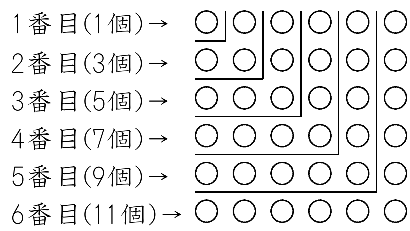
このようにして，はじめから□番目までの和なら，□×□ となるのです。

はじめから６番目までの和なら，6×6＝ 36 となります。

36 のような，「同じ数×同じ数」となっている数を，「平方数」といいます。

はじめから□番目までの和なら，□の平方数になる，ということですね。

なぜそのようになるかは，右の図で理解しましょう。



全部で，6×6＝36個

よって，はじめから 20 番目までの和なら，20×20＝ 400 になります。

②　①で，1，3，5，7，9，11，……のような，1から始まる奇数の和の場合は，はじめから□番目までの和なら，□の平方数になる，ということがわかりました。

1600 は何の平方数か，わかりますか？

もし 16 なら，16＝ 4×4 ですから，4 の平方数です。

1600 の場合は，1600＝ 40×40 ですから，40 の平方数です。

よって，はじめから 40 番目のまでの和が 1600 になりますから，答えは 40 番目です。

基本 1 (4)

ワンポイント　段にして書きましょう。

1 組目 → 1，2，3
2 組目 → 2，3，4
3 組目 → 3，4，5
4 組目 → 4，5，6
5 組目 → 5，6，7
…………………………

① 右の図のように段にして書くと，わかりやすくなります。

右の図を見ると，1 組目は 1 が左はしにあり，2 組目は 2 が左はしにあり，……となっています。

よって，□組目なら，□が左はしにあります。

①の問題では，8 組目ですから，8 が左はしにあります。

8 組目をすべて書くと，「8，9，10」となりますから，真ん中の数は 9 です。

1 組目 → 1，2，3
2 組目 → 2，3，4
3 組目 → 3，4，5
4 組目 → 4，5，6
5 組目 → 5，6，7
…………………………

② 段にして書くと，たとえば５がはじめてあらわれるのは，3 組目の右はしです。

6 がはじめてあらわれるのは，4 組目の右はし，7 がはじめてあらわれるのは，5 組目の右はしです。

このようにして，はじめてあらわれるのは，それぞれの組の右はしであることがわかります。

15 がはじめてあらわれるのも，何組目かの右はしです。

つまり，何組目かが，「何か，何か，15」となっていて，その 15 が，はじめてあらわれる 15 です。

右はしが 15 なら，真ん中の数は 14 で，左はしは 13 です。

たとえば 4 組目なら左はしは 4，5 組目なら左はしは 5，というように，□組目なら左はしは□です。

よって，左はしが 13 になっているのは，13 組目であることがわかります。

この問題は，15 がはじめてあらわれるのは，左から何番目か，という問題でした。

1 組に 3 個ずつ，全部で 13 組あるのですから，3×13＝ 39 (番目)にはじめて 15 があらわれます。

基本 $\boxed{1}$ (5)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　段にして書きましょう。

①　分母が同じ数のものは同じ段になるようにして，右のように段にして書きます。

$$
\begin{array}{l}
\frac{1}{1}, \\
\frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \\
\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \\
\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \\
\frac{1}{5}, \cdots\cdots
\end{array}
$$

１段目には分母が１の分数が１個ならんでいます。
２段目には分母が２の分数が２個ならんでいます。
３段目には分母が３の分数が３個ならんでいます。
４段目には分母が４の分数が４個ならんでいます。

$$
\begin{array}{ll}
\frac{1}{1}, & \longrightarrow 1\text{個} \\
\frac{1}{2}, \frac{2}{2}, & \longrightarrow 2\text{個} \\
\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, & \longrightarrow 3\text{個} \\
\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, & \longrightarrow 4\text{個} \\
\frac{1}{5}, \cdots\cdots & \longrightarrow 5\text{個} \\
\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, & \longrightarrow 3\text{個}
\end{array}
$$

同じように考えると，$\frac{3}{6}$ がならんでいる段のすぐ上の段である，５段目の段には，５個の分数がならんでいます。

６段目には，$\frac{3}{6}$ までの３個の分数がならんでいますから，全部で，$(1+2+3+4+5)+3=(1+5)\times5\div2+3=18$（個）の分数がならんでいます。

よって，$\frac{3}{6}$ は 18 番目の分数です。

②　①と同じようにして段にすると，５段目までは，$1+2+3+4+5=15$(個)の分数が並んでいます。

もし６段目までなら，さらにあと６個増えて，$15+6=21$(個)になります。
７段目までなら，$21+7=28$(個)です。もう少しで 33 個になりますね。

８段目までなら，$28+8=36$(個)で，33 個をオーバーしてしまいます。

よって，７段目までの 28 個と，あと $33-28=5$(個)です。

この５個は，８段目にありますから，８段目の５番目を求めればよいことになります。

８段目の分母は８ですから，答えは $\frac{5}{8}$ になります。

基本 $\boxed{2}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　すでに４行の１列目まで書いてあるので，全部書いちゃってもできちゃいますね。

右のように，１行に６個ずつ，数がならんでいます。

1　2　3　4　5　6　→ 6個
7　8　9　10　11　12　→ 6個
13　14　15　16　17　…　→ 6個

４行目までは６個ずつ並んでいて，４行目までで 6×4＝24(個)の数がならんでいます。

５行目の３列目を求めるのですから，５行目は３個だけならんでいるとします。

よって，24＋3＝27(個)の数がならんでいるので，５行目の３列目の数は 27 です。

4行
1　2　3　4　5　6　→ 6個
7　8　9　10　11　12　→ 6個
13　14　15　16　17　…　→ 6個
……………………………

○　○　○
これ

基本 $\boxed{2}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「16 行目の４列目 」という答えにしやすいです。注意しましょう。

右のように，１行に６個ずつ，数がならんでいます。

1　2　3　4　5　6　→ 6個
7　8　9　10　11　12　→ 6個
13　14　15　16　17　…　→ 6個

100÷6＝16 あまり４ですから，100 までには，16 行ならんでいて，あと４個あまっています。
４個あまっている数のうち，最後の数が，100 になります。

16行
1　2　3　4　5　6　→ 6個
7　8　9　10　11　12　→ 6個
13　14　15　16　17　…　→ 6個
……………………………
……………………………

○　○　○　○
これが100

ということは，100 があるのは，16 行目ではなく，その次の，17 行目になります。

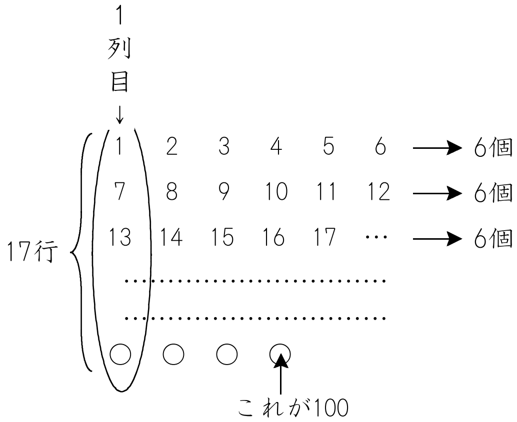
よって，100 は，17 行目の４列目の数になります。

16行
1　2　3　4　5　6　→ 6個
7　8　9　10　11　12　→ 6個
13　14　15　16　17　…　→ 6個
……………………………
……………………………

17行目　○　○　○　○
これが100

基本 $\boxed{2}$ (3)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　１列目にならんでいる数は，等差数列になっています。



１列目にならんでいるのは，1，7，13，……
のように，6ずつふえる等差数列になっています。

100は17行目の４列目の数ですから，１列目の数は，全部で17個ならんでいます。

１列目にならんでいる数のうち，17個目の数は，
はじめ＋ふえる数×(N－1)＝１＋6×(17－1)＝97 のように求めてもよいですが，17行目の４列目の数が100ですから，100，99，98，97のようにもどっていった方が簡単です。

よって，１列目にならぶ数の和は，
(はじめ＋おわり)×Ｎ÷２＝(1＋97)×17÷2＝833 になります。

基本 $\boxed{3}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　４ずつの段にしましょう。

1 段目	→	1，2，3，(4)
2 段目	→	5，6，7，(8)
3 段目	→	9，10，11，(12)
4 段目	→	13，14，15，(16)
5 段目	→	17，18，19，(20)
……		

４の倍数でない数をならべたのですから，右の図のように４ずつの段にして考えます。

4，8，12，16，20，…という数にカッコをしたのは，実際にはならんでいない数だからです。

この問題は，26 が何番目の数かを求める問題です。

１段に(カッコをした数もふくめて)４個ずつ数があります。

1 段目	→	1，2，3，(4)
2 段目	→	5，6，7，(8)
3 段目	→	9，10，11，(12)
4 段目	→	13，14，15，(16)
5 段目	→	17，18，19，(20)
6 段目	→	21，22，23，(24)
7 段目	→	25，26

26÷4＝６ あまり ２ ですから，６段と，あと２個あまっています。

実際にはカッコをつけた数はカウントしないので，６段ぶんのカッコ(4，8，12，16，20，24)をカウントしないことになりますから，26－6＝20(個)の数がならんでいます。

よって 26 は，左から 20 番目にあります。

基本 $\boxed{3}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　4ずつの段にしましょう。

1段目 →	1，2，3，(4)
2段目 →	5，6，7，(8)
3段目 →	9，10，11，(12)
4段目 →	13，14，15，(16)
5段目 →	17，18，19，(20)
………………………………	

4の倍数でない数をならべたのですから，右の図のように4ずつの段にして考えます。

4，8，12，16，20，…という数にカッコをしたのは，実際にはならんでいない数だからです。

(2)は，29番目の数が何かを求める問題です。

1段目 →	1，2，3，(4)
2段目 →	5，6，7，(8)
3段目 →	9，10，11，(12)
4段目 →	13，14，15，(16)
5段目 →	17，18，19，(20)
6段目 →	21，22，23，(24)
7段目 →	25，26，27，(28)
8段目 →	29，30，31，(32)
9段目 →	33，34，35，(36)
10段目→	37，38

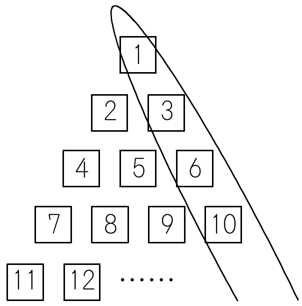
カッコをした数は実際にはならんでいないので，1段には3個ずつ数がならんでいます。

29÷3＝9 あまり 2 ですから，29個目の数までには，9段と，あと2個の数があまっています。

カッコをした数もふくめてカウントすると，9段ぶんのカッコをした数(4，8，12，…，36)をふくめることになるので，29＋9＝38 になります。

基本 $\boxed{4}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　それぞれの段の，右はしの数に注目しましょう。



それぞれの段の右はしの数は，
1，
1＋2＝3，
1＋2＋3＝6，
1＋2＋3＋4＝10，
………

のように，たとえば4段目なら，1から4までの和になっています。
このような数のことを，「三角数」といいます。

(1)では，9段目の左から4番目の数を求める問題です。

8段目の右はしの数は，1＋2＋……＋8＝(はじめ＋おわり)×N÷2＝(1＋8)×8÷2＝36 です。

9段目の左から4番目を求めるのですから，9段目の4個ぶんを合わせて，36＋4＝40 になります。

基本 $\boxed{4}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　70に近い三角数を求めましょう。

(2)の解説を読むときは，まず(1)の解説を読んで，「三角数」について理解してから，(2)の解説を読みましょう。

次の三角数をおぼえましょう。

1から4までの和	… 10
1から10までの和	… 55
1から13までの和	… 91

70に近い三角数を考えます。

1から10までの和は55ですから，1から11までの和は，55＋11＝66 です。

よって70は，11段と，あと 70－66＝4(個)です。

よって70は，11段目ではなく，その次の12段目の左から4番目になります。

基本 $\boxed{4}$ (3)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　等差数列の和の公式を利用しましょう。

たとえば1段目なら1個，2段目なら2個，3段目なら3個，……の数がならんでいます。

よって，15段目なら15個の数がならんでいます。

その15個の数の和を求めればよいわけです。

等差数列の和は，「(はじめ＋おわり)×Ｎ÷２」の公式で求めることができます。

Ｎは15個ですから，「はじめ」，「おわり」の数がわかれば，答えを求めることができます。

次の三角数をおぼえましょう。

1から4までの和	… 10
1から10までの和	… 55
1から13までの和	… 91

1から13までの和は91ですから，1から14までの和は，91＋14＝105です。

よって，14段目の右はしの数は105です。

したがって，15段目の左はしの数は，105の次の数ですから106です。

また，15段目の右はしの数は，1から15までの和ですから，105＋15＝120です。

「(はじめ＋おわり)×Ｎ÷２」の公式において，「はじめ」は106，「おわり」は120，Ｎは15ですから，(106＋120)×15÷2＝1695 になります。

練習 1 (1)

ワンポイント　14ずつの段にしましょう。

1段目 →	1，3，5，9，11，13，(14)
2段目 →	15，17，19，23，25，27，(28)
3段目 →	29，31，33，37，39，41，(42)
……	

2の倍数でも7の倍数でもない数をならべたのですから，右の図のように，2と7の最小公倍数である14ずつの段にして考えます。

14，28，42，…という数にカッコをしたのは，実際にはならんでいない数だからです。

それぞれの段の左はしの数は，(1段目の数が1であるように)14でわったときのあまりが1である数がならんでいます。

それぞれの段の左から2番目の数は，(1段目の数が3であるように)14でわったときのあまりが3である数がならんでいます。

それぞれの段の左から3番目の数は，(1段目の数が5であるように)14でわったときのあまりが5である数がならんでいます。

同じようにして，左から4番目，5番目，6番目の数は，14でわったときのあまりが，それぞれ9，11，13である数がならんでいます。

また，一番右はしのカッコをつけた数は，14の倍数がならんでいます。

この問題は，61が何番目かを求める問題です。

61÷14＝4 あまり 5 ですから，4段と，あと5あまっています。

14でわったときのあまりが5である数は，左から3番目の数です。

1段には，(カッコをつけた数をのぞいて)6個の数があり，それが4段と，あと3個の数があるのですから，6×4＋3＝27 となり，61は27番目の数であることがわかりました。

練習 1 (2)

ワンポイント　14ずつの段にしましょう。

1段目	→	1，3，5，9，11，13，(14)
2段目	→	15，17，19，23，25，27，(28)
3段目	→	29，31，33，37，39，41，(42)
……		

2の倍数でも7の倍数でもない数をならべたのですから，右の図のように，2と7の最小公倍数である14ずつの段にして考えます。

14，28，42，…という数にカッコをしたのは，実際にはならんでいない数だからです。

左から1番目，2番目，3番目，4番目，5番目，6番目の数は，14でわったときのあまりが，それぞれ1，3，5，9，11，13である数がならんでいます。

(2)の問題は，50個目の数が何であるかを求める問題です。

1段に(カッコをつけた数をのぞいて)6個ずつ数があるのですから，50個目の数は，
50÷6＝8 あまり 2 により，8段と，あと2個の数があまっています。

1段目のカッコつきの数は14，2段目のカッコつきの数は28，…のように，それぞれの段のカッコつきの数は，14の倍数になっています。

よって8段目のカッコつきの数は，14×8＝112です。

あと2個の数があまっていますが，2番目の数というのは，14でわったときのあまりが3である数です。

よって112に2を足すのではなく，112に3を足して，112＋3＝115が，左から50番目の数です。

練習 $\boxed{2}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　それぞれの組の，最後の数に注目しましょう。

２組は（3，5）ですから，２組の最後の数は５です。
３組は（7，9，11）ですから，３組の最後の数は 11 です。

１組の最後の数が１だと考えて，それぞれの組の最後の数だけ書いていくと，右のようになります。

1組	2組	3組	4組	
1，	5，	11，	19，	……

$1 \xrightarrow{+4} 5 \xrightarrow{+6} 11 \xrightarrow{+8} 19$

８組まで書いていくと，右のようになります。

1組	2組	3組	4組	5組	6組	7組	8組
1，	5，	11，	19，	29，	41，	55，	71

$1 \xrightarrow{+4} 5 \xrightarrow{+6} 11 \xrightarrow{+8} 19 \xrightarrow{+10} 29 \xrightarrow{+12} 41 \xrightarrow{+14} 55 \xrightarrow{+16} 71$

８組の最後の数は 71 なので，９組の１番目の数は 73，９組の２番目の数は 75，９組の３番目の数は 77 になります。

練習 $\boxed{2}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「三角数」や「平方数」，それに「立方数」に親しみましょう。

１組の整数の和（といっても１個しかありませんが）は１です。

２組の整数の和は，３＋５＝８です。

３組の整数の和は，７＋９＋11＝27 です。

４組の整数の和は，13＋15＋17＋19＝64 です。

1，8，27，64 という数は，「立方数」といわれる数です。

１×１×１＝１，２×２×２＝８，３×３×３＝27，４×４×４＝64，……となっています。

つまり，４組の整数の和なら，４×４×４＝64 とすればよいわけです。

13 組の整数の和は，13×13×13＝2197 になります。

練習 3 (1)

ワンポイント　数を四角くならべていく問題は，「平方数」と関係があります。

右の表の 1 段目には，数が 1，4，9，16，…とならんでいます。

1×1＝1，2×2＝4，3×3＝9，4×4＝16，…と，「平方数」になっています。

たとえば 1 段目の 8 列目なら，8×8＝64 になります。

	第1列	第2列	第3列	第4列	第5列
第１行	1	4	9	16	・
第２行	2	3	8	15	・
第３行	5	6	7	14	
第４行	10	11	12	13	
第５行	17	18	・	・	

また，数は，右のように の順に増えていっていますから，

	第1列	第2列	第3列	第4列	第5列
第１行	1	4	9	16	・
第２行	2	3	8	15	・
第３行	5	6	7	14	
第４行	10	11	12	13	
第５行	17	18	・	・	

右のかげをつけた，1 行目の 9 列目の数は，9×9＝81 になります。

2 行目の 9 列目の数は，81 より 1 小さい 80 で，
3 行目の 9 列目の数は，80 より 1 小さい 79 です。

3 行目の 9 列目は，79 であることがわかりました。

	第1列	第2列	第3列	第4列	第5列	第6列	第7列	第8列	第9列	第10列
第１行	1	4	9	16						
第２行	2	3	8	15						
第３行	5	6	7	14						
第４行	10	11	12	13						
第５行	17	18								
第６行										
第７行										
第８行										
第９行										
第10行										

練習 3 (2)

ワンポイント　100 に近い平方数をさがします。

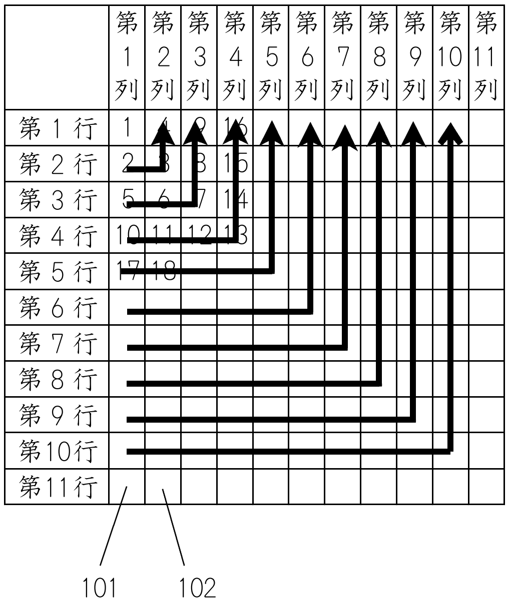
	第1列	第2列	第3列	第4列	第5列
第１行	1	4	9	16	・
第２行	2	3	8	15	・
第３行	5	6	7	14	
第４行	10	11	12	13	
第５行	17	18	・	・	

整数の並び方は，１行目が必ず平方数になっています。

そこで，102 に近い平方数をさがして，そこから 102 まで，数を進ませる（またはもどす）ことにします。

ところで，102 に近い平方数を求めるには，だいたいの見当（けんとう）をつけて計算してみるしかありません。

たとえば 10×10 なら，100 になってかなり 102 に近いです。



１行目の 10 列目の数が 100 であることがわかりました。

ということは，101，102 は右の表の場所にあることになるので，102 は，11 行目の２列目の数であることがわかりました。

練習 4 (1)

ワンポイント　１行目の数は，「 三角数 」になっています。

	第1列	第2列	第3列	第4列	第5列
第１行	1	3	6	10	15
第２行	2	5	9	14	·
第３行	4	8	13	·	·
第４行	7	12	·		
第５行	11	·			

１行目の１列目は，１です。
１行目の２列目は，１+２＝３です。
１行目の３列目は，１+２+３＝６です。

このように，１行目の数は，１から列の数までの和になっています。

	第1列	第2列	第3列	第4列	第5列	第6列	第7列	第8列	第9列	第10列
第１行	1	3	6	10	15			·	·	·
第２行	2	5	9	14	·					
第３行	4	8	13	·	·					
第４行	7	12	·							
第５行	11	·								
第６行										
第７行										
第８行										
第９行										
第10行										

７行目の２列目の数の次の数は，６行目の３列目です。

６行目の３列目の数の次の数は，５行目の４列目です。

たとえば，７行目の２列目の数を (7，2) のように表すことにすると，

(7，2) → (6，3) → (5，4) → (4，5) → (3，6) → (2，7) → (1，8) となり，(1，8) は１から８までの和ですから，(1＋8)×8÷2＝ 36 です。

(1，8) が 36 ならば，(7，2) は６だけ小さい数なので，36－6＝ 30 になります。

練習 $\boxed{4}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　83に近い「 三角数 」をさがします。

1行目の1列目は，1です。
1行目の2列目は，1＋2＝3です。
1行目の3列目は，1＋2＋3＝6です。

	第1列	第2列	第3列	第4列	第5列
第1行	1	3	6	10	15
第2行	2	5	9	14	・
第3行	4	8	13	・	・
第4行	7	12	・		
第5行	11	・			

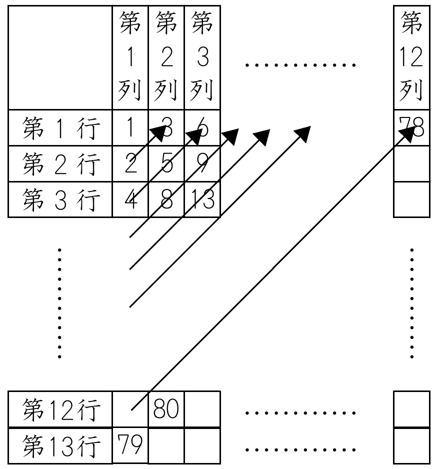
このように，1行目の数は，1から列の数までの和になっています。
1からある整数までの和を，「三角数」といいます。
そこで，83に近い「三角数」を，さがすことにします。

1から10までの和は，55です。（おぼえておきましょう。）
1から11までの和は，55＋11＝66です。
1から12までの和は，66＋12＝78です。78は，83にかなり近い数です。

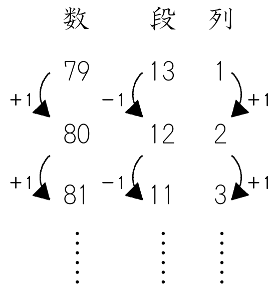
たとえば1行目の3列目の数なら，1から3までの和である6になっているように，78は1から12までの和ですから，1行目の12列目の数です。

	第1列	第2列	第3列	…………	第12列
第1行	1	3	6		78
第2行	2	5	9		
第3行	4	8	13		

右の表のように，数は左下から右上に向かってならんでいます。



ですから，78の次の数である79は，13行目の1列目になります。その次の数である80は，12行目の2列目になります。



数を1増やすごとに，行の数は1減って，列の数は1増えます。
83は，79から 83−79＝4 だけ増えているので，行の数は4減らして 13−4＝9 になり，列の数は4増やして 1＋4＝5 になります。
よって，83は**9行目の5列目**になります。

練習 $\boxed{5}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　５段目までは書いてあるので，あと２段くらい，書いてしまいましょう。

このように三角形の形で並べたものを，「パスカルの三角形」といいます。

次の段の数を作るきまりを，よく考えてみましょう。

たとえば５段目の場合，まず左右両はしに１を書き（右の表のアとカ），イは４段目の１と４を加えて５にし，ウは４段目の４と６を加えて 10 にし，エ・オ・カも同様に計算して，求めることができます。

１段目……　1　1
２段目……　1　2　1
３段目……　1　3　3　1
４段目……　1　4　6　4　1
５段目……　1　5　10　10　5　1
↑　↑　↑　↑　↑　↑
ア　イ　ウ　エ　オ　カ

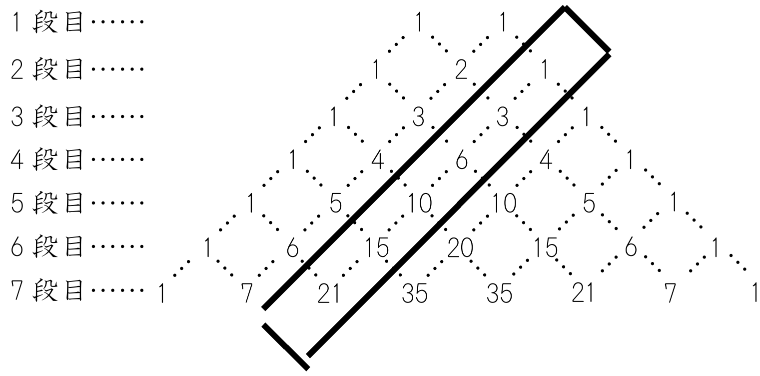
６段目・７段目も同じようにして右の表のように求めることができますから，〈7，4〉である，７段目の左から４番目は，35 になります。

１段目……　1　1
２段目……　1　2　1
３段目……　1　3　3　1
４段目……　1　4　6　4　1
５段目……　1　5　10　10　5　1
６段目……　1　6　15　20　15　6　1
７段目……　1　7　21　35　35　21　7　1

練習 $\boxed{5}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　それぞれの段の，左から３番目の数には，あるきまりがあります。

それぞれの段の，左から３番目の数をワクでかこったのが，右の表です。



この表を見ると，左から３番目の数は，「三角数」になっていることに気づきます。

「三角数」というのは，

1＝1，
3＝1＋2，
6＝1＋2＋3，
10＝1＋2＋3＋4，
…………

という，1から□までの整数をすべて足した数のことです。

ところで，「91」という数は，1＋2＋3＋…＋13 です。（覚えておいてください。）

でも，答えは13ではありません。

なぜなら，たとえば 1＋2＋3＋4 の計算をすると10になりますが，10は4段目ではなく5段目にあるように，1をプラスした段になるからです。

（左から3番目の数は，1段目からではなく2段目から始まっているのが原因です。）

よって91は，13＋1＝14（段目）にあるので，答えは14になります。

練習 5 (3)

ワンポイント　7段目あたりで実験してみて，10 段目のことを考えましょう。

7段目までのようすを書いたのが下の表です。この表を見て，よく考えてみましょう。

1段目……				1	1			
2段目……				1	2	1		
3段目……			1	3	3	1		
4段目……			1	4	6	4	1	
5段目……		1	5	10	10	5	1	
6段目……	1	6	15	20	15	6	1	
7段目……	1	7	21	35	35	21	7	1

たとえば7段目では，全部で8個の数が並んでいます。（7個ではなく，1プラスした数である8個が並んでいることに注意しましょう。）

7段目の左から1番目の数である1と，左から8番目の数である1は，同じ数ですね。

「1番目＝8番目」ということです。

同様に，左から2番目の数と，左から7番目の数も同じです。

「2番目＝7番目」ということです。

他に，「3番目＝6番目」，「4番目＝5番目」もわかりますね。

ところで，これらの「△番目＝□番目」という式をじーっと見ていると，「△と□の和が，いつも9になっている」ことに気がつきます。

10段目の場合も，同じようにして考えてみます。

「△番目＝□番目」のとき，7段目だったら△と□の和はいつも9ですが，10段目のときは，全部で11個の数が並んでいるので，

「1番目＝11番目」

「2番目＝10番目」

………………

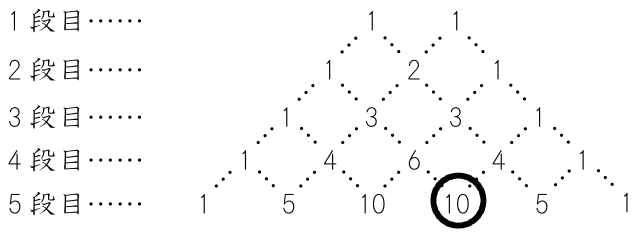
このように，和が12になるのです。

よって，〈10，7〉＝〈10，イ〉の，イに入る数は，12−7＝5 になります。

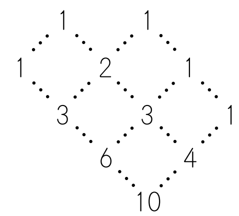
（次のページへ）

では次に，〈10，5〉は何という数になるのかを，考えてみましょう。
10段目まですべて書いてもできますが，もっと「ズルく，ラクな」解き方があればいいですね。

たとえば，5段目までの表は，右の表のようになっていました。
この中に，5段目の4番目の数である，「10」について考えてみます。

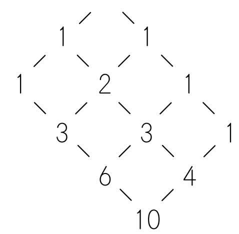


「10」を求めるのに関係ない数はすべて取りのぞくと，右の表のようになります。

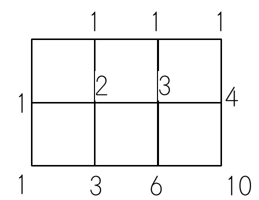


…どうですか，このような図，前にやったことがあるのではないですか？
これでも気づかないならば，

右の図ではどうでしょうか？

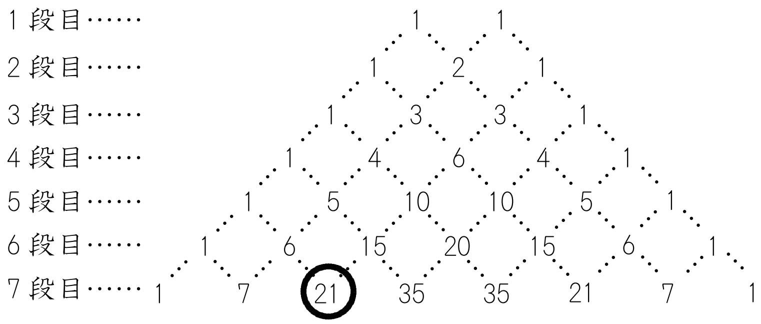


そう，これは右の図のような，ごばんの目の道を最短距離で通る場合の数を求めるのと，同じ形をしていますね。
つまり，5段目の左から4番目の数を求めるならば，横に3本，たてに2本あるごばんの目の道になります。
「左から4番目だったら，横に3本」になっていること，また，「5段目だったら，たてと横の本数の合計も5本」になっていることに，注意してください。



（次のページへ）

　右の表の，7 段目の 3 番目の数を求めるならば，横に 2 本，たてに 5 本あるごばんの目の道になります。
　このときも，「左から 3 番目だったら，横に 2 本」になっていること，また，「 7 段目だったら，たてと横の本数の合計も 7 本」になっていますね。



　ですから，10 段目の 5 番目の数を求めるときも同じように，
　「左から 5 番目だから，横に 4 本」になり，「10 段目だから，たてと横の本数の合計も 10 本」であることがわかります。
　あとは，実際にごばんの目の道を書いてもいいのですが，もっとまちがえにくい計算の方法があります。

　いま，「たてと横の本数の合計が 10 本」であることがわかっていますね。
　たてを｜，横を―とします。

　｜｜｜｜｜｜｜｜｜｜　のように，たてを 10 本並べただけでは，ごばんの目の道を通ることができません。
　なぜなら，たての道だけではなく，横の道も必要だからです。
　横の道は 4 本必要でした。
　ですから，たて 10 本の道のうち，どれか 4 本を横の道に変えてあげればよいのです。
　つまり「10 本のたての道の中から，4 本選んで横の道にする場合の数は何通りあるか」ということです。

　もっと簡単に言うなら，「10 本中 4 本を選ぶ」ということですね。
　シリーズ 5 年上の第 12 回で習った方法です。
　分数の，分子に 10，分母には 4 を書き，

$$\frac{10}{4}$$

　分母は 1 になるまでカウントダウンしながらかけ算を書き，

$$\frac{10}{4\times3\times2\times1}$$

　分子も同じ個数ぶん，カウントダウンしながらかけ算を書きます。

$$\frac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1}$$

　右のように約分できるので，答えは 10×3×7＝210 になります。

$$\frac{10\times\cancel{9}^{3}\times\cancel{8}^{\cancel{2}^{1}}\times7}{\cancel{4}_{1}\times\cancel{3}_{1}\times\cancel{2}_{1}\times1}$$