演習問題集5年上第18回・くわしい解説

目　次

すぐる学習会

https://www.suguru.jp

反復問題(基本) $\boxed{1}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　７ずつ増えていく，等差数列です。

①　次の公式を利用します。

等差数列のＮ番目 ＝ はじめの数 ＋ 増える数 ×（Ｎ － １）

はじめの数は２で，増える数は７です。
16 番目の数を求める問題なので，Ｎは 16 です。

よって 16 番目の数は，2＋7×(16－1)＝ 2＋7×15＝ 2＋105＝ 107 です。

②　等差数列の和を求めるには，次の公式を利用します。

等差数列の和 ＝(はじめの数＋おわりの数)×Ｎ÷２

はじめの数は２で，個数は１番目から 16 番目までの 16 個です。
あとは，おわりの数さえわかれば，答えを求めることができます。

おわりの数というのは，16 番目の数のことですから，①で求めた通り 107 です。

１番目の数から 16 番目の数までの和 ＝ (2＋107)×16÷2＝ 109×16÷2＝ 109×8＝ 872 になります。

反復問題(基本) $\boxed{1}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　５番目のときなどのサンプルを書いて考えると，わかりやすくなります。

この数列は，右のように増えていっています。

2，　3，　5，　8，　12，　17，……
+1　+2　+3　+4　+5

たとえば，5 番目の数である 12 を求めるときに，どのような計算で求めるのかを考えてみます。

2，　3，　5，　8，　12，　17，……
+1　+2　+3　+4　+5

1 番目の数は 2 です。
この，1 番目の数に，

2，　3，　5，　8，　12，　17，……
+1　+2　+3　+4　+5

1 をたして 2 をたして 3 をたして 4 をたせば，5 番目の数である 12 になります。

2，　3，　5，　8，　12，　17，……
+1　+2　+3　+4　+5

つまり，1 番目の数である 2 に，1 から 4 までの数をたせば，5 番目の数になります。
ここで注意するのは，5 番目の数を求めるときには，1 から 5 までの数をたすのではなく，1 から 4 までの数をたす，ということです。
式で書けば，5 番目の数である 12 を求めるときには，2＋(1＋2＋3＋4) とすることになります。

同じように考えれば，6 番目の数である 17 を求めるときには，2＋(1＋2＋3＋4＋5) とすることになります。

2，　3，　5，　8，　12，　17，……
+1　+2　+3　+4　+5

この問題では，18 番目の数を求めたいのですから，1 番目の数である 2 に，1 から 18 までの和ではなく，1 から 17 までの和をたすことになります。

18番目の数

2，　3，　5，　8，　12，　17，……，
+1　+2　+3　+4　+5　+17

式にすると，　2＋(1＋2＋3＋…＋17)　となります。

1 から 17 までの和は，(はじめの数＋おわりの数)×Ｎ÷2＝(1＋17)×17÷2＝153 ですから，答えは，2＋153＝155 になります。

反復問題(基本) 1 (3)

ワンポイント　１から始まる奇数の和は，特別な解き方があります。

① 1，3，5，7，9，11，……のように，1から始まって，奇数だけが並んでいる場合は，特別な解き方があります。

たとえば，はじめから４番目までの和は，1＋3＋5＋7＝16です。16＝４×４ですね。
はじめから５番目までの和なら，1＋3＋5＋7＋9＝25です。25＝5×5ですね。

このようにして，はじめから□番目までの和なら，□×□となるのです。

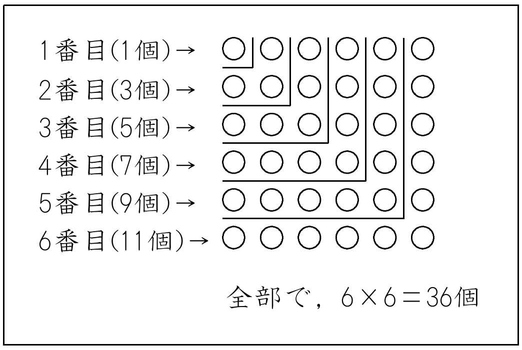
はじめから６番目までの和なら，6×6＝36となります。

36のような，「同じ数×同じ数」となっている数を，「平方数」といいます。

はじめから□番目までの和なら，□の平方数になる，ということですね。

なぜそのようになるかは，右の図で理解しましょう。

よって，はじめから30番目までの和なら，30×30＝900になります。



② ①で，1，3，5，7，9，11，……のような，1から始まる奇数の和の場合は，はじめから□番目までの和なら，□の平方数になる，ということがわかりました。

2500は何の平方数か，わかりますか？

もし25なら，25＝5×5ですから，5の平方数です。

2500の場合は，2500＝50×50ですから，50の平方数です。

よって，はじめから50番目のまでの和が2500になりますから，答えは50番目です。

反復問題(基本) 1 (4)

ワンポイント　段にして書きましょう。

① 右の図のように段にして書くと，わかりやすくなります。

1 組目 → 1，2，3
2 組目 → 2，3，4
3 組目 → 3，4，5
4 組目 → 4，5，6
5 組目 → 5，6，7
…………………………

右の図を見ると，1 組目は 1 が左はしにあり，2 組目は 2 が左はしにあり，……となっています。

よって，□組目なら，□が左はしにあります。

①の問題では，10 組目ですから，10 が左はしにあります。

10 組目をすべて書くと，「10，11，12」となりますから，真ん中の数は 11 です。

② 段にして書くと，たとえば 5 がはじめてあらわれるのは，3 組目の右はしです。
6 がはじめてあらわれるのは，4 組目の右はし，7 がはじめてあらわれるのは，5 組目の右はしです。

1 組目 → 1，2，3
2 組目 → 2，3，4
3 組目 → 3，4，5
4 組目 → 4，5，6
5 組目 → 5，6，7
…………………………

このようにして，はじめてあらわれるのは，それぞれの組の右はしであることがわかります。

20 がはじめてあらわれるのも，何組目かの右はしです。

つまり，何組目かが，「何か，何か，20」となっていて，その 20 が，はじめてあらわれる 20 です。

右はしが 20 なら，真ん中の数は 19 で，左はしは 18 です。

たとえば 4 組目なら左はしは 4，5 組目なら左はしは 5，というように，□組目なら左はしは□です。

よって，左はしが 18 になっているのは，18 組目であることがわかります。

この問題は，20 がはじめてあらわれるのは，左から何番目か，という問題でした。

1 組に 3 個ずつ，全部で 18 組あるのですから，3×18＝54(番目)にはじめて 20 があらわれます。

反復問題(基本) 1 (5)

ワンポイント　段にして書きましょう。

①　分母が同じ数のものは同じ段になるようにして，右のように段にして書きます。

$$
\begin{array}{l}
\frac{1}{1},\\
\frac{1}{2},\ \frac{2}{2},\\
\frac{1}{3},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{3},\\
\frac{1}{4},\ \frac{2}{4},\ \frac{3}{4},\ \frac{4}{4},\\
\frac{1}{5},\ \cdots\cdots
\end{array}
$$

１段目には分母が１の分数が１個ならんでいます。
２段目には分母が２の分数が２個ならんでいます。
３段目には分母が３の分数が３個ならんでいます。
４段目には分母が４の分数が４個ならんでいます。

$$
\begin{array}{ll}
\frac{1}{1}, & \longrightarrow 1\text{個}\\
\frac{1}{2},\ \frac{2}{2}, & \longrightarrow 2\text{個}\\
\frac{1}{3},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{3}, & \longrightarrow 3\text{個}\\
\frac{1}{4},\ \frac{2}{4},\ \frac{3}{4},\ \frac{4}{4}, & \longrightarrow 4\text{個}\\
\frac{1}{5},\ \cdots\cdots & \longrightarrow 5\text{個}\\
\frac{1}{6},\ \cdots\cdots & \longrightarrow 6\text{個}\\
\frac{1}{7},\ \frac{2}{7} & \longrightarrow 2\text{個}
\end{array}
$$

同じように考えると，$\frac{2}{7}$ がならんでいる段のすぐ上の段である，６段目の段には，６個の分数がならんでいます。

７段目には，$\frac{2}{7}$ までの２個の分数がならんでいますから，全部で，$(1+2+\cdots+6)+2=(1+6)\times6\div2+2=23$（個）の分数がならんでいます。

よって，$\frac{2}{7}$ は 23 番目の分数です。

②　①と同じようにして段にすると，５段目までは，$1+2+3+4+5=15$(個)の分数が並んでいます。

もし６段目までなら，さらにあと６個増えて，$15+6=21$(個)になります。
７段目までなら，$21+7=28$(個)，８段目までなら，$28+8=36$(個)です。もう少しですね。

９段目までなら，$36+9=45$(個)で，43 個をオーバーしてしまいます。

よって，８段目までの 36 個と，あと $43-36=7$(個)です。

この７個は，９段目にありますから，９段目の７番目を求めればよいことになります。

９段目の分母は９ですから，答えは $\frac{7}{9}$ になります。

反復問題(基本) $\boxed{2}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　すでに４行の１列目まで書いてあるので，全部書いちゃってもできちゃいますね。

右のように，１行に７個ずつ，数がならんでいます。

1　2　3　4　5　6　7　→ 7個
8　9　10　11　12　13　14　→ 7個
15　16　17　18　19　……　→ 7個

５行目までは７個ずつ並んでいて，５行目までで $7\times5=35$ (個)の数がならんでいます。

６行目の５列目を求めるのですから，６行目は５個だけならんでいるとします。

よって，$35+5=40$ (個)の数がならんでいるので，６行目の５列目の数は 40 です。

5行
1　2　3　4　5　6　7　→ 7個
8　9　10　11　12　13　14　→ 7個
15　16　17　18　19　……　→ 7個
………………………………
○　○　○　○　○
これ

反復問題(基本) $\boxed{2}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「21 行目の３列目 」という答えにしやすいです。注意しましょう。

右のように，１行に７個ずつ，数がならんでいます。

1　2　3　4　5　6　7　→ 7個
8　9　10　11　12　13　14　→ 7個
15　16　17　18　19　……　→ 7個

$150\div7=21$ あまり３ですから，150 までには，21 行ならんでいて，あと３個あまっています。
３個あまっている数のうち，最後の数が，150 になります。

21行
1　2　3　4　5　6　7　→ 7個
8　9　10　11　12　13　14　→ 7個
15　16　17　18　19　……　→ 7個
………………………………
………………………………
○　○　○
これが150

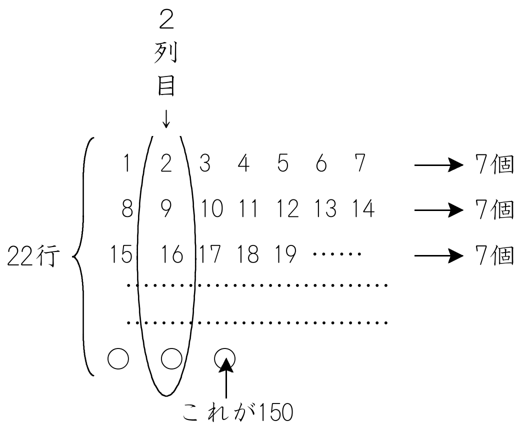
ということは，150 があるのは，21 行目ではなく，その次の，22 行目になります。

よって，150 は，22 行目の３列目の数になります。

21行
1　2　3　4　5　6　7　→ 7個
8　9　10　11　12　13　14　→ 7個
15　16　17　18　19　……　→ 7個
………………………………
………………………………
22行目　○　○　○
これが100

反復問題(基本) $\boxed{2}$ (3)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　2列目にならんでいる数は，等差数列になっています。



2列目にならんでいるのは，2，9，16，……
のように，7ずつふえる等差数列になっています。

150は22行目の3列目の数ですから，2列目の数は，全部で22個ならんでいます。

2列目にならんでいる数のうち，22個目の数は，
はじめ＋ふえる数×(N－1)＝2＋7×(22－1)＝149のように求めてもよいですが，22行目の3列目の数が150ですから，150，149のようにもどっていった方が簡単です。

よって，2列目にならぶ数の和は，
(はじめ＋おわり)×N÷2＝(2＋149)×22÷2＝1661になります。

反復問題(基本) 3 (1)

ワンポイント　５ずつの段にしましょう。

1 段目	→	1，2，3，4，(5)
2 段目	→	6，7，8，9，(10)
3 段目	→	11，12，13，14，(15)
4 段目	→	16，17，18，19，(20)
5 段目	→	21，22，23，………
……		

５の倍数でない数をならべたのですから，右の図のように５ずつの段にして考えます。

5，10，15，20，25，…という数にカッコをしたのは，実際にはならんでいない数だからです。

この問題は，23 が何番目の数かを求める問題です。

１段に(カッコをした数もふくめて)５個ずつ数があります。

23÷5＝４ あまり ３ ですから，４段と，あと３個あまっています。

実際にはカッコをつけた数はカウントしないので，４段ぶんのカッコ(5，10，15，20)をカウントしないことになりますから，23－4＝19(個)の数がならんでいます。

よって 23 は，左から 19 番目にあります。

反復問題(基本) 3 (2)

ワンポイント　４ずつの段にしましょう。

５の倍数でない数をならべたのですから，右の図のように５ずつの段にして考えます。

1	段目	→	1，2，3，4，(5)
2	段目	→	6，7，8，9，(10)
3	段目	→	11，12，13，14，(15)
4	段目	→	16，17，18，19，(20)
5	段目	→	21，22，23，………
………			

5，10，15，20，…という数にカッコをしたのは，実際にはならんでいない数だからです。

(2)は，33 番目の数が何かを求める問題です。

カッコをした数は実際にはならんでいないので，1 段には４個ずつ数がならんでいます。

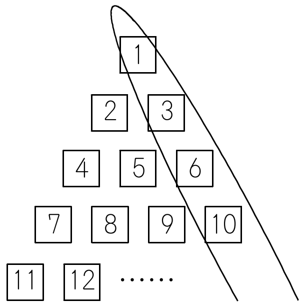
1	段目	→	1，2，3，4，(5)
2	段目	→	6，7，8，9，(10)
3	段目	→	11，12，13，14，(15)
4	段目	→	16，17，18，19，(20)
5	段目	→	21，22，23，24，(25)
6	段目	→	26，27，28，29，(30)
7	段目	→	31，32，33，34，(35)
8	段目	→	36，37，38，39，(40)
9	段目	→	41

33÷4＝8 あまり 1 ですから，33 個目の数までには，8 段と，あと 1 個の数があまっています。

カッコをした数もふくめてカウントすると，8 段ぶんのカッコをした数(5，10，15，…，40) をふくめることになるので，33＋8＝ 41 になります。

反復問題(基本) 4 (1)

ワンポイント　それぞれの段の，右はしの数に注目しましょう。



それぞれの段の右はしの数は，
1，
1＋2＝ 3，
1＋2＋3＝ 6，
1＋2＋3＋4＝ 10，
………

のように，たとえば４段目なら，１から４までの和になっています。
このような数のことを，「三角数」といいます。

(1)では，10 段目の左から３番目の数を求める問題です。

９段目の右はしの数は，1＋2＋……＋9＝（はじめ＋おわり）× N ÷2＝（1＋9）×9÷2＝ 45 です。

10 段目の左から３番目を求めるのですから，10 段目の３個ぶんを合わせて，45＋3＝ 48 になります。

反復問題(基本) $\boxed{4}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$ 80に近い三角数を求めましょう。

(2)の解説を読むときは，まず(1)の解説を読んで，「三角数」について理解してから，(2)の解説を読みましょう。

次の三角数をおぼえましょう。

1から4までの和	… 10
1から10までの和	… 55
1から13までの和	… 91

80に近い三角数を考えます。

1から10までの和は55ですから，1から11までの和は，55＋11＝66 です。

1から12までの和は，66＋12＝78 です。

よって80は，12段と，あと 80－78＝2(個)です。

よって80は，12段目ではなく，その次の**13段目の左から2番目**になります。

反復問題(基本) $\boxed{4}$ (3)

ワンポイント　等差数列の和の公式を利用しましょう。

たとえば１段目なら１個，２段目なら２個，３段目なら３個，……の数がならんでいます。

よって，20段目なら20個の数がならんでいます。

その20個の数の和を求めればよいわけです。

等差数列の和は，「(はじめ＋おわり)×Ｎ÷２」の公式で求めることができます。

Ｎは20個ですから，「はじめ」，「おわり」の数がわかれば，答えを求めることができます。

「おわり」の数は，
たとえば３段目のおわりの数は１＋２＋３＝６，
４段目のおわりの数は１＋２＋３＋４＝10のようになっているので，
20段目のおわりの数は，１＋２＋３＋…＋20＝(１＋20)×20÷２＝210です。

また，19段目のおわりの数は，１＋２＋３＋…＋19＝(１＋19)×19÷２＝190 ですから(※)，20段目のはじめの数はその次の数なので，191です。
(※)　20段目のおわりの数が210ですから，19段目のおわりの数は，210－20＝190と求めてもＯＫです。

20段目のはじめの数は191，おわりの数は210，個数は20個ですから，20段目の数の和は，
(はじめ＋おわり)×Ｎ÷２＝(191＋210)×20÷２＝4010 です。

反復問題(練習) 1 (1)

ワンポイント　12 ずつの段にしましょう。

1 段目	→	1，2，3，5，7，9，10，11，(12)
2 段目	→	13，14，15，17，19，21，22，23，(24)
3 段目	→	25，26，27，29，31，33，34，35，(36)
……		

4 の倍数でも 6 の倍数でもない数をならべたのですから，右の図のように，4 と 6 の最小公倍数である 12 ずつの段にして考えます。

12，24，36，…という数にカッコをしたのは，実際にはならんでいない数だからです。

それぞれの段の左はしの数は，(1 段目の数が 1 であるように)12 でわったときのあまりが 1 である数がならんでいます。

それぞれの段の左から 2 番目の数は，(1 段目の数が 2 であるように)14 でわったときのあまりが 2 である数がならんでいます。

それぞれの段の左から 3 番目の数は，(1 段目の数が 3 であるように)14 でわったときのあまりが 3 である数がならんでいます。

同じようにして，左から 4 番目，5 番目，6 番目，7 番目，8 番目の数は，12 でわったときのあまりが，それぞれ 5，7，9，10，11 である数がならんでいます。

また，一番右はしのカッコをつけた数は，12 の倍数がならんでいます。

この問題は，55 が何番目かを求める問題です。

55÷12＝4 あまり 7 ですから，4 段と，あと 7 あまっています。

12 でわったときのあまりが 7 である数は，左から 5 番目の数です。

1 段には，(カッコをつけた数をのぞいて)8 個の数があり，それが 4 段と，あと 5 個の数があるのですから，8×4＋5＝ 37 となり，55 は 37 番目の数であることがわかりました。

反復問題(練習) 1 (2)

ワンポイント　12ずつの段にしましょう。

1 段目	→	1，2，3，5，7，9，10，11，(12)
2 段目	→	13，14，15，17，19，21，22，23，(24)
3 段目	→	25，26，27，29，31，33，34，35，(36)
……		

4の倍数でも6の倍数でもない数をならべたのですから，右の図のように，4と6の最小公倍数である12ずつの段にして考えます。

12，24，36，…という数にカッコをしたのは，実際にはならんでいない数だからです。

左から1番目，2番目，3番目，4番目，5番目，6番目，7番目，8番目の数は，12でわったときのあまりが，それぞれ1，2，3，5，7，9，10，11である数がならんでいます。

(2)の問題は，55個目の数が何であるかを求める問題です。

1段に(カッコをつけた数をのぞいて)8個ずつ数があるのですから，55個目の数は，
55÷8＝6 あまり 7 により，6段と，あと7個の数があまっています。

1段目のカッコつきの数は12，2段目のカッコつきの数は24，…のように，それぞれの段のカッコつきの数は，12の倍数になっています。

よって6段目のカッコつきの数は，12×6＝72です。

あと7個の数があまっていますが，7番目の数というのは，14でわったときのあまりが10である数です。

よって72に7を足すのではなく，72に10を足して，72＋10＝82が，左から55番目の数です。

反復問題(練習) 2 (1)

ワンポイント　それぞれの組の，最後の数に注目しましょう。

1 組には 1 個，2 組には 2 個，…，7 組には 7 個の数がありますから，1 組から 7 組までででは，1＋2＋3＋4＋5＋6＋7＝ 28(個)の数があります。

よって，7 組の最後の数は，はじめから数えて 28 個目の数です。

したがって 8 組の 5 番目の数は，はじめから数えて 28＋5＝ 33(個)目の数です。

たとえば，4 組の 2 番目の数は，はじめから数えて 8 個目の数ですが，16 という偶数になっています。8 個目だから，8×2＝ 16 になっているわけです。

同じように考えて，8 組の 5 番目の数は，はじめから数えて 33 個目の数ですから，33×2＝ 66 になります。

反復問題(練習) 2 (2)

ワンポイント　シリーズ練習問題 2 (2)とは，まったくちがう問題です。

たとえば，1 組から 5 組までででは，1＋2＋3＋4＋5＝ 15(個)の整数があります。

同じようにして，1 組から 12 組までででは，1＋2＋…＋12＝ (1＋12)×12÷2＝ 78(個)の整数があります。

よって，12 組の最後の数は，78 個目の数です。

たとえば，4 組の 2 番目の数は，はじめから数えて 8 個目の数ですが，16 という偶数になっています。8 個目だから，8×2＝ 16 になっているわけです。

同じように考えて，12 組の最後の数は，78×2＝ 156 です。

また，11 組の最後の数は，1＋2＋…＋11＝ 66(個)目の整数ですから，66×2＝ 132 です。

よって，12 組には，132＋2＝ 134 から 156 までの，12 個がならんでいます。

12 組の整数の和は，(はじめ＋おわり)×Ｎ÷2＝ (134＋156)×12÷2＝ 1740 になります。

反復問題(練習) 3 (1)

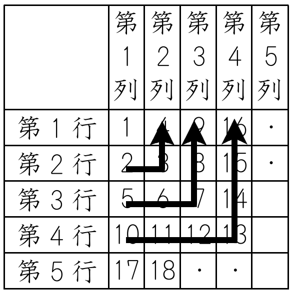
ワンポイント　数を四角くならべていく問題は，「平方数」と関係があります。

右の表の 1 段目には，数が 1，4，9，16，…とならんでいます。
1×1＝1，2×2＝4，3×3＝9，4×4＝16，…と，「平方数」になっています。

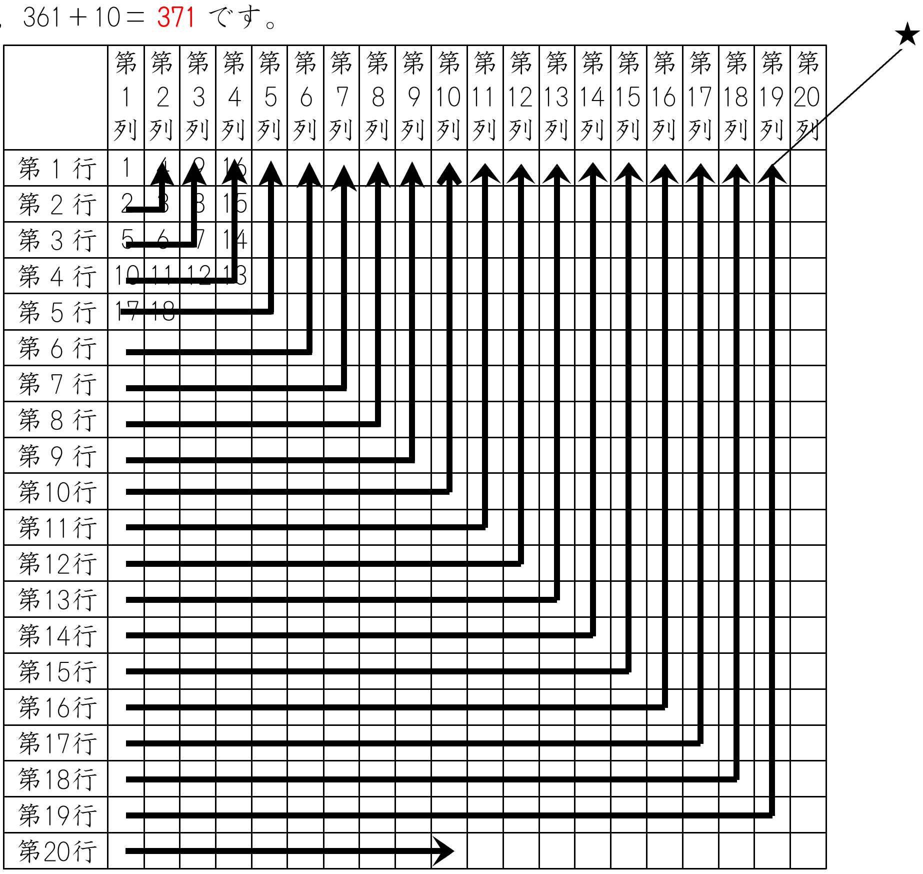
たとえば 1 段目の 8 列目なら，8×8＝64 になります。

	第1列	第2列	第3列	第4列	第5列
第 1 行	1	4	9	16	・
第 2 行	2	3	8	15	・
第 3 行	5	6	7	14	
第 4 行	10	11	12	13	
第 5 行	17	18	・	・	

また，数は，右のように の順に増えていっています。



下の表の★をつけたところは 19×19＝361 ですから，20 行目の 10 列目は★よりも 10 大きい数なので，361＋10＝ 371 です。



反復問題(練習) 3 (2)

ワンポイント　250 に近い平方数をさがします。

整数の並び方は，１行目が必ず平方数になっています。

	第1列	第2列	第3列	第4列	第5列
第１行	1	4	9	16	・
第２行	2	3	8	15	・
第３行	5	6	7	14	
第４行	10	11	12	13	
第５行	17	18	・	・	

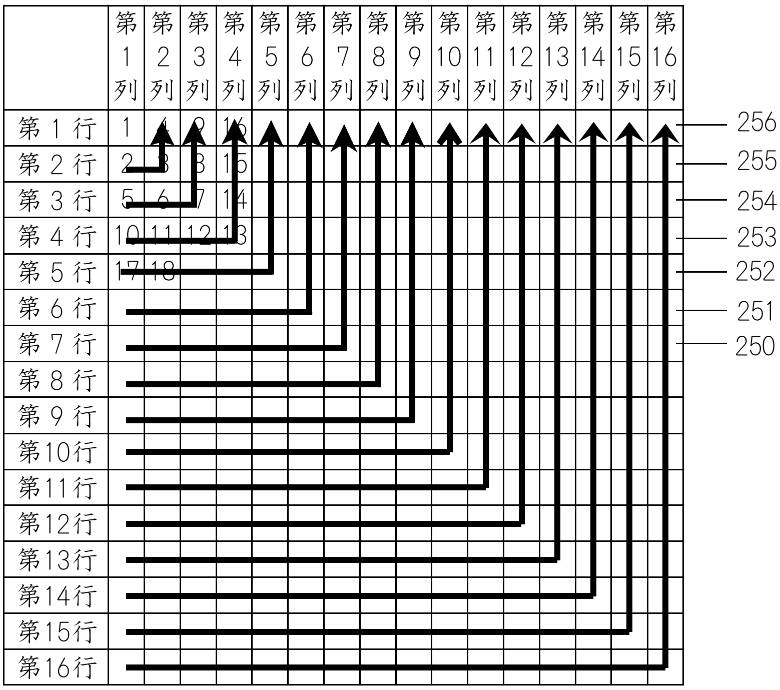
そこで，250 に近い平方数をさがして，そこから 250 まで，数を進ませる（またはもどす）ことにします。

ところで，250 に近い平方数を求めるには，だいたいの見当(けんとう)をつけて計算してみるしかありません。

16×16 なら，256 になってかなり 250 に近いです。

１行目の 16 列目の数が 256 であることがわかりました。

ということは，256 から 250 は下の表の場所にあるので，250 は，7 行目の 16 列目の数であることがわかりました。



反復問題(練習) 4 (1)

ワンポイント　１行目の数は，「 三角数 」になっています。

	第1列	第2列	第3列	第4列	第5列
第１行	1	3	6	10	15
第２行	2	5	9	14	・
第３行	4	8	13	・	・
第４行	7	12	・		
第５行	11	・			

１行目の１列目は，１です。
１行目の２列目は，１+２＝３です。
１行目の３列目は，１+２+３＝６です。

このように，１行目の数は，１から列の数までの和になっています。

10 行目の５列目の数の次の数は，９行目の６列目です。その次は，８行目の７列目です。

たとえば，10 行目の５列目の数を (10，5) のように表すことにすると，
(10，5) → (9，6) → (8，7) → (7，8) →……となりますが，そのうち，(1，□) という数になります。この，(1，□) という数は，１行目の数ですから三角数です。

(10，5)，(9，6)，…という数をよく見ると，(ア，イ) のアとイの和は，いつも 15 になっていることがわかります。

よって，(1，□)の場合も，１と□の和は 15 なので，□＝ 15－1＝ 14 です。

よって，(10，5) → (9，6) → (8，7) → (7，8) →……と書いていくと，そのうち(1，14) が出てくることになります。

(1，14)は三角数で，１から 14 までの和ですから，(1＋14)×14÷2＝ 105 です。
(あるいは，１から 13 までの和は 91 であることを覚えていますから，91＋14＝ 105でもＯＫ。)

(10，5) から進んでいって，(1，14) は 105 になります。

(行，列) の行の方だけ見ると，(10，5) と (1，14) は，10－1＝ 9 ちがいであることがわかります。

または，列の方だけ見ても，14－5＝ 9 ちがいです。

よって (1，14) は，(10，5) よりも 9 大きくなって，105 になったということです。

したがって (10，5) は，105－9＝ 96 になります。

反復問題(練習) 4 (2)

ワンポイント　146 に近い「 三角数 」をさがします。

	第1列	第2列	第3列	第4列	第5列
第１行	1	3	6	10	15
第２行	2	5	9	14	・
第３行	4	8	13	・	・
第４行	7	12	・		
第５行	11	・			

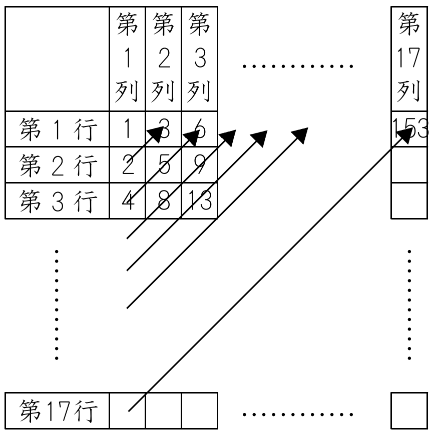
１行目の１列目は，１です。
１行目の２列目は，１＋2＝３です。
１行目の３列目は，１＋2＋3＝６です。

このように，１行目の数は，１から列の数までの和になっています。
１からある整数までの和を，「三角数」といいます。
そこで，146 に近い「三角数」を，さがすことにします。

１から 13 までの和は，91 です。(おぼえておきましょう。)
１から 14 までの和は，91＋14＝ 105 です。
１から 15 までの和は，105＋15＝ 120 です。
１から 16 までの和は，120＋16＝ 136 です。
１から 17 までの和は，136＋17＝ 153 です。153 は，146 にかなり近い数です。

たとえば１行目の３列目の数なら，１から３までの和である６になっているように，153 は１から 17 までの和ですから，１行目の 17 列目の数です。

	第1列	第2列	第3列	…………	第17列
第１行	1	3	6		153
第２行	2	5	9		
第３行	4	8	13		



右の表のように，数は左下から右上に向かってならんでいます。

１行目の 17 列目の数を(1，17)と表すことにすると，１つ前の数は２行目の 16 列目の数なので(2，16)です。

このように，１つもどると(行，列)の行の方が１大きくなり，列の方は１小さくなります。

いま，(1，17)＝ 153 を 146 にするのですから，153－146＝７小さくすることになるので，行の方を７大きくして，列の方を７小さくします。
よって，行は 1＋7＝８ になり，列は 17－7＝ 10 になるので，答えは８行目の 10 列目です。

反復問題(練習) 5 (1)

ワンポイント　５段目までは書いてあるので，あと３段くらい，書いてしまいましょう。

このように三角形の形で並べたものを，「パスカルの三角形」といいます。

次の段の数を作るきまりを，よく考えてみましょう。

たとえば５段目の場合，まず左右両はしに１を書き（右の表のアとカ），イは４段目の１と４を加えて５にし，ウは４段目の４と６を加えて10にし，エ・オ・カも同様に計算して，求めることができます。

１段目……　1　1
２段目……　1　2　1
３段目……　1　3　3　1
４段目……　1　4　6　4　1
５段目……　1　5　10　10　5　1
　　　　　　↑　↑　↑　↑　↑　↑
　　　　　　ア　イ　ウ　エ　オ　カ

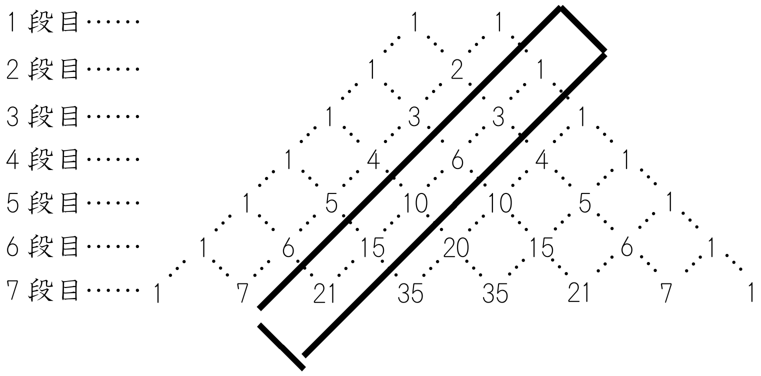
６段目・７段目・８段目も同じようにして右の表のように求めることができますから，〈8，4〉である，８段目の左から４番目は，56になります。

１段目……　1　1
２段目……　1　2　1
３段目……　1　3　3　1
４段目……　1　4　6　4　1
５段目……　1　5　10　10　5　1
６段目……　1　6　15　20　15　6　1
７段目……　1　7　21　35　35　21　7　1
8段目……　1　8　28　56

反復問題(練習) 5 (2)

ワンポイント　それぞれの段の，左から３番目の数には，あるきまりがあります。

それぞれの段の，左から３番目の数をワクでかこったのが，右の表です。



この表を見ると，左から３番目の数は，「三角数」になっていることに気づきます。

「三角数」というのは，
1 ＝ 1，
3 ＝ 1＋2，
6 ＝ 1＋2＋3，
10 ＝ 1＋2＋3＋4，
…………
という，1から□までの整数をすべて足した数のことです。

もし「91」なら，1＋2＋3＋…＋13です。（覚えておいてください。）
よって，1＋2＋3＋…＋14＝91＋14＝105 です。
1＋2＋3＋…＋15＝105＋15＝120 です。

でも，答えは15ではありません。

なぜなら，たとえば 1＋2＋3＋4 の計算をすると10になりますが，10は４段目ではなく５段目にあるように，1をプラスした段になるからです。
（左から３番目の数は，1段目からではなく2段目から始まっているのが原因です。）

よって120は，15＋1＝16（段目）にあるので，答えは16になります。

反復問題(練習) 5 (3)

ワンポイント　７段目あたりで実験してみて，10 段目のことを考えましょう。

７段目までのようすを書いたのが下の表です。この表を見て，よく考えてみましょう。

１段目……　1　1
２段目……　1　2　1
３段目……　1　3　3　1
４段目……　1　4　6　4　1
５段目……　1　5　10　10　5　1
６段目……　1　6　15　20　15　6　1
７段目……　1　7　21　35　35　21　7　1

たとえば７段目では，全部で８個の数が並んでいます。（７個ではなく，１プラスした数である８個が並んでいることに注意しましょう。）

７段目の左から１番目の数である１と，左から８番目の数である１は，同じ数ですね。

「１番目＝８番目」ということです。

同様に，左から２番目の数と，左から７番目の数も同じです。

「２番目＝７番目」ということです。

他に，「３番目＝６番目」，「４番目＝５番目」もわかりますね。

ところで，これらの「△番目＝□番目」という式をじーっと見ていると，「△と□の和が，いつも 9 になっている」ことに気がつきます。

12 段目の場合も，同じようにして考えてみます。

「△番目＝□番目」のとき，７段目だったら△と□の和はいつも９ですが，12 段目のときは，全部で 13 個の数が並んでいるので，

「１番目＝ 13 番目」

「２番目＝ 12 番目」

………………

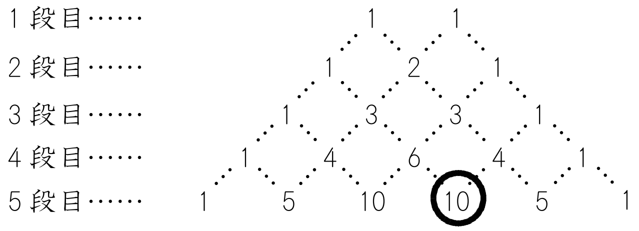
このように，和が 14 になるのです。

よって，〈12，10〉＝〈12，ウ〉の，ウに入る数は，14－10＝ 4 になります。

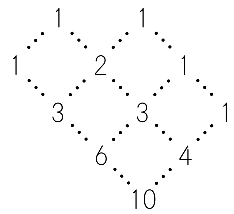
（次のページへ）

では次に，〈12，4〉は何という数になるのかを，考えてみましょう。

たとえば，５段目までの表は，
右の表のようになっていました。
この中に，５段目の４番目の数で
ある，「10」について考えてみます。

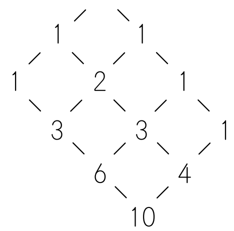


「10」を求めるのに関係ない数はすべて取りのぞくと，
右の表のようになります。

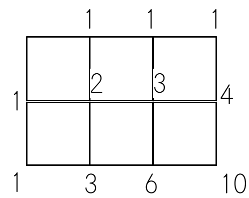


…どうですか，このような図，前にやったことがあるの
ではないですか？
これでも気づかないならば，

右の図ではどうでしょうか？



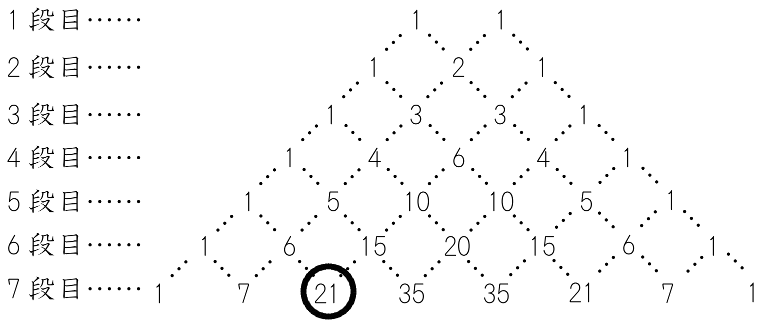
そう，これは右の図のような，ごばんの目の道を最短距離で
通る場合の数を求めるのと，同じ形をしていますね。
つまり，５段目の左から４番目の数を求めるならば，横に３本，
たてに２本あるごばんの目の道になります。
「左から４番目だったら，横に３本」になっていること，
また，「５段目だったら，たてと横の本数の合計も５本」になっている
ことに，注意してください。



（次のページへ）

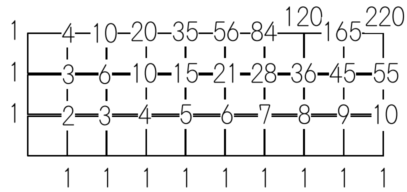
右の表の，7段目の3番目の数を求めるならば，横に2本，たてに5本あるごばんの目の道になります。

このときも，「左から3番目だったら，横に2本」になっていること，また，「7段目だったら，たてと横の本数の合計も7本」になっていますね。



ですから，12段目の4番目の数を求めるときも同じように，「左から4番目だから，横に3本」になり，「12段目だから，たてと横の本数の合計も12本」であることがわかります。よって，たての本数は，12－3＝9（本）です。

よって右の図のようになり，答えは220通りになります。



※　「12本のたて棒のうち，3本を横にする」と考えて，
12本中3本を選ぶ ＝(12×11×10)÷(3×2×1)＝220と求めてもＯＫです。

トレーニング $\boxed{1}$ (1)

この数列 1，3，6，10，15，21，……は，「三角数をならべた数列」です。

たとえば４番目の10は，１＋２＋３＋４＝ 10 です。

５番目の 15 も，１＋２＋３＋４＋５＝ 15 です。

同じように考えると，20 番目の数は，１から 20 までの和になるので，
(はじめ＋おわり)× N ÷２＝ (１＋20)× 20 ÷２＝ 210 です。

トレーニング $\boxed{1}$ (2)

この数列は，右のように増えていっています。

3，　4，　6，　9，　13，　18，……

+1　+2　+3　+4　+5

たとえば，5 番目の数である 13 を求めるときに，どのような計算で求めるのかを考えてみます。

3，　4，　6，　9，　13，　18，……

+1　+2　+3　+4　+5

1 番目の数は 3 です。
この，1 番目の数に，

3，　4，　6，　9，　13，　18，……

+1　+2　+3　+4　+5

1 をたして 2 をたして 3 をたして 4 をたせば，5 番目の数である 13 になります。
つまり，1 番目の数である 3 に，1 から 4 までの数をたせば，5 番目の数になります。

3，　4，　6，　9，　13，　18，……

+1　+2　+3　+4　+5

ここで注意するのは，5 番目の数を求めるときには，1 から 5 までの数をたすのではなく，1 から 4 までの数をたす，ということです。
式で書けば，5 番目の数である 13 を求めるときには，3＋(1＋2＋3＋4) とすることになります。

この問題では，45 番目の数を求めたいのですから，1 番目の数である 3 に，1 から 45 までの和ではなく，1 から 44 までの和をたすことになります。

45番目の数

3，　4，　6，　9，　13，　18，……，　○

+1　+2　+3　+4　+5　+44

式にすると，　3＋(1＋2＋3＋…＋44)　となります。

1 から 44 までの和は，(はじめの数＋おわりの数)×N÷2＝(1＋44)×44÷2＝990 ですから，答えは，3＋990＝993 になります。

トレーニング $\boxed{1}$ (3)

区切り線を入れるだけではなくて，

1，/1，2，/1，2，3，/1，2，3，4，/1，2，3，4，5，/1，2，……

右のように，段にして書きましょう。

1 段目	→ 1，
2 段目	→ 1，2，
3 段目	→ 1，2，3，
4 段目	→ 1，2，3，4，
5 段目	→ 1，2，3，4，5，
6 段目	→ 1，2，……

1段目は1個，2段目は2個，3段目は3個，……のようにならんでいますから，たとえば1段目から3段目までなら，1＋2＋3＝6 のように，「三角数」になります。

この問題では，40 番目の整数を求めます。

したがって，40 に近い「三角数」を求めることになります。

1から8までの和が，1＋2＋3＋4＋5＋6＋7＋8＝36 ですから，三角数に近いです。

40－36＝4 ですから，9段目の4番目が，はじめからかぞえて 40 番目の数です。

9段目は 1，2，3，4，…… とならんでいますから，9段目の4番目は 4 です。

トレーニング $\boxed{2}$ (1)

１番目は１です。

２番目は４です。2×2＝４となっています。

３番目は９です。3×3＝９となっています。

このように，□番目なら(□×□)という平方数になっています。

15 番目の場合は，15×15＝ 225 です。

トレーニング $\boxed{2}$ (2)

①　１段目の右はしの数は１です。

２段目の右はしの数は４です。2×2＝４ですね。

３段目の右はしの数は９です。3×3＝９ですね。

このように，□段目の右はしの数なら(□×□)という平方数になっています。

５段目の右はしの場合は，5×5＝25 です。

②　８段目は途中までしかならんでいません。７段目までなら，ちゃんと全部ならんでいます。

①でわかったとおり，□段目の右はしの数は，(□×□) という平方数になっています。

７段目の右はしは，7×7＝49 です。

求めるのは８段目の左から５個目ですから，49 よりも５大きい数になり，49＋5＝54 です。

③　①でわかったとおり，□段目の右はしの数は，(□×□) という平方数になっています。

そこで，80 に近い平方数をさがすことになります。

9×9＝81 が，80 に近い整数ですが，オーバーしています。

8×8＝64 が，80 に近い(が，オーバーしていない)平方数です。

64 は，８段目の右はしの数です。

あと，80－64＝16 で 80 になるのですから，80 は，８段目の次の，９段目の左から 16 番目にあります。

トレーニング $\boxed{3}$ (1)

1 段目 → 1，2，3，(4)
2 段目 → 5，6，7，(8)
3 段目 → 9，10，11，(12)
4 段目 → 13，14，15，(16)
5 段目 → 17，18，19，(20)
………………………………

4 の倍数でない数をならべたのですから，右の図のように 4 ずつの段にして考えます。

4，8，12，16，20，…という数にカッコをしたのは，実際にはならんでいない数だからです。

① この問題は，29 が何番目の数かを求める問題です。

1 段に(カッコをした数もふくめて)4 個ずつ数があります。

1 段目 → 1，2，3，(4)
2 段目 → 5，6，7，(8)
3 段目 → 9，10，11，(12)
4 段目 → 13，14，15，(16)
5 段目 → 17，18，19，(20)
6 段目 → 21，22，23，(24)
7 段目 → 25，26，27，(28)
8 段目 → 29，

29÷4＝ 7 あまり 1 ですから，7 段と，あと 1 個あまっています。

実際にはカッコをつけた数はカウントしないので，7 段ぶんのカッコ(4，8，12，16，20，24，28)をカウントしないことになりますから，29－7＝ 22(個)の数がならんでいます。

よって 29 は，左から 22 番目にあります。

② この問題は，35 番目の数が何かを求める問題です。

1 段目 → 1，2，3，(4)
2 段目 → 5，6，7，(8)
3 段目 → 9，10，11，(12)
4 段目 → 13，14，15，(16)
5 段目 → 17，18，19，(20)
6 段目 → 21，22，23，(24)
7 段目 → 25，26，27，(28)
8 段目 → 29，30，31，(32)
9 段目 → 33，34，35，(36)
10 段目 → 37，38，39，(40)
11 段目 → 41，42，43，(44)
12 段目 → 45，46

カッコをした数は実際にはならんでいないので，1 段には 3 個ずつ数がならんでいます。

35÷3＝ 11 あまり 2 ですから，35 個目の数までには，11 段と，あと 2 個の数があまっています。

カッコをした数もふくめてカウントすると，11 段ぶんのカッコをした数(4，8，12，…，44)をふくめることになるので，35＋11＝ 46 になります。

トレーニング $\boxed{3}$ (2)

1 段目	→	1，5，(6)
2 段目	→	7，11，(12)
3 段目	→	13，17，(18)
4 段目	→	19，23，(24)
……		

2の倍数でも3の倍数でもない数をならべたのですから，右の図のように，2と3の最小公倍数である6ずつの段にして考えます。

6，12，18，…という数にカッコをしたのは，実際にはならんでいない数だからです。

それぞれの段の左はしの数は，(1段目の数が1であるように)6でわったときのあまりが1である数がならんでいます。

それぞれの段の左から2番目の数は，(1段目の数が5であるように)6でわったときのあまりが5である数がならんでいます。
また，一番右はしのカッコをつけた数は，6の倍数がならんでいます。

①　この問題は，53が何番目かを求める問題です。

53÷6＝8 あまり 5 ですから，8段と，あと5あまっています。

6でわったときのあまりが5である数は，左から2番目の数です。

1段には，(カッコをつけた数をのぞいて)2個の数があり，それが8段と，あと2個の数があるのですから，2×8＋2＝18 となり，53は18番目の数であることがわかりました。

②　この問題は，45個目の数が何であるかを求める問題です。

1段に(カッコをつけた数をのぞいて)2個ずつ数があるのですから，45個目の数は，45÷2＝22 あまり 1 により，22段と，あと1個の数があまっています。

1段目のカッコつきの数は6，2段目のカッコつきの数は12，…のように，それぞれの段のカッコつきの数は，6の倍数になっています。

よって22段目のカッコつきの数は，6×22＝132です。

あと1個の数があまっていますが，1番目の数というのは，6でわったときのあまりが1である数です。

よって132に1を足して，132＋1＝133が，左から45番目の数です。

トレーニング $\boxed{3}$ (3)

1 段目 →	3，5，6，9，10，12，15
2 段目 →	18，20，21，24，25，27，30
3 段目 →	33，35，36，39，40，42，45
……	

3 の倍数または 5 の倍数をならべたのですから，右の図のように，3 と 5 の最小公倍数である 14 ずつの段にして考えます。

それぞれの段の左はしの数は，(1 段目の数が 3 であるように) 15 でわったときのあまりが 3 である数がならんでいます。
それぞれの段の左から 2 番目の数は，(1 段目の数が 5 であるように) 15 でわったときのあまりが 5 である数がならんでいます。
それぞれの段の左から 3 番目の数は，(1 段目の数が 6 であるように) 15 でわったときのあまりが 6 である数がならんでいます。

同じようにして，左から 4 番目，5 番目，6 番目の数は，15 でわったときのあまりが，それぞれ 9，10，12 である数がならんでいます。

また，一番右はしの数は，15 の倍数がならんでいます。

① この問題は，50 が何番目かを求める問題です。

50÷15＝ 3 あまり 5 ですから，3 段と，あと 5 あまっています。
15 でわったときのあまりが 5 である数は，左から 2 番目の数です。

1 段には，7 個の数があり，それが 3 段と，あと 2 個の数があるのですから，7×3＋2＝ 23 となり，50 は 23 番目の数であることがわかりました。

② この問題は，80 個目の数が何であるかを求める問題です。

1 段に 7 個ずつ数があるのですから，80 個目の数は，80÷7＝ 11 あまり 3 により，11 段と，あと 3 個の数があまっています。

1 段目の右はしの数は 15，2 段目の右はしの数は 30，…のように，それぞれの段の右はしの数は，15 の倍数になっています。
よって 11 段目のカッコつきの数は，15×11＝ 165 です。

あと 3 個の数があまっていますが，3 番目の数というのは，15 でわったときのあまりが 6 である数です。
よって 165 に 3 を足すのではなく，165 に 6 を足して，165＋6＝ 171 が，左から 80 番目の数です。

トレーニング $\boxed{4}$

(1)　どの行も４列目の数は，４の倍数になっています。

よって，５行目の４列目も４の倍数になり，４×５＝ 20 です。

(2)　(1)でわかったとおり，どの行も４列目の数は，４の倍数になっています。

よって，８行目の４列目も４の倍数になり，４×８＝ 32 です。

８行目の３列目は１へって 31，８行目の２列目はさらに１へって 30 です。

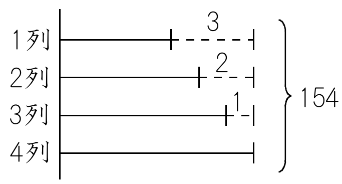
(3)　どの行にも，整数は４個ずつならんでいます。

51÷4＝ 12 あまり３ですから，51 までに，12 行と，あと３個ならんでいます。
この３個は 12 行目ではなく，その次の 13 行目ですから，答えは 13 行目の３列目になります。

(4)　１列目にならんでいる数を書くと，１，５，９，…のように，４ずつふえる等差数列になっています。
この等差数列の 20 番目は，はじめ＋ふえる数×(Ｎ－1)＝１＋4×(20－1)＝ 77 です。

１列目の数を，１行目から 20 行目までたすと，
(はじめ＋おわり)×Ｎ÷2＝(1＋77)×20÷2＝ 780 になります。

(5)　ある行にならぶ４つの整数を，４列目にならんでいる数をもとにすると，３列目は１小さく，２列目は２小さく，１列目は３小さくなっています。



(154＋3＋2＋1)÷4＝ 40　が，４列目の数です。

(1)でわかったように，４列目の数は４の倍数になっています。

たとえば２行目の４列目は８です。8÷4＝ 2　とすれば，何行目の数がわかります。

同じようにして，40÷4＝ 40　ですから，40 は 10 行目の数です。

実戦演習 $\boxed{1}$

(1)　分母によって段にすると，
分母が 1 の分数は 1 個，
分母が 2 の分数は 2 個，
分母が 3 の分数は 3 個，
………………………………
となっています。

$\frac{1}{1}$， → 1個
$\frac{1}{2}$，$\frac{3}{2}$， → 2個
$\frac{1}{3}$，$\frac{3}{3}$，$\frac{5}{3}$， → 3個
$\frac{1}{4}$，$\frac{3}{4}$，$\frac{5}{4}$，$\frac{7}{4}$， → 4個
$\frac{1}{5}$，$\frac{3}{5}$，……
………………………
………………………
$\frac{1}{10}$，$\frac{3}{10}$，…… → 10個
（合計）55個

1＋2＋3＋…＋10＝ 55 ですから，分母が 1 の分数から分母が 10 の分数まですべて合わせると，55 個あります。

よってこの問題は，分母が 10 の分数の中の，最後の分数を求める問題です。

分子は，1，3，5，……のように，等差数列になっています。

分母が 10 の分数は 10 個あるので，10 個目は，

「はじめ＋ふえる数×(N −1)」 ＝ 1＋2×(10−1)＝ 19 となり，答えは $\frac{19}{10}$ です。

(2)　(1)で，左から 55 番目の分数は $\frac{19}{10}$ であることがわかりました。

分母が 1 の分数は $\frac{1}{1}=1$，

分母が 2 の分数の和は $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=\frac{4}{2}=2$，

分母が 3 の分数の和は $\frac{1}{3}+\frac{3}{3}+\frac{5}{3}=\frac{9}{3}=3$，

……………………………………………………………
となるので，分数の個数と，分数の和は同じです。

よって，計算するまでもなく，分数の和は，55 になります。

	個数	和
$\frac{1}{1}$，	→ 1個	1
$\frac{1}{2}$，$\frac{3}{2}$，	→ 2個	2
$\frac{1}{3}$，$\frac{3}{3}$，$\frac{5}{3}$，	→ 3個	3
$\frac{1}{4}$，$\frac{3}{4}$，$\frac{5}{4}$，$\frac{7}{4}$，	→ 4個	4
$\frac{1}{5}$，$\frac{3}{5}$，……		
………………………		
………………………		
$\frac{1}{10}$，$\frac{3}{10}$，……	→ 10個	10
		（合計）55

(次のページへ)

(3)　(2)で，はじめから分母が 10 までの分数の和は 55 であることがわかりました。
ついでに，個数も 55 個です。

同じようにして，分母が 11 の分数の和は 11 なので，はじめから分母が 11 までの分数の和は，55＋11＝ 66 です。ついでに，個数も 66 個です。

(3)の問題は，はじめからある分数までの和が 69 になるのは，何番目までの分数の和かを求める問題です。あと，69－66＝ 3 です。

よって，分母が 12 である分数を $\frac{1}{12}+\frac{3}{12}+\frac{5}{12}+\cdots$ と加えていって，和が 3 になったらストップ，ということになります。

$3=\frac{36}{12}$ ですから，分子を 1＋3＋5＋…と加えていって，分子の和が 36 になればストップで

ところで分子は，「1 からはじまる奇数」になっています。

反復問題(基本) $\boxed{1}$ (3)で学習したとおり，「1 からはじまる奇数」は「平方数」になります。

たとえば，1＋3＋5＋7 の 4 個ならば，和は4×4＝16になっています。

いま，分子の和を 36 にしたいのでした。

36＝ 6×6 ですから，6 個あれば，分子の和は 36 になります。
(たしかに，1＋3＋5＋7＋9＋11＝ 36 です。)

よって，はじめから分母が 11 までの 66 個と，あと 6 個ですから，66＋6＝ 72 (番目)までの和が 69 になることがわかりました。

実戦演習 $\boxed{2}$

(1)　1 の段の和は，1＋2＋3＋…＋9＝ (1＋9)×9÷2＝ 45 です。

2 の段の和は，2＋4＋6＋…＋18＝ (2＋18)×9÷2＝ 90 ですが，1 の段の和である 45 の 2 倍になっています。

同じようにして，□の段の和は，45×□となります。

いま，和が 180 になるのですから，45×□＝ 180 となり，180÷45＝ 4 の段の九九の和が 180 になります。

(2)　1 の段の和は 45，2 の段の和は 45×2＝ 90，…，9 の段の和は 45×9＝ 405 です。

45＋90＋…＋405＝ (45＋405)×9÷2＝ 2025 となります。

$\boxed{\text{別解}}$　1 から 9 までの数の真ん中の数は 5 です。
よって，かけ算の九九の真ん中は，5×5＝ 25 です。

25 が，九九＝ 9×9＝ 81(個)あると考えて，25×81＝ 2025 です。

実戦演習 3

(1)　(ア，イ)の，「アとイの和」によって，段にします。

和		
2	(1，1)	→ 1個
3	(1，2)，(2，1)	→ 2個
4	(1，3)，(2，2)，(3，1)	→ 3個
5	(1，4)，(2，3)，(3，2)，(4，1)	→ 4個

右の 1＋2＋3＋4＝ 10(個)が，1 番目から 10 番目までになります。

よって 10 番目は(4，1)ですから，ア＝ 4，イ＝ 1 です。

右の図において，和が 2 のものが 1 個，和が 3 のものが 2 個，和が 4 のものが 3 個，和が 5 のものが 4 個ですから，ウ＝ 2×1＋3×2＋4×3＋5×4＝ 2＋6＋12＋20＝ 40 です。

(2)　和が 5 までの和は，(1)で求めたとおり 40 です。144 まではまだまだですね。

同じようにして，和が 6 のものは 5 個あるので，和が 6 までの和は，40＋6×5＝ 70 です。

和が 7 のものは 6 個あるので，和が 7 までの和は，70＋7×6＝ 112 です。

和が 8 のものは 7 個あるので，和が 8 までの和は，112＋8×7＝ 168 です。オーバーしました。

よって，和が 8 のものを 144－112＝ 32 だけ加えるとよいので，32÷8＝ 4（個）加えればよいことになります。エ＝(1＋2＋3＋4＋5＋6)＋4＝ 21＋4＝ 25 です。

和が 8 のものを 4 個書くと，(1，7)，(2，6)，(3，5)，(4，4)ですから，オ＝ 4，カ＝ 4 です。

実戦演習 4

(1)　12 ずつ 1 セットにします。
1 セットは 2 行ぶんです。

	1列	2列	3列	4列	5列	6列	7列
1 行		1	2	3	4	5	6
2 行	12	11	10	9	8	7	
3 行		13	14	15	16	17	18
4 行	24	23	22	21	20	19	
5 行		25	26	27			
6 行							

200÷12＝ 16 あまり 8 ですから，200 までには 16 セットと，あと 8 個あります。

1 セットは 2 行ぶんですから，16 セットは，2×16＝ 32(行)ぶんです。

1列	2列	3列	4列	5列	6列	7列
	1	2	3	4	5	6
				8	7	

あまりの 8 個は，右の図のように 2 行目の 5 列目にあたりますから，200 は，32＋2＝ **34 行目の 5 列目**です。

(2)　(1)で，200 までの中に 16 セットと，あと 8 個あまっていることがわかりました。

	1列	2列	3列	4列	5列	6列	7列
1 行		1	2	3	4	5	6
2 行	12	11	10	9	8	7	
3 行		13	14	15	16	17	18
4 行	24	23	22	21	20	19	
5 行		25	26	27			
6 行							

1 セット目の 3 列目のところの和は，2＋10＝ 12 です。

2 セット目の 3 列目のところの和は，14＋22＝ 36 です。

このようにして，3 列目のところは，12，36，…のような，24 ずつふえる等差数列になっています。

16 セット目は，「はじめ＋ふえる×(N－1)」＝ 12＋24×(16－1)＝ 372 です。

よって，1 セット目から 16 セット目までの和は，
「(はじめ＋おわり)×N÷2」＝ (12＋372)×16÷2＝ 3072 です。

	1列	2列	3列	4列	5列	6列	7列
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
33 行		193	194	195	196	197	198
34 行					200	199	

あまりの 8 個は，200 が 34 行目の 5 列目であることから，右の表のようになっていて，3 列目にあてはまるのは 194 だけです。

よって，3列目にならぶ整数の和は，3072＋194＝ **3266** です。

実戦演習 $\boxed{5}$

(1)　1 番目は，1×1＝1(個)のマスだけで，左下にある数（といっても，数は 1 個しかありませんが）は 1 です。

2 番目は，3×3＝9(個)のマスで，左下にある数は 9 です。

3 番目は，5×5＝25(個)のマスで，左下にある数は 25 です。

このままくり返していくと，4 番目は，7×7＝49(個)のマスで，左下にある数は 49 です。

よって 5 番目は，9×9＝81(個)のマスになり，左下にある数は 81 になります。

(2)　右上のかどにかかれた整数は，どのような整数でしょう。

7	6	5
8	1	4
9	2	3

1 番目の図は 1 個のマスしかないので無視することにして，2 番目の図の右上の数は，斜線をつけた 2×2＝4(個)の次の数なので，5 です。

21	20	19	18	17
22	7	6	5	16
23	8	1	4	15
24	9	2	3	14
25	10	11	12	13

3 番目の図の右上の数は，斜線をつけた 4×4＝16(個)の次の数なので，17 です。

同じように考えると，4 番目の右上の数は，6×6＋1＝37，

5 番目の右上の数は，8×8＋1＝65，

……………………………………………

となります。

1 番目の右上の数(といっても 1 個しかありませんが)の場合も，0×0＋1＝1 として整理すると，

1 番目 … 0×0＋1

2 番目 … 2×2＋1

3 番目 … 4×4＋1

4 番目 … 6×6＋1

5 番目 … 8×8＋1

のようになります。

どれも「□×□＋1」の形をしていますが，たとえば 4 番目なら，4 の 2 倍ではなく，3 の 2 倍である「6 の平方数＋1」になっています。

5 番目なら，5 の 2 倍ではなく，4 の 2 倍である「8 の平方数＋1」になっています。

よって 21 番目の場合は，21 の 2 倍ではなく，20 の 2 倍である「40 の平方数＋1」になるので，40×40＋1＝1601 になります。

(次のページへ)

(3)　たとえば３番目の図の場合，斜線をつけた 3×3＝ 9(個)の次の 10 からの整数が，一番下の辺にならんでいます。

21	20	19	18	17
22	7	6	5	16
23	8	1	4	15
24	9	2	3	14
25	10	11	12	13

４番目の図なら，斜線をつけた 5×5＝ 25(個)の次の 26 からの整数が，一番下の辺にならんでいます。

43	42	41	40	39	38	37
44	21	20	19	18	17	36
45	22	7	6	5	16	35
46	23	8	1	4	15	34
47	24	9	2	3	14	33
48	25	10	11	12	13	32
49	26	27	28	29	30	31

同じように考えると，５番目なら，7×7＝ 49(個)の次の数から一番下の辺にならんでいて，
６番目なら，9×9＝ 81(個)の次の数から一番下の辺にならんでいて，
７番目なら，11×11＝ 121(個)の次の数から一番下の辺にならんでいて，
８番目なら，13×13＝ 169(個)の次の数から一番下の辺にならんでいて，これがOKです。

右の図のようになるので，175 は一番下の左から７番目にならんでいます。

·	169	·	·	·	·	·	·	…
·	170	171	172	173	174	175	·	…

よって答えは，8 番目の図で，175 は一番下の左から 7 番目になります。