シリーズ5年上第19回・くわしい解説

※　図形に点Ｐや点Ｑが動いたようすを書いてみる。
※　グラフの折れ曲がり部分に，記号を書く。
※　グラフを有効利用しよう。
※　台形の場合は「上底と下底の和」を利用する。
※　円周上の三角形は，どれかの辺が直角になっていれば，その三角形は直角三角形になります。

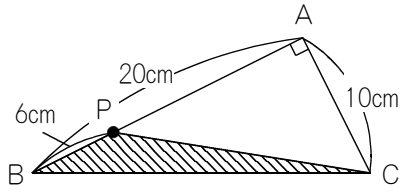
目　次

基本	1	(1)…p.2	練習	1	…p.8
基本	1	(2)…p.4	練習	2	…p.9
基本	2	…p.5	練習	3	…p.12
基本	3	…p.6	練習	4	…p.13
基本	4	…p.7	練習	5	…p.15

すぐる学習会
https://www.suguru.jp

基本 1 (1)

ワンポイント　三角形の高さがどこの部分なのかを考えましょう。

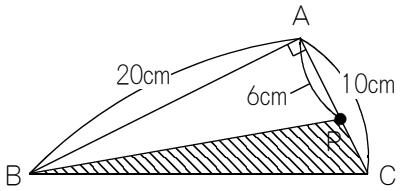


①　点Ｐは秒速２cmで動きます。

３秒後には，2×3＝６(cm)を動いていますから，三角形ＰＢＣは，右の図の斜線部分になります。

底辺をＢＰにすると，底辺は６cmで，高さは点Ｃから，ＢＰかその延長上の直角マークまでですから，ＡＣが高さになり，高さは10cmです。

よって三角形ＰＢＣの面積は，底辺×高さ÷2＝６×10÷2＝30(cm^2)です。



②　点Ｐは秒速２cmで動きます。

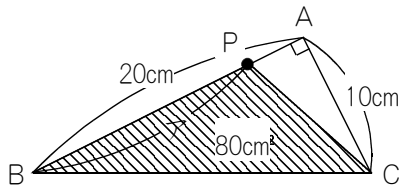
13秒後には，2×13＝26(cm)を動いていますから，Ａを通りこして，あと 26－20＝６(cm)動くので，三角形ＰＢＣは，右の図の斜線部分になります。

底辺をＰＣにすると，底辺は 10－6＝４(cm)で，高さは点Ｂから，ＰＣかその延長上の直角マークまでですから，ＡＢが高さになり，高さは20cmです。

よって三角形ＰＢＣの面積は，底辺×高さ÷2＝４×20÷2＝40(cm^2)です。

(次のページへ)

③　ＰがＢからスタートして，Ａまで進む前に，三角形ＰＢＣの面積が80 cm²になるときがあります。



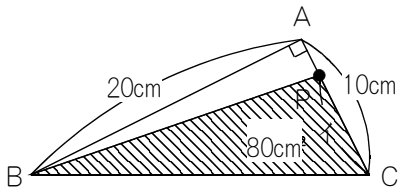
底辺をＢＰにしてその長さをアにすると，高さは点Ｃから，ＢＰかその延長上の直角マークまでですから，ＡＣが高さになり，高さは10 cmです。

すると，底辺×高さ÷2＝ ア×10÷2＝ 80 となり，ア＝ 80×2÷10＝ 16 (cm)です。

点Ｐを点Ｂをスタートして，16 cm動きました。

点Ｐは秒速２cmですから，16 cm動くのは，16÷2＝ 8 (秒後)です。

④　ＰがＢからスタートして，Ａをすぎてから，三角形ＰＢＣの面積が80 cm²になるときがあります。



底辺をＰＣにしてその長さをイにすると，高さは点Ｂから，ＰＣかその延長上の直角マークまでですから，ＢＡが高さになり，高さは20 cmです。

すると，底辺×高さ÷2＝ イ×20÷2＝ 80 となり，イ＝ 80×2÷20＝ 8 (cm)です。

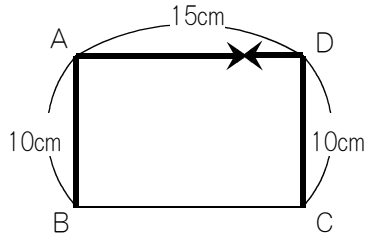
点ＰはＢからＡまで20 cmと，Ａから 10－イ＝ 10－8＝ 2 (cm)を進んだので，合計すると，20＋2＝ 22 (cm)を進みました。

点Ｐは秒速２cmですから，22 cm動くのは，22÷2＝ 11 (秒後)です。

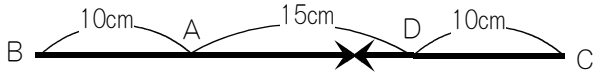
基本 1 (2)

ワンポイント　点Ｐ，点Ｑが進んだようすを矢印で表しましょう。

①　点Ｐと点Ｑがはじめて出会うときは，右の図のようになっています。



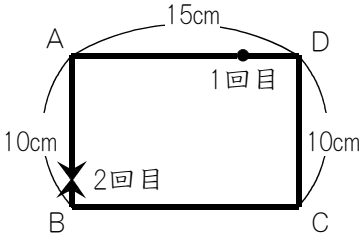
矢印が折れ曲がっているのでまっすぐにすると，下の図のようになります。



はじめは 10＋15＋10＝ 35(cm)はなれていて，点Ｐは毎秒３cm，点Ｑは毎秒２cmで反対方向に進むのですから，35÷(3＋2)＝ 7(秒後)に重なります。

また，点Ｑは７秒間で 2×7＝ 14(cm)進むので，点Ｄからその場所までは，14－10＝ 4(cm)です。
点Ａからその場所までは，15－4＝ 11(cm)ですから，点Ｄの方が近く，答えは点Ｄから 4 cm はなれた場所になります。

②　１回目に重なった点からスタートして，２回目に重なるまでのようすが右の図です。



点Ｐと点Ｑは，合わせてちょうど１周ぶん進んで重なります。

1周の長さは，(10＋15)×2＝ 50(cm)で，点Ｐは秒速３cm，点Ｑは秒速２cmですから，50÷(3＋2)＝ 10(秒)で重なります。

スタートしてから１回目に重なるまでには，(1)で求めた通り７秒かかり，１回目に重なってから２回目に重なるまでは 10 秒かかりますから，全部で 7＋10＝ 17(秒)かかります。

また，その 17 秒で，点Ｑは 2×17＝ 34(cm)進みます。
ＣからＤ，ＤからＡ，ＡからＢは，10＋15＋10＝ 35(cm)です。
点Ｑは，あと 35－34＝ 1(cm)でＢに着くところで，２回目に出会いました。

よって２回目に重なる場所は，点Ｂから 1 cmはなれたところです。

基本 2

ワンポイント　このような問題は，角度を利用して計算していきます。

(1)　点Ｐは１周するのに 18 秒かかりました。
１周は 360 度ですから，点Ｐは１秒あたり，360÷18＝ 20(度)の割合で回転します。

点Ｑは１周するのに 72 秒かかりました。
１周は 360 度ですから，点Ｑは１秒あたり，360÷72＝ 5(度)の割合で回転します。

(2)　(1)で，点Ｐは１秒あたり 20 度，点Ｑは１秒あたり５度の割合で回転することがわかりました。

点Ｐと点Ｑは同じ方向に回転するので，１秒あたり，20－5＝ 15(度)ずつはなれていきます。

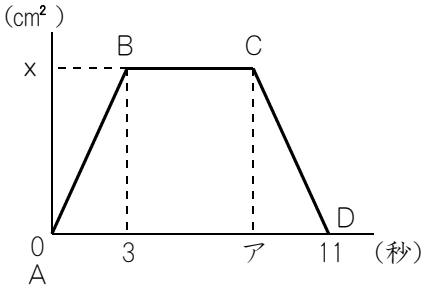
360 度はなれたときに，ちょうど１周ぶんの差がついて，点Ｐと点Ｑは重なります。

360 度はなれるのは，360÷15＝ 24(秒後)です。

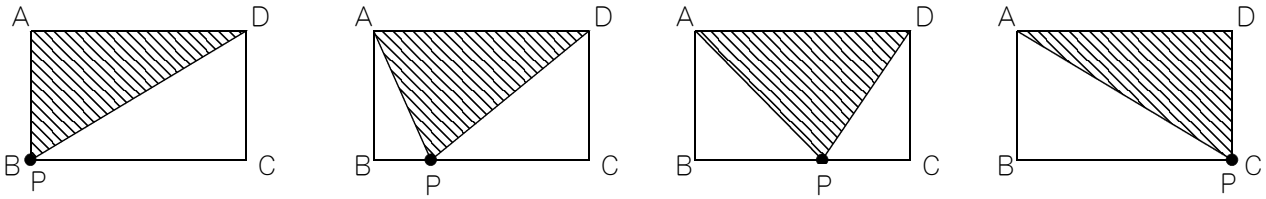
基本 3

ワンポイント　なぜグラフが折れ曲がるかを考えましょう。

(1)　点Ｐの動きが変化するときにグラフは折れ曲がります。
よって，3秒後に点Ｐは点Ｂに着き，右のグラフのア秒のときに点Ｐは点Ｃに着き，　よって，11秒のとき点Ｐは点Ｄに着いたことになります。

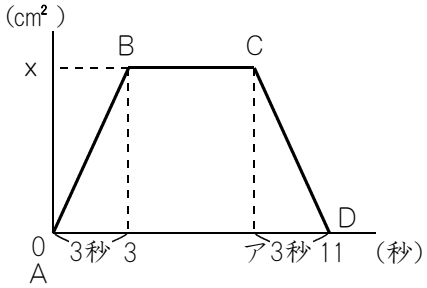


点Ｂから点Ｃまで動いているとき(3秒後からア秒後)に面積が変わらなかったのは，下の図のように，三角形ＡＰＤの底辺と高さが変わらなかったので，面積が変わらなかったのです。



点Ｐは秒速4cmで，ＡからＢまで3秒かかるので，ＡＢの長さは 4×3＝ 12(cm)です。

(2)　ＡＢとＣＤは同じ長さなので，点Ｐが，点Ａから点Ｂまで動くのに3秒かかるならば，点Ｃから点Ｄまで動くのも3秒かかります。

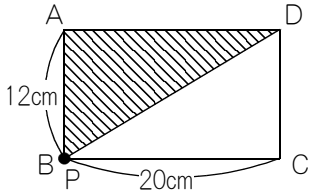


よって右のグラフのアは，11－3＝8(秒)です。

点Ｐは，点Ｂから点Ｃまで動くのに，ア－3＝8－3＝5(秒)かかることになります。

点Ｐは秒速4cmですから，ＢＣの長さは，4×5＝20(cm)です。

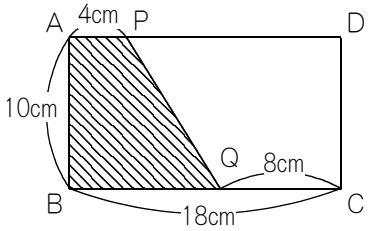
ＡＢは12cm，ＢＣは20cmで，3秒後の三角形ＡＰＤは右の図のようになっているので，ｘ＝20×12÷2＝ 120 (cm²)です。



基本 4

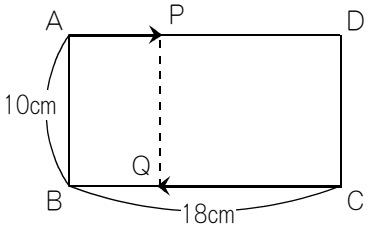
ワンポイント　(3)は，ズルい解き方があります。

(1)　点Ｐは秒速１cm，点Ｑは秒速２cmですから，４秒間で点Ｐは　1×4＝4(cm)，点Ｑは　2×4＝8(cm)進みます。

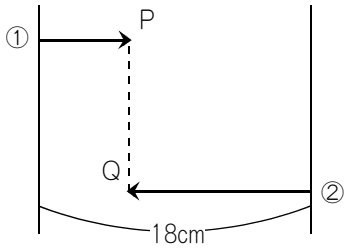


右の図のようになるので，四角形ＡＢＱＰは台形になり，上底は４cm，下底は　18－8＝10(cm)，高さは10cmですから，面積は，(4＋10)×10÷2＝70(cm²)です。

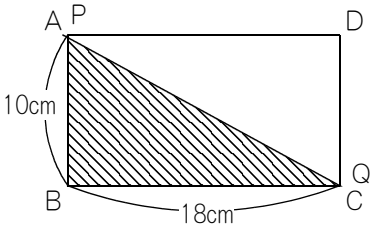
(2)　直線ＰＱが辺ＡＢと平行になったときは，右の図のようになっています。



右の図のように，点Ｐと点Ｑがはじめ18cmはなれていて，秒速１cmと秒速２cmで，いつすれちがうかという問題と同じですから，18÷(1＋2)＝6(秒後)になります。



(3)　スタートするときは右の図のようになっているので，四角形ＡＢＱＰ(といっても，四角形ではなく三角形ですが)の面積は，18×10÷2＝90(cm²)です。



(1)で，４秒後の面積は70cm²であることがわかっています。

４秒間で，90－70＝20(cm²)へりました。

１秒あたり，20÷4＝5(cm²)ずつへることがわかりました。

(3)では，面積が51cm²になるのが何秒後かを求めます。

はじめの面積は90cm²ですから，面積が51cm²になるためには，90－51＝39(cm²)へればよいです。

１秒当たり5cm²ずつへるのですから，39÷5＝7.8(秒後)に，面積が51cm²になります。

練習 1

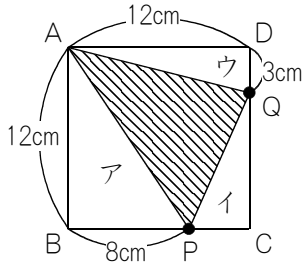
ワンポイント　図をしっかり書けたら，ほとんど出来たも同然です。

点Ｐは秒速４cm，点Ｑは秒速３cmですから，５秒間で点Ｐは 4×5＝ 20(cm)進み，点Ｑは 3×5＝ 15(cm)進みます。

点Ｐは点Ｂをこえてあと 20－12＝ 8(cm)のところにいます。

点Ｑは点Ｄをこえてあと 15－12＝ 3(cm)のところにいます。

５秒後の三角形ＡＰＤは，右の図のしゃ線部分のようになります。

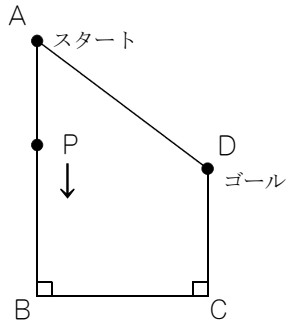


アの面積は 8×12÷2＝ 48(cm^2)，
イの面積は (12－8)×(12－3)÷2＝ 18(cm^2)，
ウの面積は 12×3÷2＝ 18(cm^2)で，
正方形ＡＢＣＤの面積は 12×12＝ 144(cm^2)ですから，
三角形ＡＰＱの面積は，144－(48＋18＋18)＝ 60(cm^2)です。

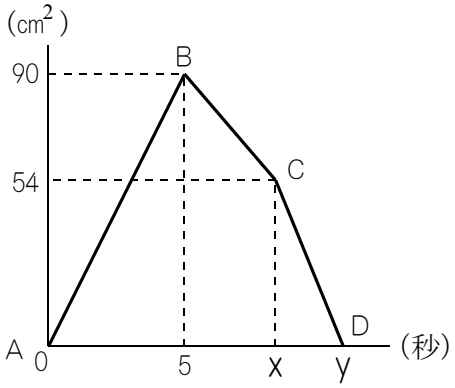
練習 2 (1)

ワンポイント　なぜグラフが折れ曲がるかを考えましょう。

点ＰはＡをスタートし，Ｂ，Ｃを通り，Ｄでゴールです。
ＢやＣを通るときに，進み方が変わるので，



グラフも，ＢやＣのところで折れ曲がっているはずです。
右のグラフのように，折れ曲がっているところに，ＡからＤの記号を書いておきましょう。

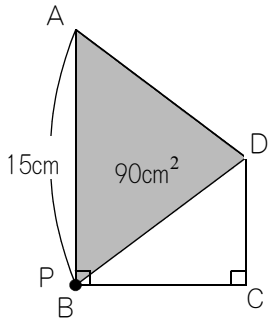


グラフを見ると，Ｐは５秒後にＢに着いたことがわかります。

Ｐは毎秒３cmの速さで動くので，５秒間で
3×5＝15（cm）動きます。

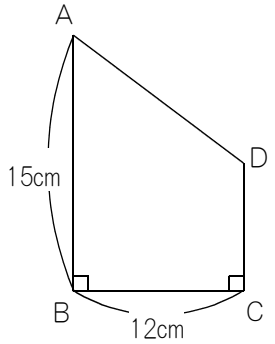
よって，ＡＢの長さは15cmであることがわかります。

また，このグラフは三角形ＡＰＤの面積のグラフです。
このグラフを見ると，５秒後に，ＰがＢについたときの三角形ＡＰＤの面積は90cm²であることがわかりますから，右の図のようになります。



三角形ＡＰＤの底辺を15cmとすると，高さは辺ＢＣの長さになるので，辺ＢＣを □ とすると，
15×□÷2＝90
□ ＝12（cm）

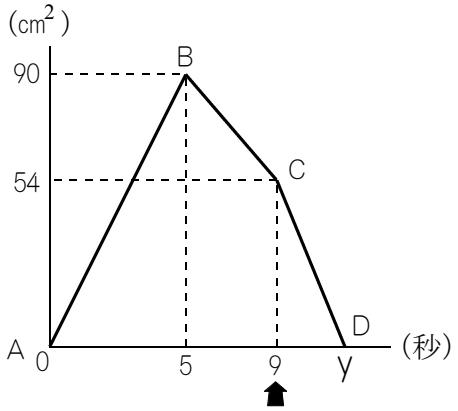
辺ＢＣの長さは12cmであることがわかりました。



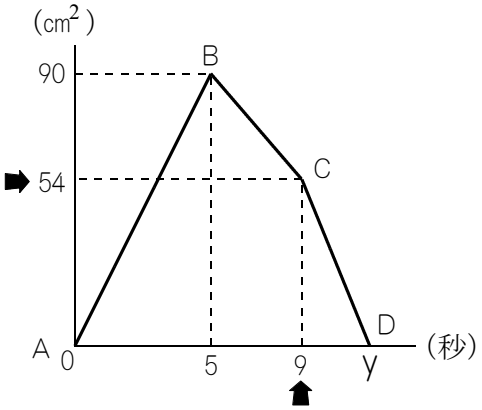
点ＰはＡを出発してＣにくるまでに，
15＋12＝27（cm）動きました。
点Ｐは毎秒３cmの速さで動くので，Ｃにくるまでに，
27÷3＝9（秒）かかることがわかります。

（次のページへ）

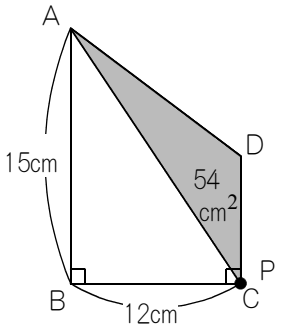
グラフに，ＰがＣにきたのは９秒後であることを書きこんでおきましょう。



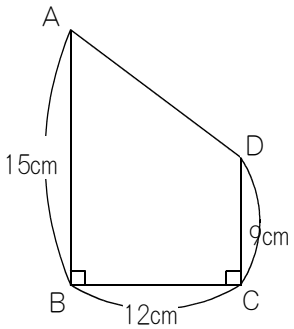
さらに，ＰがＣにきたときの，三角形ＡＰＤの面積は 54 cm²ですから，



右の図のようになります。
三角形ＡＣＤの面積が 54 cm²で，
三角形ＡＣＤの底辺をＣＤとして □ とすると，
高さはＢＣなので 12 cmになりますから，
□ ×12÷2＝ 54



よって，ＣＤの長さは９cmになります。



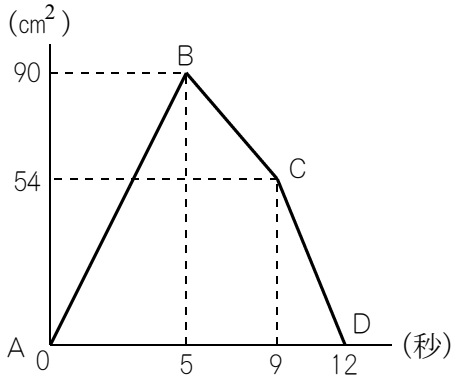
グラフのｙというのは，ＰがＤに着いたときです。
ＰはＡからＤまで，15＋12＋9＝ 36（cm）動きました。
毎秒３cmで動くのですから，36÷3＝ 12（秒後）です。

ｘが9，ｙが12であることがわかりました。

練習 2 (2)

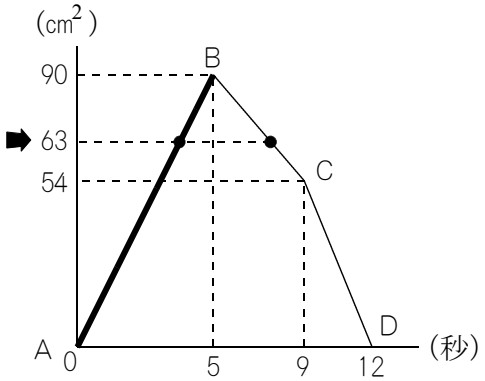
ワンポイント　グラフを有効利用しましょう。

このような問題の解き方は２つあります。
１．図形を使って解く。
２．グラフを使って解く。
しかしだいたいの問題では，２．のグラフを使って解く方がカンタンです!!



(1)で，右のようなグラフを書くことができましたね。このグラフは，三角形ＡＰＤの面積の変化のグラフで，(2)では三角形ＡＰＤの面積が 63 cm²になるときをたずねています。

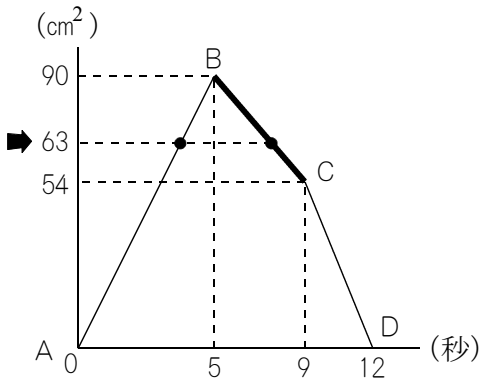
よってグラフの，面積が 63 cm²になるときを求めればよいことになります。



グラフを見るとわかるように，2 回あります。

まず 1 回目は，ＰがＡからＢまで進む途中にあります。
ＰはＡからＢまで，5 秒間に 90 cm²増えたのですから，1 秒あたり，90÷5＝ 18（cm²）ずつ増えます。
面積が 63 cm²になるのは，
63÷18＝3.5（秒後）です。

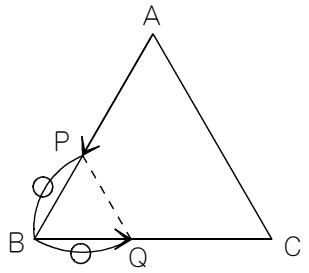
次に 2 回目です。ＰがＢからＣまでの途中にあります。
ＰはＢからＣまで，9－5＝ 4（秒間）に 90－54＝ 36（cm²）減りました。1 秒あたり，36÷4＝ 9（cm²）ずつ減ります。
出発してから 5 秒後の面積は 90 cm²で，面積が 63 cm²になるためには，90－63＝ 27（cm²）だけ減らさなければなりません。ところが 1 秒間には 9 cm²ずつ減るのですから，27÷9＝ 3（秒）かかります。
5 秒後の 3 秒後ですから，5＋3＝ 8（秒後）です。
答えは，3.5 秒後と 8 秒後です。



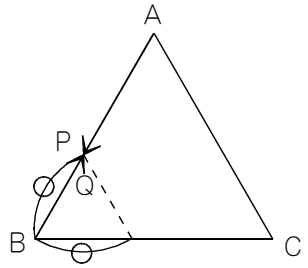
練習 3

ワンポイント　(2)は，Ｂを通過する時間をある程度書いてみる必要があります。

(1)　三角形ＰＢＱが正三角形になったときは，右の図のようになっています。



もし，点ＱがＢからＣへ進まずに，同じ速さでＢからＡの方に進んだとしたら，点Ｐと点Ｑはちょうどすれちがったはずです。



正三角形の１辺は 21 cmで，点Ｐは秒速 7 cm，点Ｑは秒速 3 cm ですから，すれちがうのは，21÷(7＋3)＝2.1(秒後)です。

よって，2.1 秒後に，三角形ＰＢＱが正三角形になります。

(2)　点Ｐがはじめて Ｂを通過するのは，21÷7＝ 3(秒後)です。

正三角形ＡＢＣの１周は 21×3＝ 63(cm)ですから，点Ｐは１周するのに，63÷7＝ 9(秒)かかります。

よって点ＰがＢを通過するのは，出発してから 3 秒後，3＋9＝ 12(秒後)，12＋9＝ 21(秒後)，…のようになります。

点ＱはＢを出発するので，１周するごとにＢを通過します。

１周は 21×3＝ 63(cm)ですから，63÷3＝ 21(秒)ごとにＢを通過します。

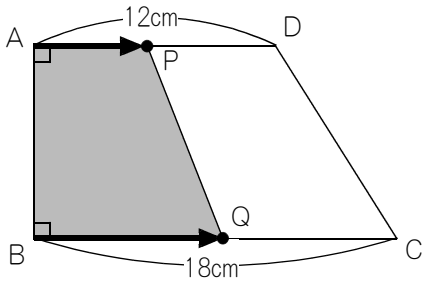
点Ｐは 3 秒後，12 秒後，21 秒後，……，点Ｑは 21 秒ごとにＢを通過するのですから，点Ｐも点ＱもＢをはじめて通過するのは，21 秒後であることがわかります。

そのあとは，点Ｐは 9 秒ごと，点Ｑは 21 秒ごとにＢを通過するので，点Ｐも点Ｑも同時にＢを通過するのは，9 と 21 の最小公倍数である 63 秒ごとです。

１回目に点Ｐも点Ｑも同時にＢを通過するのは 21 秒後で，２回目は 21＋63＝ 84(秒後)，３回目は 84＋63＝ 147(秒後)，４回目は 147＋63＝ 210(秒後)ですから，答えは 210 秒後です。

練習 4 (1)

ワンポイント　「上底と下底の和」を利用しましょう。



このような問題では，

上底と下底の和

を利用して，問題を解いていきます。
台形ＡＢＣＤの上底と下底の和は，12＋18＝ 30（cm）です。

30 cmの半分は 15 cmですから，
直線ＰＱが台形ＡＢＣＤの面積を２等分するのは，
ＡＰ＋ＢＱが 15 cmになったときです。

ＰはＡを出発して毎秒１cm，ＱはＢを出発して毎秒２cmですから，ＡＰ＋ＢＱは，
１秒あたり 1＋2＝ 3（cm）ずつ増えます。

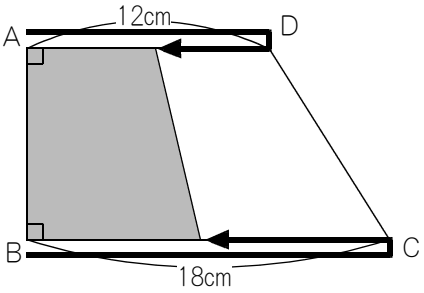
ＡＰ＋ＢＱが 15 cmになるのは，15÷3＝ 5（秒後）です。

練習 4 (2)

ワンポイント　「上底と下底の和」を利用しましょう。

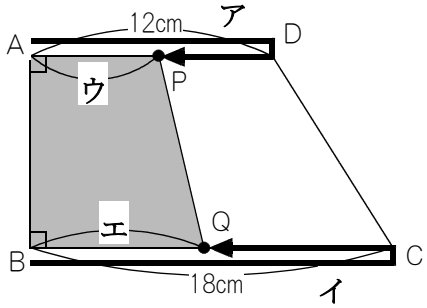
点Ｐは辺ＡＤ上を往復し，点Ｑは辺ＢＣ上を往復することに注意しましょう。
（よく，点ＰはＡを出発してからＤを通ったあと，Ｃのほうへ進んでいってしまうというかんちがいをしやすいです。注意しましょう。）

直線ＰＱが２回目に台形ＡＢＣＤの面積を２等分するのは，右図のようになったときです。
このような問題では，



> 進んだ長さの和か差がわかるように，
> 問題が仕組まれていることが多い。

この問題もやはり仕組まれています。
右図のように，Ｐが進んだ長さを**ア**，Ｑが進んだ長さを**イ**とすると，進んだ長さの和は，**ア＋イ** になります。これを求めることができるように，問題が仕組んであるわけです。



右の図で，**ア＋ウ** はＡＤ２本ぶんですから，12×2＝24（cm）です。**イ＋エ** はＢＣ２本ぶんですから，18×2＝36（cm）です。よって，**ア＋イ＋ウ＋エ** は，24＋36＝60（cm）です。

知りたいのは **ア＋イ** ですから，**ア＋イ＋ウ＋エ** では，**ウ＋エ** の長さがじゃまです。

この，**ウ＋エ** は，(1)と同じく台形ＡＢＣＤの面積を２等分しているので，15cmのはずです。

よって，**ア＋イ** は，60－15＝45（cm）です。

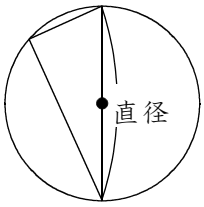
以上のことから，ＰとＱの進んだ長さの和が，45cmになればよいことがわかりました。

ＰとＱは１秒あたり，1＋2＝3（cm）ずつ進みますから，45÷3＝15（秒後）です。

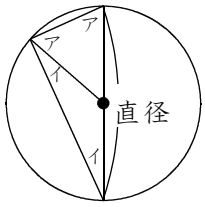
練習 5

ワンポイント　直角三角形になる条件を理解しましょう。

三角形ＡＰＱの３つの辺のうち，どれかの辺が直径になっていれば，その三角形は直角三角形になります。

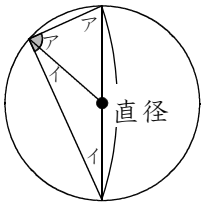


なぜなら，右の図のように円の中心から線を引くと，半径と半径は等しいので，二等辺三角形が２つできます。



二等辺三角形の２つの角は等しいので，右の図のようにアとア，イとイにすると，三角形の内角の和は 180 度なので，アアイイ＝ 180 度です。

よって，アイは 180÷2＝ 90（度）になるので，右の図のかげをつけた角度は直角になり，三角形は直角三角形になります。



三角形ＡＰＱが直角三角形になるためには，

① ＡＰが直径になる
② ＡＱが直径になる
③ ＰＱが直径になる

のどれかが必要です。

どちらにしろ，「点Ｑが１周し終えるまでの時間の間」ですから，36秒までで考えればＯＫです。

また，点Ｐは１周するのに 45 秒かかりました。
１周は 360 度ですから，点Ｐは１秒あたり，360÷45＝ 8(度)の割合で回転します。

点Ｑは１周するのに 36 秒かかりました。
１周は 360 度ですから，点Ｑは１秒あたり，360÷36＝ 10(度)の割合で回転します。

（次のページへ）

① ＡＰが直径になる

点Ｐが 180 度動いたときに，ＡＰは直径になります。

点Ｐは 1 秒間に 8 度ずつ動きますから，180 度動くのは，180÷8＝ 22.5（秒後）です。

また，点Ｐが 360＋180＝ 540（度）動いたときにも，ＡＰは直径になりますが，540÷8＝ 67.5（秒後）では，点Ｑが 1 周する時間（＝ 36 秒）を超えているのでダメです。

② ＡＱが直径になる

点Ｑは 36 秒で 1 周するのですから，点Ｑが半周動いてＡＱが直径になるのは，36÷2＝ 18（秒後）です。

③ ＰＱが直径になる

点Ｐ，点Ｑが合わせて 180 度動けば，ＰＱは直径になります。

180÷(8＋10)＝ 10（秒後）に，ＰＱは直径になります。

また，点Ｐ，点Ｑが合わせて 360＋180＝ 540（度）動いたときにも，ＰＱは直径になります。

540÷(8＋10)＝ 30（秒後）です。

さらに，点Ｐ，点Ｑが合わせて 360＋360＋180＝ 900（度）動いたときにも，ＰＱは直径になります。

900÷(8＋10)＝ 50（秒後）になりますが，これは点Ｑが 1 周する時間（＝ 36 秒）を超えているのでダメです。

①で 22.5 秒後，②で 18 秒後，③で 10 秒後と 30 秒後に三角形ＡＰＱが直角三角形になりますから，答えは **10 秒後，18 秒後，22.5 秒後，30 秒後**です。