演習問題集5年上第2回・くわしい解説

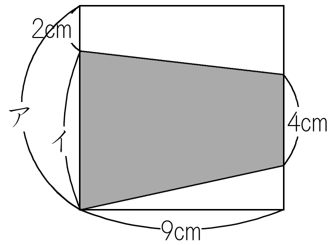
目　次

すぐる学習会
https://www.suguru.jp

反復問題（基本）$\boxed{1}$(1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　三角形・平行四辺形・ひし形・台形の面積の公式をしっかりおぼえておきましょう。

正方形なので，右の図のアは９cmです。



イは，9－2＝７(cm)です。

色のついた部分は台形で，台形の面積は，

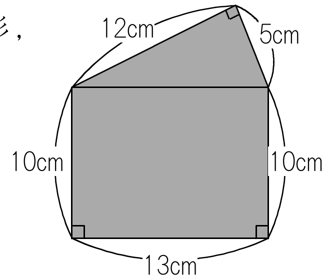
$\boxed{\text{台形の面積＝（上底＋下底）×高さ÷２}}$

で求めることができます。

上底は４cm，下底はイなので７cm，高さは９cmですから，(4＋7)×9÷2＝49.5（cm^2）です。

反復問題（基本）$\boxed{1}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　五角形の面積を求める公式はありません。



右の図のように補助線を引いて２つの図形に分けると，上は直角三角形，下は長方形です。

直角三角形の面積は，底辺×高さ÷２＝５×12÷２＝ 30（cm^2）です。

長方形の面積は，たて×横＝ 10×13＝ 130（cm^2）です。

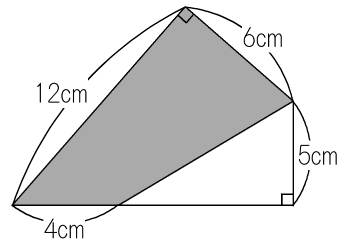
よって色をつけた部分の面積は，30＋130＝ 160（cm^2）です。

反復問題（基本）$\boxed{1}$(3)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　補助線の引き方をマスターしましょう。

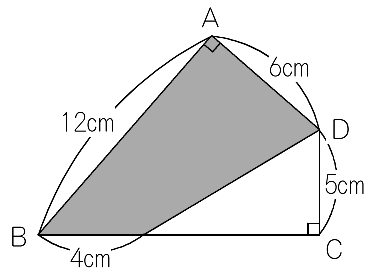
この四角形のような，直角が２つある四角形の，色をつけた部分の面積を求める問題では，補助線を１本引けば面積を求めることができます。

その補助線の引き方を，マスターしましょう。簡単ですよ。



この四角形には，４つのちょう点があります。A，B，C，Dと名付けます。

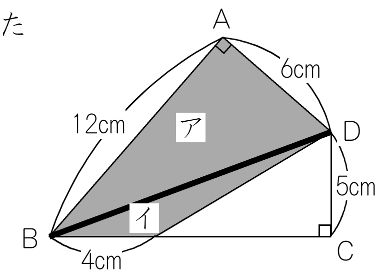
AとCには直角マークが書いてありますね。BとDには直角マークが書いてありません。



その，直角マークが書いていないBとDを線で結べば，補助線を引いたことになります。

色のついた部分は，２つの三角形に分かれました。

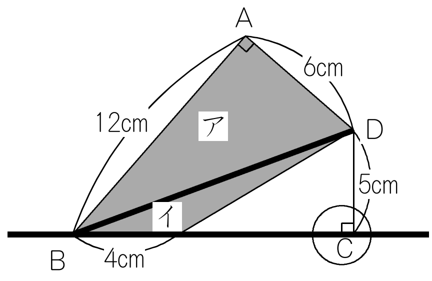
右の図のように，三角形をア，イとすると，アは直角三角形ですから，底辺×高さ÷２＝６×12÷2＝36 (cm^2) です。



イの三角形の底辺を４cmとします。

底辺が４cmならば，三角形のてっぺんは，点Dになります。

てっぺんである点Dから底辺の延長線に引かれた線のうち，直角になっているのは，点Cのところです。



三角形の高さは，「てっぺんから底辺（の延長線）の直角マークまで」と考えることができるので，イの三角形の高さは５cmです。

イの三角形の底辺は４cm，高さは５cmですから，面積は，底辺×高さ÷2＝４×5÷2＝10（cm^2）です。

アの面積は36 cm^2 で，イの面積は10 cm^2 ですから，色のついた面積は，36＋10＝46（cm^2）です。

反復問題（基本）$\boxed{1}$ (4)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　正方形の面積の求め方は２種類あります。

正方形の面積は，ふつう「１辺×１辺」で求めます。

しかしこの問題の場合は，１辺の長さがわかりません。

このような場合は，正方形を「ひし形」とみなして，ひし形の面積の公式を利用して求めることになります。

ひし形の面積は，「対角線×対角線÷２」で求めることができます。

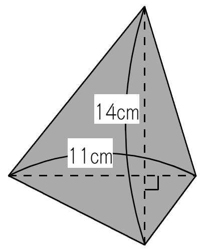
対角線の長さは６cmです。

よってこの正方形の面積は，対角線×対角線÷２＝６×６÷2＝18（cm^2）です。

反復問題（基本）$\boxed{1}$(5)

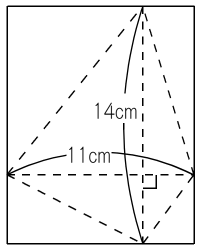
$\boxed{\text{ワンポイント}}$　対角線が垂直に交わっていることを利用します。

この四角形のような，「対角線と対角線が垂直にまじわっている」四角形の面積は，ひし形と同じく「対角線×対角線÷２」で求めることができます。

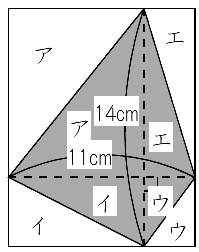


まず，なぜ「対角線×対角線÷２」で求めることができるかを，説明します。

もし，右の図のような長方形だったら，「たて×横」で面積を求めることができますから，14×11＝154（cm^2）です。



右の図において，アとア，イとイ，ウとウ，エとエは同じ面積です。
アアイイウウエエが154 cm^2ですから，色のついた部分であるアイウエは，154÷2＝77（cm^2）になります。

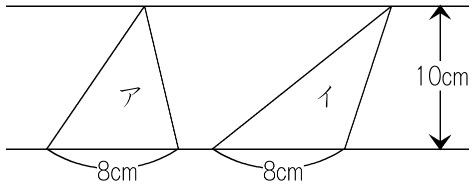


このようにして，長方形の面積だったら「対角線×対角線」で，色のついた部分の面積はその半分ですから，「対角線×対角線÷２」になります。

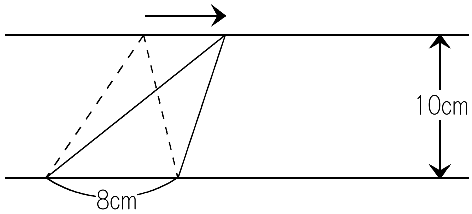
よって，対角線と対角線が垂直にまじわっている四角形の面積は，ひし形と同じように，「対角線×対角線÷２」で求めることができます。

反復問題（基本）$\boxed{1}$ (6)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　等積変形のしかたをマスターしましょう。

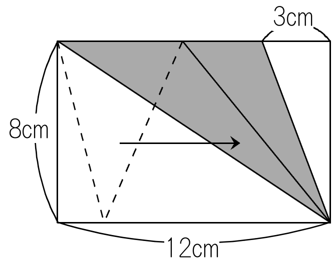


右の図の三角形アとイは，どちらも底辺が８cm，高さが10 cmですから，同じ面積です。



つまり，右の図のように三角形のちょう点を，底辺と平行に動かしても，面積が変わらないということです。

このように，面積を変えずに図形を変形することを，「等積変形（とうせきへんけい）」といいます。



この問題の場合も，右の図のように等積変形をします。

色のついた部分は２つの三角形だったのが，１つの大きな三角形になりました。

この大きな三角形の底辺は　12－3＝９(cm)で，高さは８cmですから，面積は，９×８÷２＝ 36 (cm^2)です。

反復問題（基本）$\boxed{1}$(7)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　中心角が全体の何分のいくつかなのかを，約分した分数にしてしまうのがおススメです。

おうぎ形の中心角は75度ですから，円の，$\frac{75}{360}=\frac{5}{24}$ です。

よって，面積も円の$\frac{5}{24}$になります。

円の面積は，半径×半径×3.14 で求めることができますから，

$12\times12\times3.14\times\frac{5}{24}=30\times3.14=94.2$（$cm^2$）です。

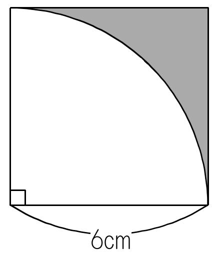
反復問題（基本） 1 (8)

ワンポイント　正方形の面積から四分円の面積を引きます。

正方形の面積は，$6\times6=36$(cm^2)です。

白い四分円の面積は，$6\times6\times3.14\div4=28.26$（cm^2）です。

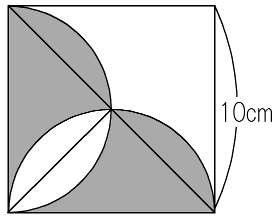
色をつけた部分の面積は，正方形の面積から四分円の面積を引いた残りなので，$36-28.26=$ 7.74（cm^2）です。



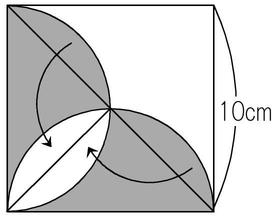
反復問題（基本）$\boxed{1}$ (9)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　うまく移動させましょう。

右の図のように補助線を引いて，

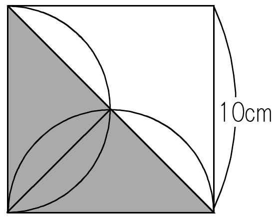


移動させると，



色のついた部分は，直角二等辺三角形になります。

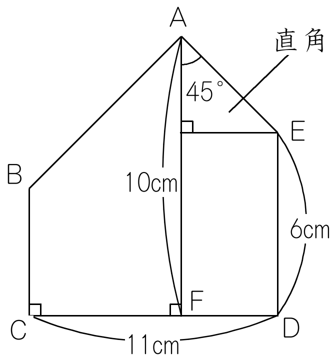
底辺も高さも10 cmですから，面積は，10×10÷2＝50（cm^2）です。



反復問題（基本）2

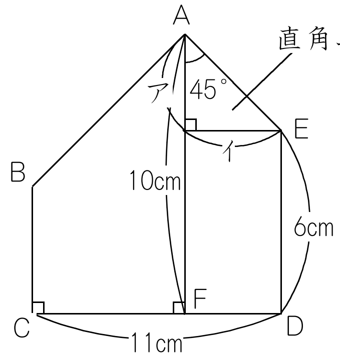
ワンポイント　45度といえば，「直角二等辺三角形」です。

(1)　右の図のように，45度を利用して「直角二等辺三角形」をつくることができます。



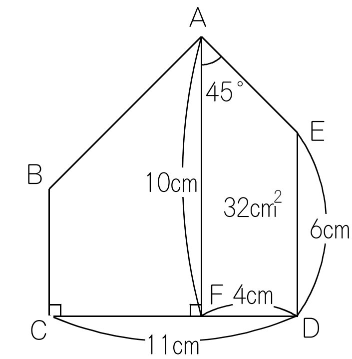
右の図のアは　10－6＝4（cm）で，直角二等辺三角形なのでイも4cmです。

よってFDの長さも，4cmです。



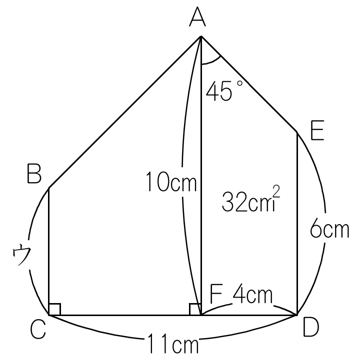
(2)　(1)で，FDの長さが4cmであることがわかりました。

よって，台形AFDEの面積は，
（上底＋下底）×高さ÷2
＝(6＋10)×4÷2
＝32（cm^2）です。



(3)　(2)で，台形AFDEの面積は32cm^2であることがわかりました。
全体の面積は81cm^2であることが，問題に書いてありました。
よって，台形ABCFの面積は，81－32＝49(cm^2)です。

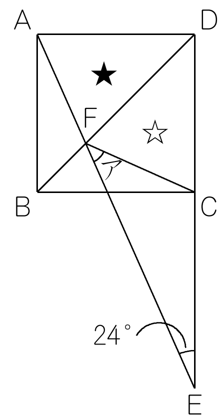
台形ABCFの高さであるCFは，11－4＝7（cm）です。
台形ABCFの上底をウにします。下底は10cm，高さは7cm，面積は49cm^2ですから，(ウ＋10)×7÷2＝49　です。



49×2＝98　　98÷7＝14　　14－10＝4　ですから，
BCの長さであるウは，4cmです。

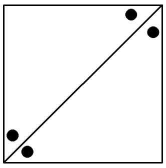
反復問題（基本）$\boxed{3}$

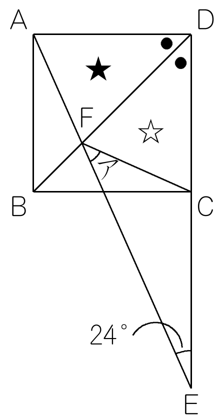
$\boxed{\text{ワンポイント}}$　正方形に対角線を１本引けば，45 度が大発生します。



(1)　三角形AFDは，右の図の★の三角形です。
★の三角形と合同そうな三角形は，☆の三角形です。

★と☆が合同である理由を説明します。


のように，正方形に対角線を１本引くと，● のところの角度はすべて，直角を半分に分けているので，90÷2＝ 45（度）です。



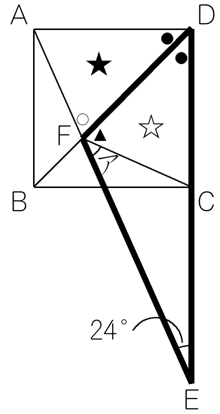
★と☆の三角形は，● の角度がどちらも 45 度で，
FDが共通，ADとCDはどちらも正方形の１辺ですから
同じ長さです。

よって★と☆の三角形は合同であることがわかりました。

★のAにあたるのは☆ではC，★のFにあたるのは☆でもF，
★のDにあたるのは☆でもDです。

よって三角形AFDに合同なのは，三角形CFDになります。

$\boxed{\text{注意}}$　記号の順番がちがっているとバツになりますから，注意しましょう。



(2)　右の図の太線でかこまれた三角形において，● は 45 度ですから，
外角の定理を利用して，○ は，45＋24＝ 69（度）です。

(1)で，★の三角形と☆の三角形は合同であることがわかったので，
○ と ▲ は等しく，両方とも 69 度です。

よってアは，180－69×2＝ 42（度）です。

反復問題（基本）4

ワンポイント　円の面積は，「半径」がわからなくても「半径×半径」がわかれば，求めることができます。

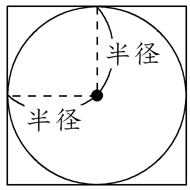
(1)　正方形の面積は，ふつう「１辺×１辺」で求めます。
しかしこの問題の場合は，１辺の長さがわかりません。
このような場合は，正方形を「ひし形」とみなして，ひし形の面積の公式を利用して求めることになります。

ひし形の面積は，「対角線×対角線÷２」で求めることができます。
対角線の長さは12cmです。
よってこの正方形の面積は，対角線×対角線÷２＝12×12÷2＝72（cm^2）です。

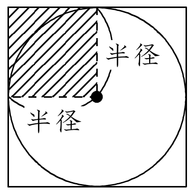
(2)　円の面積は「半径×半径×3.14」で求められますから，円の面積を求めるためには，半径がわかればOKです。
しかし，半径がわからなくても，「半径×半径」がわかれば，円の面積を求めることができます。

たとえば，「半径×半径」が20だったら，円の面積である「半径×半径×3.14」は，20×3.14 になります。
ここが20になる

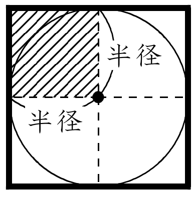
この問題の場合も，「半径」はわかりませんが，「半径×半径」ならわかります。



なぜなら，「半径×半径」は，右の図のしゃ線をつけた正方形の面積になるからです。



(1)で，右の図の太線の正方形の面積が72cm^2であることがわかりました。
しゃ線をつけた正方形の面積は，太線の正方形の面積の$\frac{1}{4}$ですから，しゃ線をつけた正方形の面積は，72÷4＝18（cm^2）です。



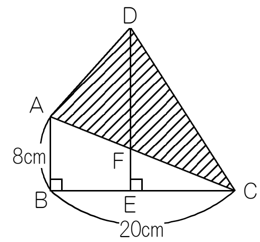
よって，「半径×半径」が18になるので，円の面積である「半径×半径×3.14」は，18×3.14＝56.52（cm^2）になります。
ここが18になる

反復問題（練習）$\boxed{1}$

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　(2)では，三角形ACDを２つに分けます。

(1)　三角形ABCの面積は 80 cm² です。
底辺をBCにすると，高さはABなので，8 cm になります。
BC × 8 ÷ 2 ＝ 80 となるので，80 × 2 ＝ 160　　160 ÷ 8 ＝ 20 となり，BCは 20 cmになります。

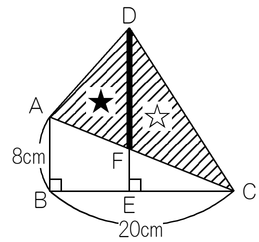
(2)　四角形ABCDの面積は 210 cm² で，三角形ABCの面積は 80 cm² ですから，
三角形ACDの面積（右の図のしゃ線部分）は，210 − 80 ＝ 130（cm²）です。

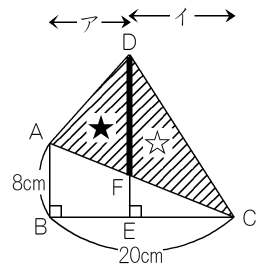


(2)は，DFの長さを求める問題です。

そこで，しゃ線部分を，左の★の部分と右の☆の部分に分けます。

★と☆の面積の合計は，もちろん 130 cm²です。





★の部分は，底辺がDFで，高さは右の図のアの部分です。
☆の部分は，底辺がやはりDFで，高さは右の図のイの部分です。

よって☆と★は，どちらも底辺がDFで，高さはアとイですから，
☆と★の合計は，底辺がDFで，高さはアとイの合計になり，BCの長さになりますから，20 cmです。

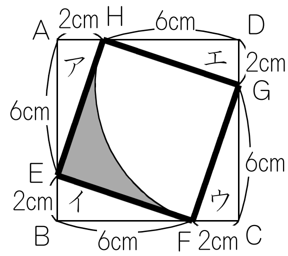
よって☆と★の合計は，底辺 × 高さ ÷ ２＝ DF × 20 ÷ 2 となり，
その面積が 130 cm² ですから，DF × 20 ÷ 2 ＝ 130 です。あとは逆算をすれば，答えを求めることができます。

130 × 2 ＝ 260　　　260 ÷ 20 ＝ 13　　　よって，DFは 13 cmです。

反復問題（練習）$\boxed{2}$

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　円の面積は，「半径」がわからなくても「半径×半径」がわかれば，求めることができます。

(1)　正方形EFGH(右の図の太線の部分)の面積は，正方形ABCDから，ア，イ，ウ，エの直角三角形を引くことで求められます。

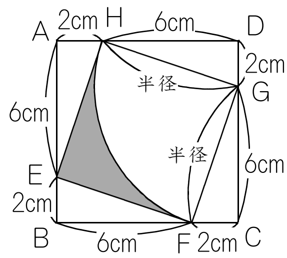


ア，イ，ウ，エの面積はどれも，2×6÷2＝6（cm^2）です。

正方形ABCDの１辺の長さは，6＋2＝8（cm）ですから，面積は，8×8＝64（cm^2）です。

よって正方形EFGHの面積は，64－6×4＝40（cm^2）です。

(2)　(1)で，正方形EFGHの面積がわかりました。



正方形EFGHの１辺は，正方形でいえば１辺ですが，四分円でいえば，半径にあたります。

正方形EFGHの面積は40 cm^2でしたから，「１辺×１辺＝40」は，「半径×半径＝40」となります。

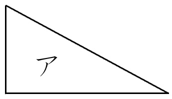
四分円の面積は，「$\underbrace{\text{半径×半径}}_{\text{ここが40になる}}$×3.14÷4」で求められますから，40×3.14÷4＝31.4（cm^2）になります。

正方形EFGHの面積は40 cm^2で，四分円の面積は31.4 cm^2ですから，色をつけた部分の面積は，40－31.4＝8.6（cm^2）です。

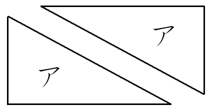
反復問題（練習）$\boxed{3}$

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　中学入試でもよく出題される問題です。しっかり解き方をマスターしましょう。

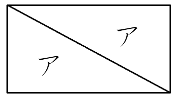
このような問題には，特別な解き方があります。
その解き方とは，たとえば右の図のような直角三角形アがあったとき，



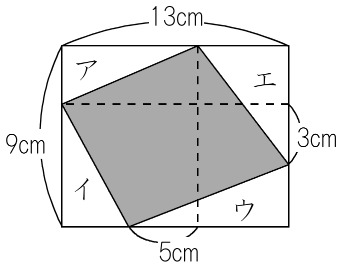
アをひっくり返した三角形をもう１まい用意してくっつけると長方形になり，



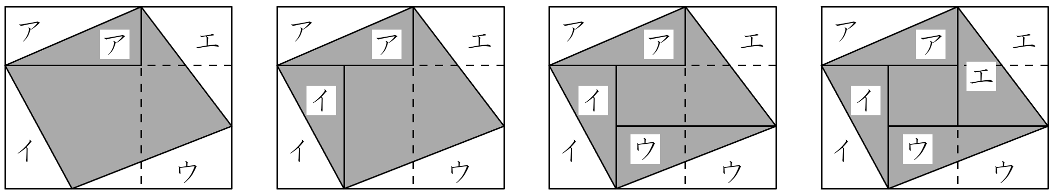
面積はアの２倍になるという，まあ当たり前のことを利用します。



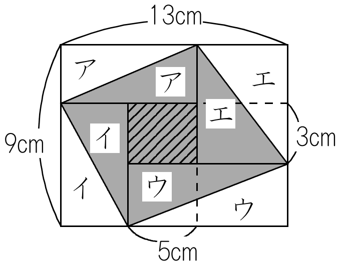
この問題の場合も，白い４つの部分は直角三角形になっているので，
右の図のようにア，イ，ウ，エと名づけます。



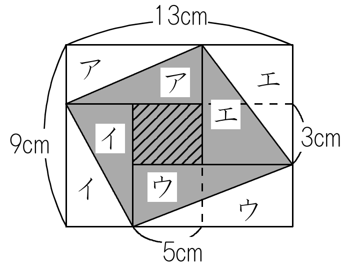
アに対してア，イに対してイ，ウに対してウ，エに対してエを作ると，下の図のようになっていきます。



「アアイイウウエエ」は，長方形全体の面積を表すわけではありません。
なぜなら，重なっている部分（右の図のしゃ線の部分）だけ，
長方形の面積よりも小さくなっているからです。



（次のページへ）

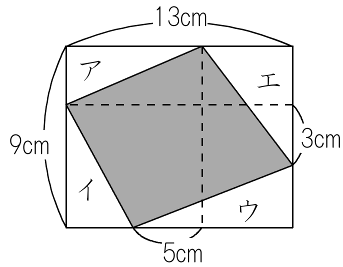


ところで，長方形全体の面積は $9 \times 13 = 117$（cm^2）です。

また，しゃ線部分の面積は，$3 \times 5 = 15$（cm^2）です。

よって，「アアイイウウエエ」の面積は，$117 - 15 = 102$（cm^2）です。

「アアイイウウエエ」を並びかえて「アイウエ」「アイウエ」とすると，「アイウエ」２つぶんが 102 cm^2 であることがわかります。



よって「アイウエ」の面積は，$102 \div 2 = 51$（cm^2）です。

これで，長方形の面積は 117 cm^2 で，「アイウエ」の面積は 51 cm^2 であることがわかりました。

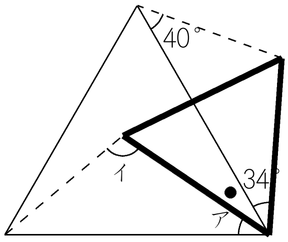
よって色のついた四角形の面積は，$117 - 51 = 66$（cm^2）になります。

反復問題（練習）$\boxed{4}$（図1）

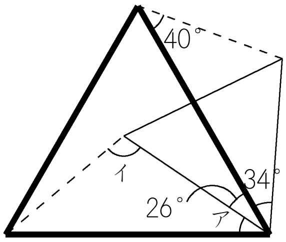
$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「合同図形をさがす」ことがポイントです。

右の図の太線でかこまれた三角形は正三角形なので，1 つの内角は 60 度です。

よって ● は，60－34＝ 26（度）です。



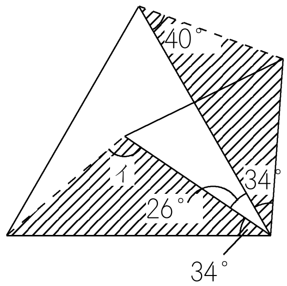
右の図の太線でかこまれた三角形も正三角形なので，アは 60－26＝ 34（度）です。



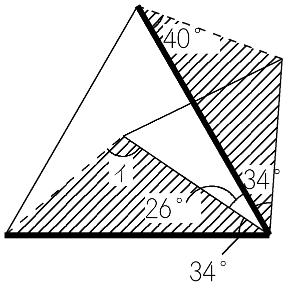
イの角度を求めるには，「合同図形をさがす」ことがポイントです。

右の図のしゃ線をつけた 2 つの三角形が合同です。

なぜなら，34 度の角度が等しく，



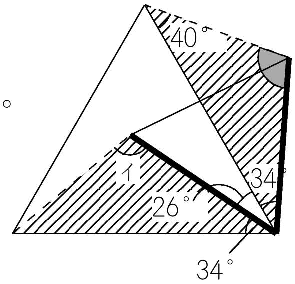
右の図の太線と太線は，同じ正三角形の 2 つの辺なので等しく，



右の図の太線と太線も，同じ正三角形の 2 つの辺なので等しいからです。

よってイは，右の図の色をつけた角度と等しいことになります。

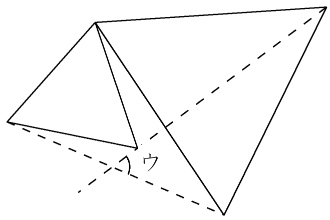
色をつけた角度は，180－（40＋34）＝ 106（度）ですから，イも 106 度です。



反復問題（練習）$\boxed{4}$（図2）

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　この問題も,「合同図形をさがす」ことがポイントです。

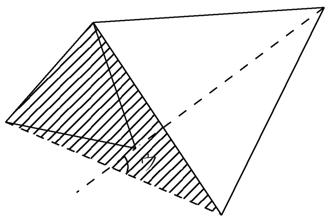
図には，角度が何も書いてありません。
それにもかかわらずウの角度を求めることができるということは，ウは正三角形の１つの角度である 60 度を利用した角度になるのではないかという予想をすることができます。
ウはなんとなく 60 度に見えるので,「ウは 60 度かな？」と予想しましょう。

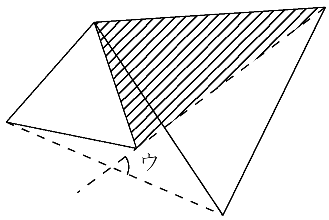


実際に答えは 60 度なのですが，この問題も(図１)と同じく「合同図形をさがす」ことがポイントです。

右の図のしゃ線をつけた２つの三角形が，合同になっています。

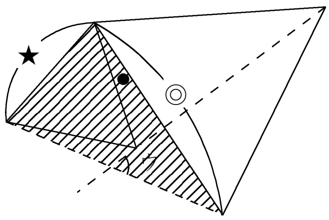
なぜ合同になるのかという説明をしていきます。

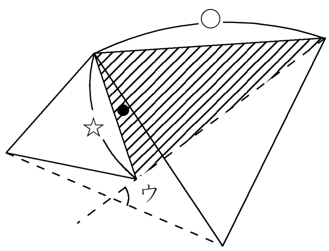




右の図の★と☆は同じ正三角形の１辺ですから，同じ長さです。

また，◎と○も同じ正三角形の１辺ですから，同じ長さです。

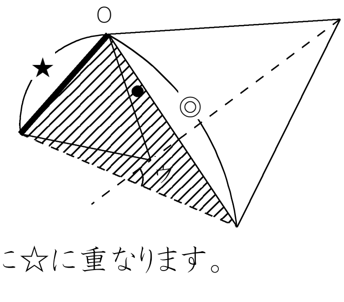




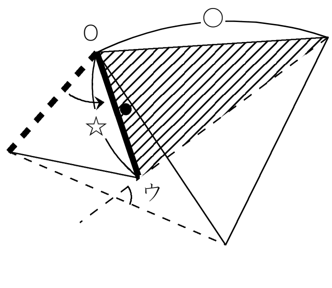
★と◎ではさまれた角度は，正三角形の１つの内角である 60 度と，● の和です。
☆と○ではさまれた角度も，正三角形の１つの内角である 60 度と，● の和です。

よって，★と◎とはさまれた角度と，☆と○ではさまれた角度は等しいです。

したがって，しゃ線をつけた２つの三角形は，合同になります。

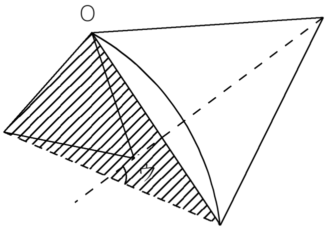
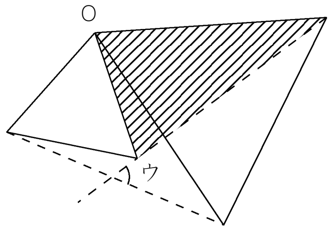


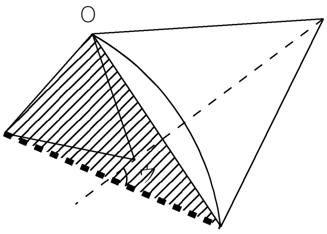
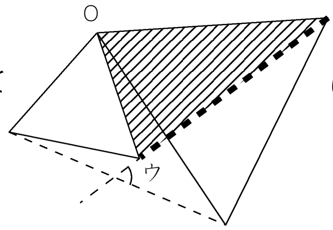
の★はOを中心に 60 度回転すると



のように☆に重なります。

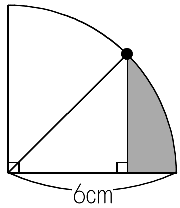
（次のページへ）

つまり，はOを中心に 60 度回転するとになります。

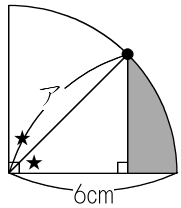
の太い点線部分も，60 度回転してになるのですから，はさまれた角であるウも，60 度になります。

反復問題（練習）$\boxed{5}$（図1）

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　四分円の中心から，補助線を引きます。

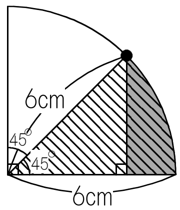


このような問題の場合は，四分円の中心から，右の図のように補助線を引くと面積を求めることができます。



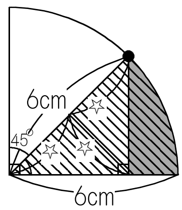
四分円の半径は６cmですから，右の図のアも６cmです。

また，●は弧を２等分していますから，★の角度は，90÷2＝45（度）です。



$\frac{45}{360}=\frac{1}{8}$ ですから，右の図のしゃ線をつけたおうぎ形の面積は，

6×6×3.14÷8＝4.5×3.14＝14.13（cm^2）です。



色をつけた部分は，おうぎ形の面積から直角二等辺三角形の面積を引けば求めることができますが，直角二等辺三角形の方は右の図のように分けると，☆の長さはすべて 6÷2＝3（cm）です。

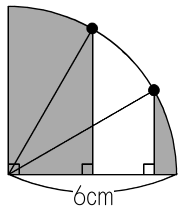
底辺が６cm，高さが３cmですから，面積は，6×3÷2＝9（cm^2）です。

おうぎ形の面積は14.13 cm^2 で，直角二等辺三角形の面積は９cm^2 ですから，色をつけた部分の面積は，14.13－9＝5.13（cm^2）です。

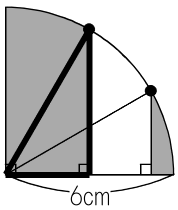
反復問題（練習）$\boxed{5}$（図2）

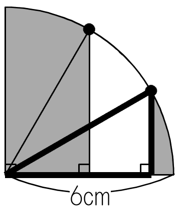
$\boxed{\text{ワンポイント}}$　四分円の中心から，補助線を引きます。

このような問題の場合は，四分円の中心から，右の図のように補助線を引くと面積を求めることができます。



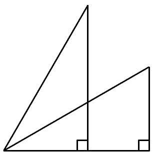
この図の中に，直角三角形が２つふくまれていることがわかりますか？

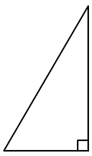
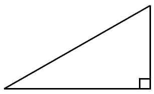


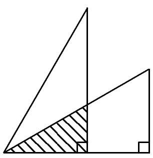
と


が，２つの直角三角形です。しかもこの２つの直角三角形は，合同です。

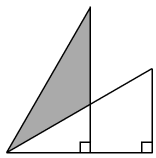
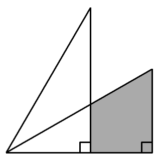
合同ですから，同じ面積です。

同じ面積の２つの直角三角形が  のように重なっています。

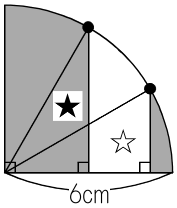
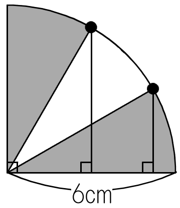
もし，もしですよ， と  の面積がどちらも 50 ㎠ だったとしましょう。

しかも重なりの部分  の面積が 20 ㎠ だったとしましょう。

すると，重なっていない部分の面積は，どちらも 50－20＝ 30（㎠）になりますよね。

同じようにして，直角三角形の重なっていない部分である， と  の面積が等しいことがわかります。

（次のページへ）

よって，の★の部分を白くして，かわりに☆の部分に色をつけるとと

なって，おうぎ形２つぶんの面積を求めればよいことになります。

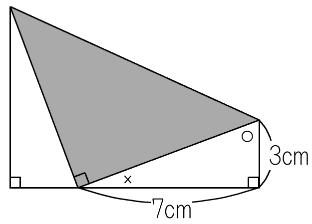
●は四分円の弧を３等分する点ですから，おうぎ形の中心角は 90÷3＝30（度）です。

$\frac{30}{360}=\frac{1}{12}$ですから，色をつけた面積は，6×6×3.14÷12×2＝6×3.14＝18.84（cm^2）です。

反復問題（練習）$\boxed{6}$ (1)

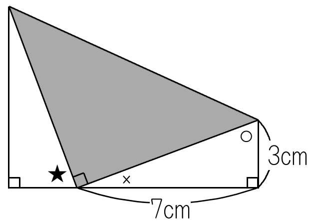
$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「合同図形をさがす」ことがポイントです。

このような問題では，直角三角形の直角以外の角度に，○×の記号を書くテクニックが使われます。



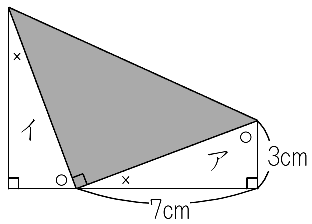
○，×合わせて，180－90＝90（度）です。

右の図の，×と★の合計も，180－90＝90（度）ですから，★は○になります。



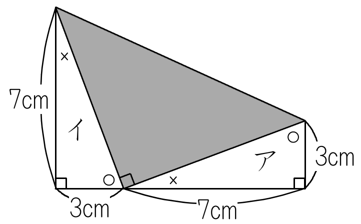
よって右の図のようになります。

色をつけた三角形は直角二等辺三角形ですから，アとイのななめの辺の長さは等しく，アとイは合同です。



よって右の図のようになります。

この図形全体は台形で，上底は７cmで下底は３cm，高さは３＋７＝10（cm）です。

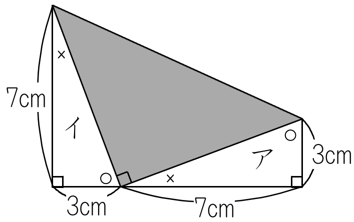


よって図形全体の面積は，(7＋3)×10÷2＝50（cm^2）です。

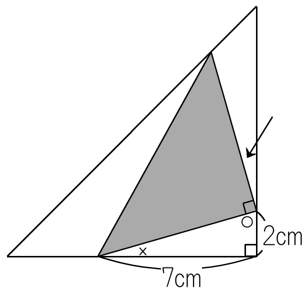
反復問題（練習）$\boxed{6}$(2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「合同図形をさがす」のではなく，「合同図形を作る」のです。

(1)では，右の図のア，イのように，合同な三角形がありました。

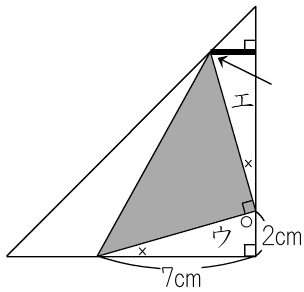


(2)の場合も，右の図のように○，×を書きこむと，矢印の部分の角度は×になります。

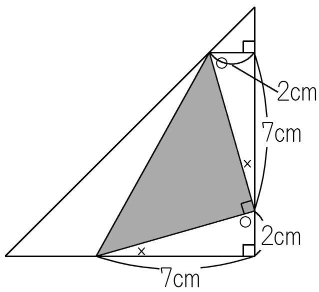


よって右の図の太線のように補助線を引くと，矢印の部分の角度は○になります。

色のついた三角形は直角二等辺三角形なので，ウとエのななめの辺の長さは等しく，ウとエは合同な三角形です。



よって右の図のようになります。

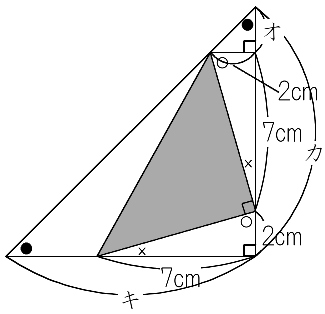


図形全体は直角二等辺三角形なので，● は 45 度です。

よってオは 2 cm になります。

カは，2＋7＋2＝ 11（cm）で，図形全体が直角二等辺三角形であることから，キも 11 cm です。

よって図形全体の面積は，11 × 11 ÷ 2＝ 60.5（cm^2）です。



トレーニング①

(1)　かげの部分は台形です。

台形の上底は10cm，下底は 10－4＝6(cm)，高さは10cmです。

台形の面積は，(上底＋下底)×高さ÷2＝(10＋6)×10÷2＝80(cm²)です。

(2)　かげの部分は，上が三角形，下が台形です。

上の三角形の底辺は9cm，高さは4cmですから，面積は，
底辺×高さ÷2＝9×4÷2＝18(cm²)です。

下の台形は，上底が9cm，下底が5cm，高さが3cmですから，面積は，
(上底＋下底)×高さ÷2＝(9＋5)×3÷2＝21(cm²)です。

よってかげの部分の面積は，18＋21＝39(cm²)です。

(3)　図形全体は台形で，白い部分は，左の部分が台形，右の部分は三角形です。

図形全体の台形の上底は4cm，下底は 8＋2＝10(cm)，高さは 3＋8＝11(cm)です。
面積は，(上底＋下底)×高さ÷2＝(4＋10)×11÷2＝77(cm²)です。

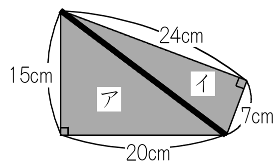
左の部分の白い台形は，上底が2cm，下底が8cm，高さが4cmです。
面積は，(上底＋下底)×高さ÷2＝(2＋8)×4÷2＝20(cm²)です。

右の部分の三角形は，底辺が8cm，高さが4cmです。
面積は，底辺×高さ÷2＝8×4÷2＝16(cm²)です。

よってかげの部分の面積は，77－(20＋16)＝41(cm²)です。

(次のページへ)

(4)　右の図のように補助線を引くと，2 つの直角三角形に分かれます。

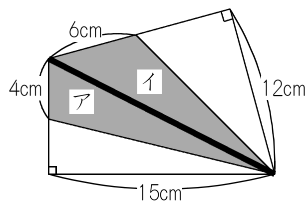


2 つの直角三角形をア，イとすると，

アの面積は，20×15÷2＝ 150（cm^2）で，イの面積は，24×7÷2＝ 84（cm^2）です。

よって，かげの部分の面積は，150＋84＝ 234（cm^2）です。

(5)　右の図のように補助線を引くと，2 つの直角三角形に分かれます。

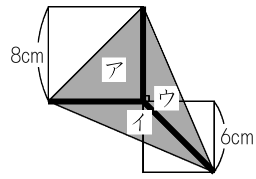


2 つの直角三角形をア，イとすると，

アの面積は，4×15÷2＝ 30（cm^2）で，イの面積は，6×12÷2＝ 36（cm^2）です。

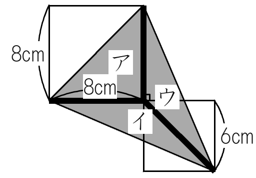
よって，かげの部分の面積は，30＋36＝ 66（cm^2）です。

(6)　右の図のように補助線を引いて，3 つの三角形に分けます。

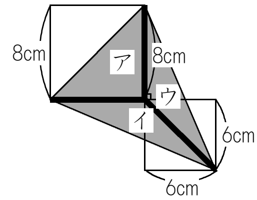


アの面積は，8×8÷2＝ 32（cm^2）です。

イは，底辺が 8 cmで，高さが 6 cmなので，面積は 8×6÷2＝ 24（cm^2）です。



ウも，底辺が 8 cmで，高さが 6 cmなので，面積はイと同じく 24 cm^2 です。



よって，かげの部分の面積は，32＋24＋24＝ 80（cm^2）です。

トレーニング②

(1)　ひし形の面積は，「対角線×対角線÷２」で求められます。

対角線の長さは，7×2＝14（cm）と，4×2＝8（cm）です。

よって，ひし形の面積は，14×8÷2＝56（cm^2）です。

(2)　正方形の面積は，ふつう「１辺×１辺」で求めます。

しかしこの問題の場合は，１辺の長さがわかりません。

このような場合は，正方形を「ひし形」とみなして，ひし形の面積の公式を利用して求めることになります。

ひし形の面積は，「対角線×対角線÷２」で求めることができます。

対角線の長さは 30 cmです。

よってこの正方形の面積は，対角線×対角線÷２＝30×30÷2＝450（cm^2）です。

(3)　この図形のような，対角線と対角線が直角にまじわっている四角形の場合は，ひし形の面積を求めるのと同じように，「対角線×対角線÷２」で求めることができます。

※　基本問題 $\boxed{1}$ (5)を復習しておきましょう。

対角線の長さは 12 cmと 16 cmですから，対角線×対角線÷２＝12×16÷2＝96（cm^2）です。

トレーニング③

(1)　円の面積は,「半径×半径× 3.14」で求められます。

円の直径が 18 cmですから, 半径は, 18÷2＝ 9 (cm) です。

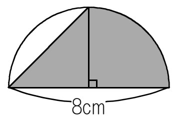
よって円の面積は, 半径×半径× 3.14 ＝ 9×9×3.14＝ 254.34 (cm^2) です。

(2)　$\frac{30}{360}=\frac{1}{12}$ ですから, このおうぎ形の面積は, 6×6×3.14÷12＝ 3×3.14＝ 9.42 (cm^2) です。

(3)　かげの部分のおうぎ形の中心角は, 360－80＝ 280 (度) です。

$\frac{280}{360}=\frac{7}{9}$ ですから, このおうぎ形の面積は 3×3×3.14×$\frac{7}{9}$＝ 7×3.14＝ 21.98 (cm^2) です。

(4)　右の図のように, 直角二等辺三角形と四分円に分けます。



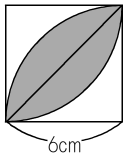
直径が 8 cmですから, 半径は 8÷2＝ 4 (cm) です。

よって, 直角二等辺三角形は底辺も高さも 4 cmになるので, 面積は, 4×4÷2＝ 8 (cm^2) です。

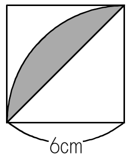
また, 四分円の面積は, 4×4×3.14÷4＝ 4×3.14＝ 12.56(cm^2)です。

かげの部分の面積は, 8＋12.56＝ 20.56 (cm^2) です。

(5)　「レンズ形」という名前がついているぐらい，有名な問題です。いろいろな解き方があります。

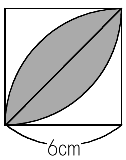


のように補助線を引いて，2 つに分けます。

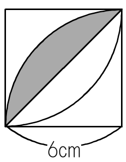


は，四分円の面積から直角二等辺三角形の面積を引いたものなので，

$\underbrace{6\times6\times3.14\div4}_{\text{四分円}}-\underbrace{6\times6\div2}_{\text{直角二等辺}}=28.26-18=10.26$ (cm^2) です。

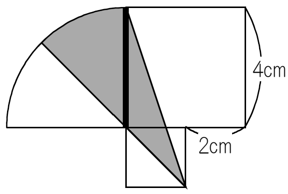


＝



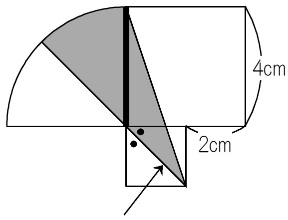
$\times 2 = 10.26\times2=$ 20.52 (cm^2) です。

(6)　かげの部分を，右の図の太線によって，おうぎ形と三角形の 2 つに分けます。



おうぎ形の中心角が何度なのかは，何も書いていないのでわからないように思えますが，

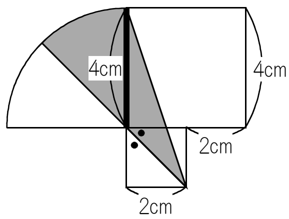
右の図の矢印で示した線が，正方形の対角線になっていますから，•の角度は 45 度になるので，おうぎ形の中心角も 45 度です。



正方形の対角線

$\dfrac{45}{360}=\dfrac{1}{8}$ ですから，このおうぎ形の面積は，

$4\times4\times3.14\div8=2\times3.14=6.28$ (cm^2) です。



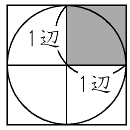
また，三角形の方は，底辺が 4 cmで高さが 2 cmですから，
面積は，$4\times2\div2=4$ (cm^2) です。

よってかげの部分の面積は，$6.28+4=$ 10.28 (cm^2) です。

トレーニング④

(1)①　かげの部分の面積は正方形ABCDの面積の$\frac{1}{4}$ですから，$80 \times \frac{1}{4} = 20$（cm²）です。

②　①で，かげの部分の面積が20 cm²であることがわかりました。



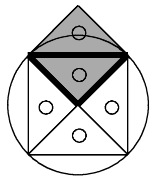
かげの部分は正方形ですから，「１辺×１辺」が20 cm²です。

ところが，「１辺」は，円の「半径」でもあります。

よって，「半径×半径」が20 cm²であるといっても，同じことです。

円の面積は，「半径×半径×3.14」で求められます。

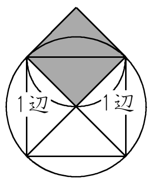
その「半径×半径」が20なのですから，「半径×半径×3.14」は，$20 \times 3.14 = 62.8$（cm²）になります。



(2)　右の図の太線でかこまれた三角形は，正方形を４等分しています。
正方形の面積は80 cm²ですから，太線でかこまれた三角形の面積は，$80 \div 4 = 20$（cm²）です。

かげの部分はその２倍ですから，$20 \times 2 = 40$（cm²）です。

②　①で，かげの部分の面積が40 cm²であることがわかりました。



かげの部分は正方形ですから，「１辺×１辺」が40 cm²です。

ところが，「１辺」は，円の「半径」でもあります。

よって，「半径×半径」が40 cm²であるといっても，同じことです。

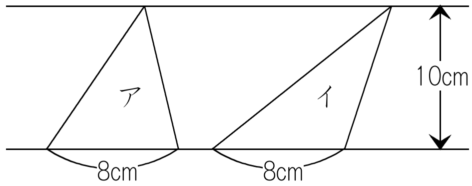
円の面積は，「半径×半径×3.14」で求められます。

その「半径×半径」が40なのですから，「半径×半径×3.14」は，$40 \times 3.14 = 125.6$（cm²）になります。

実戦演習①

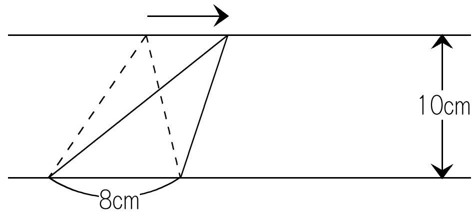
ワンポイント　等積変形のしかたをマスターしましょう。

右の図の三角形アとイは，どちらも底辺が８cm，高さが10 cmですから，同じ面積です。

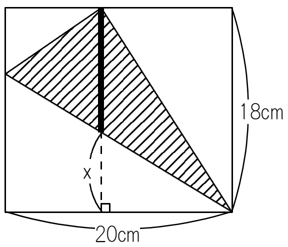


つまり，右の図のように三角形のちょう点を，底辺と平行に動かしても，面積が変わらないということです。

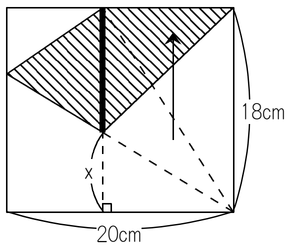
このように，面積を変えずに図形を変形することを，「等積変形（とうせきへんけい）」といいます。



この問題の場合も，(1)，(2)の解説をする前に，等積変形をします。

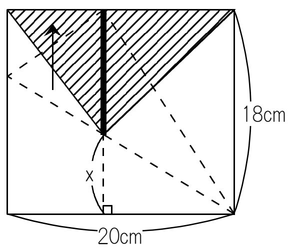


の太線よりも右の三角形を，



のように等積変形し，

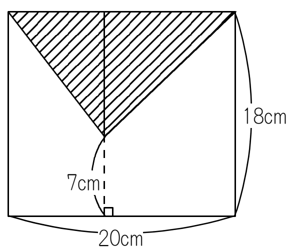
さらに太線よりも左の三角形を，



のように等積変形します。

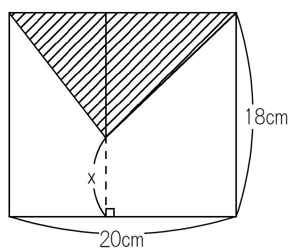
(1)　右の図のしゃ線部分の三角形の底辺は20 cmで，高さはｘが７cmですから，18－7＝11(cm)です。

よって面積は，20×11÷2＝110（cm^2）です。



(2)　右の図のしゃ線部分の三角形の面積が140 cm^2 で，底辺は20 cmですから，20×高さ÷2＝140 となり，高さは 140×2÷20＝14（cm）です。

よってｘは，18－14＝4（cm）です。



実戦演習②

ワンポイント　正方形の面積をどのように求めましょうか。

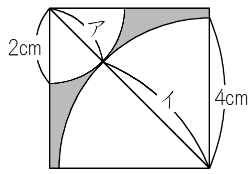
かげの部分の面積は，正方形全体の面積から，四分円２個の面積を引けば求められます。

四分円の面積は，半径が２cmと４cmであることがわかっているので，求めることができます。

よって，正方形の面積さえわかれば，かげの部分の面積を求めることが出来ます。

正方形の面積は，「１辺×１辺」でも求められますが，ひし形と考えて「対角線×対角線÷２」で求めることもできます。

この問題では，「対角線×対角線÷2」を利用します。



右の図のアは，小さい四分円の半径なので２cmです。

イは，大きい四分円の半径なので４cmです。

よって正方形の対角線は，ア＋イ＝ 2＋4＝ 6(cm)です。

正方形の面積は，対角線×対角線÷2＝ 6×6÷2＝ 18 (cm^2) です。

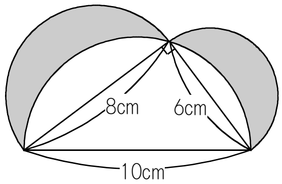
よってかげの部分の面積は，

18－（2×2×3.14÷4 ＋ 4×4×3.14÷4）
＝ 18－（1×3.14 ＋ 4×3.14）
＝ 18－ 5×3.14
＝ 18－ 15.7
＝ 2.3 (cm^2) です。

実戦演習③

ワンポイント　ヒポクラテスの定理を利用しましょう。

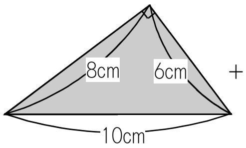
(1)　かげの部分の面積は，なんと！直角三角形の面積と同じなんです。

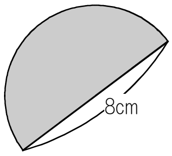


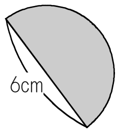
直角三角形の面積は，$8 \times 6 \div 2 = 24$（cm^2）ですよね。

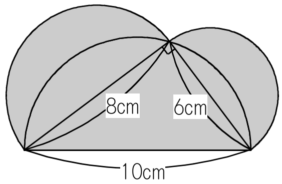
よって，かげの部分の面積も，やはり 24 cm^2 になります。

参考　本当に，かげの部分の面積が，直角三角形の面積と同じなのかどうか，計算してみます。

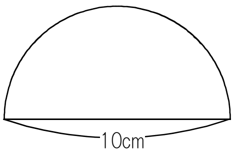


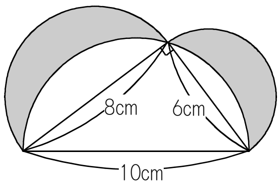
＋


＋


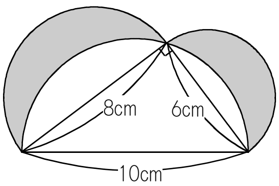
は，


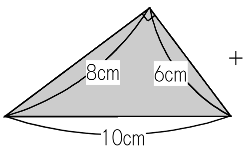
となります。

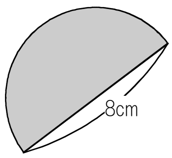
そして


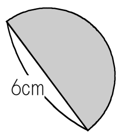
を引くと，


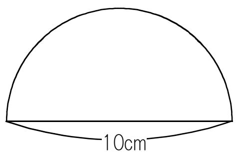
になります。



＝


＋


＋


－


＝　直角三角形　$+4 \times 4 \times 3.14 \div 2 + 3 \times 3 \times 3.14 \div 2 - 5 \times 5 \times 3.14 \div 2$

＝　直角三角形　$+8 \times 3.14 + 4.5 \times 3.14 - 12.5 \times 3.14$

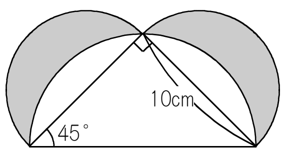
＝　直角三角形　$+(8 + 4.5 - 12.5) \times 3.14$

＝　直角三角形　$+\ 0 \times 3.14$

＝　直角三角形　$+\ 0$

＝　直角三角形　となるので，確かに直角三角形の面積と同じです。

(2)　(1)と同じように，かげの部分の面積は，直角三角形の面積と同じです。

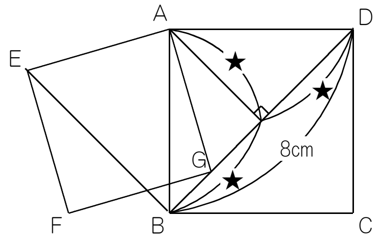


直角三角形の面積は，$10 \times 10 \div 2 = 50$（cm^2）です。

かげの部分の面積も，50 cm^2 です。

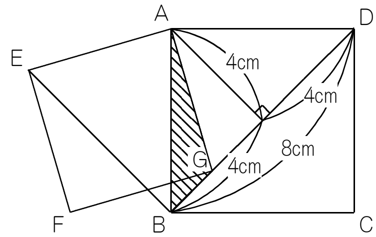
実戦演習④

ワンポイント　「合同図形をさがす」ことがポイントです。



(1)　四角形ABCDは正方形なので，三角形ABDは直角二等辺三角形です。

よって右の図の★の長さはすべて等しく，8÷2＝４(cm)です。

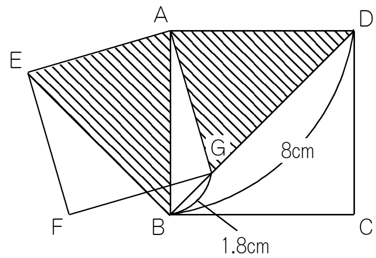


三角形ABG(右の図のしゃ線部分)の底辺をBGとすると，高さは４cmで，面積は3.6 cm^2 ですから，BG×4÷2＝3.6 となり，あとは逆算です。

3.6×2＝7.2　　7.2÷4＝1.8

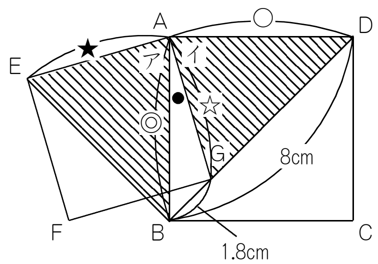
よってBGは 1.8 cmです。

(2)　合同図形をさがしましょう。



何となく，右の図のしゃ線部分の２個の三角形が，合同そうな感じですね。

実際に合同であることを，これから示します。



右の図の★と☆は同じ正方形の１辺ですから，同じ長さです。また，◎と〇も同じ正方形の１辺ですから，同じ長さです。

★と◎ではさまれた角度は，直角から● を引いた角度です。
☆と〇ではさまれた角度も，直角から ● を引いた角度です。

よって，★と◎とはさまれた角度と，☆と〇ではさまれた角度は等しいです。

したがって，しゃ線をつけた２つの三角形は，合同になります。

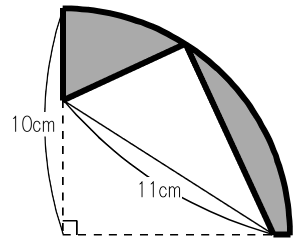
合同ですからEBとGDの長さは等しく，GDは 8－1.8＝6.2(cm)です。

よってEBも，6.2 cm です。

実戦演習⑤

ワンポイント　かげの部分のまわりの長さはわからない長さだらけですが，長さの和なら求められます。

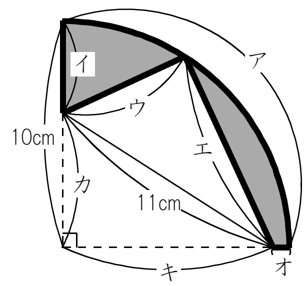
(1)　かげの部分のまわりの長さの和は，右の図の太線の長さの和です。



ですから，右の図のア･イ･ウ･エ･オの長さの和です。

ところで，ウとカ，エとキは，折った後･折る前の関係にありますから，同じ長さです。

よって，「ア･イ･ウ･エ･オの長さの和」は，「ア･イ･カ･キ･オの長さの和」にしても，長さは変わりません。

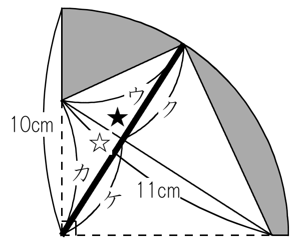


「ア･イ･カ･キ･オの長さの和」のうち，「ア」は 10×2×3.14÷4＝ 5×3.14＝ 15.7(cm)，「イ･カ」は 10 cm，「キ･オ」も 10 cmですから，答えは，15.7＋10＋10＝ 35.7 (cm) です。

(2)　かげの部分の面積の和は，四分円全体から，白い四角形の面積を引けば，求められます。

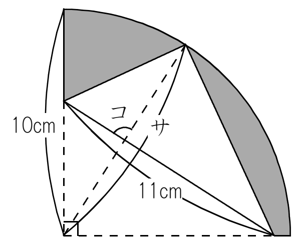
右の図のように太い補助線を引くと，★と☆の三角形は合同です。

なぜなら，ウとカ，クとケは，折った後，折る前だから同じ長さで，残りの 1 辺は共通だからです。



よって，右の図のコの角度は 180÷2＝ 90 (度) なので，直角です。

右の図の白い四角形は，対角線と対角線が直角にまじわるので，その面積は「対角線×対角線÷ 2 」で求められます。

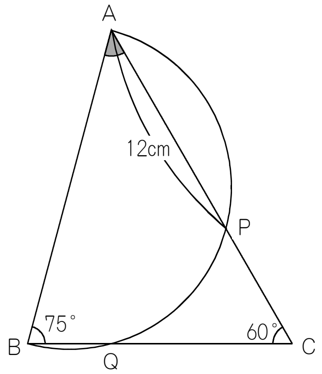


一方の対角線は 11 cm，もう一方の対角線は，四分円の半径なので，10 cmです。

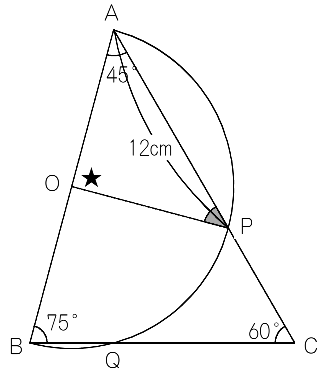
よって白い四角形の面積は，11 × 10 ÷ 2＝ 55 (cm^2) です。
四分円の面積は，10 × 10 × 3.14 ÷ 4＝ 78.5 (cm^2) です。
したがってかげの部分の面積は，78.5 − 55＝ 23.5 (cm^2) です。

実戦演習⑥(1)

ワンポイント　半円の中心から補助線を引きます。

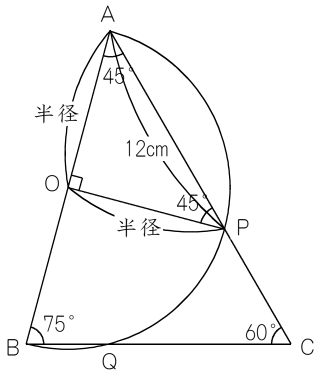


三角形の内角の和は180度ですから，右の図のかげをつけた角度は，
180－（75＋60）＝45（度）です。



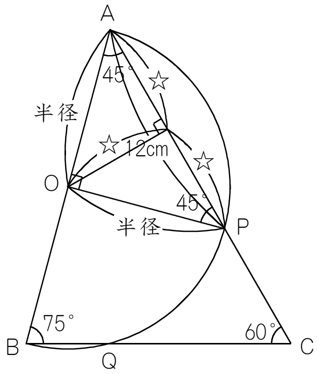
半円の中心をOとして，Oから点Pに補助線を引くと，三角形AOPができます。
OAとOPは半径なので同じ長さですから，この三角形AOPは，二等辺三角形です。

かげをつけた角度も角Aと同じく45度になり，★をつけた角度は，
180－45×2＝90（度）です。
よって三角形AOPは，直角二等辺三角形です。
(1)は，半円の面積を求める問題でした。



半円の面積は，「半径×半径×3.14÷２」で求めることができますが，「半径」を求めることはできません。（中学校で習う，「無理数（むりすう）」です。）

しかし，「半径」がわからなくても，「半径×半径」さえわかれば，答えを求めることができます。



直角二等辺三角形AOPを右の図のように分けると，☆の長さはすべて同じです。☆の長さは，12÷2＝6（cm）です。

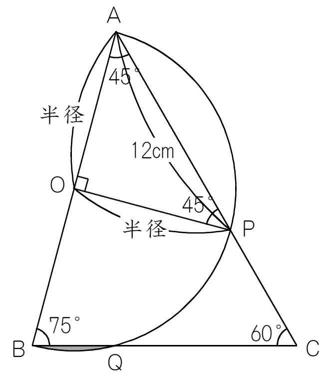
よって直角二等辺三角形AOPの面積は，12×6÷2＝36（cm^2）です。
OPを底辺，OAを高さと考えると，「半径×半径÷２」も36cm^2になりますから，「半径×半径」は，36×2＝72（cm^2）です。

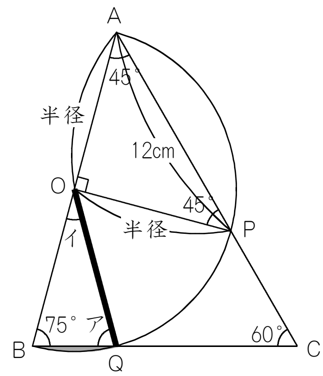
したがって半円の面積は，
半径×半径×3.14÷2＝72×3.14÷2＝36×3.14＝113.04（cm^2）です。
ここが72になる

実戦演習⑥ (2)

ワンポイント　半円の中心から補助線を引きます。

(1)で，「半径×半径」は 72 であることがわかりました。
(「半径」は無理数なのでわかりません。)





右の図の太線のように補助線を引くと，三角形OBQができます。

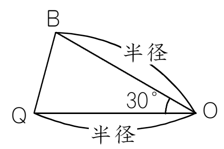
三角形OBQは，OBとOQが半径で等しいので，二等辺三角形です。

角アは 75 度で，角イは 180 − 75 × 2 = 30（度）です。

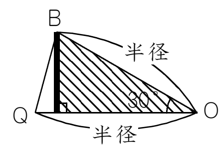
かげの部分の面積は，おうぎ形OBQの面積から，三角形OBQの面積を引くことによって，求めることができます。

$\frac{30}{360}=\frac{1}{12}$ ですから，おうぎ形OBQの面積は，$\underbrace{半径\times半径}_{ここが72になる}\times3.14\times\frac{1}{12}=6\times3.14=18.84$（$cm^2$）

です。



三角形OBQは，右の図のようにバタッと倒すと，底辺は「半径」になります。



高さは，右の図の太線部分になりますが，しゃ線をつけた三角形は，正三角形の半分の形をしていますから，高さは「半径 ÷ 2」です。

よって，底辺が「半径」，高さが「半径 ÷ 2」になるので，三角形OBQの面積は，
「半径」×「半径 ÷2」÷2 = $\underbrace{半径\times半径}_{ここが72になる}\div2\div2=72\div2\div2=18$（$cm^2$）です。

おうぎ形OBQの面積は 18.84 cm^2 で，三角形OBQの面積は 18 cm^2 ですから，かげの部分の面積は，
18.84 − 18 = 0.84（cm^2）です。