シリーズ5年上第20回・くわしい解説

目　次

すぐる学習会
https://www.suguru.jp

第 16 回・基本 $\boxed{1}$

(1)　すれちがいにかかる時間＝きょり÷(速さの和)＝ 840÷(65＋55)＝ 7(分後)です。

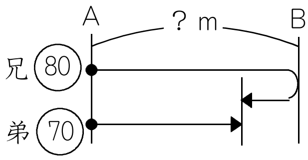
(2)　兄が家を出るときに，弟はすでに 6 分間歩いています。

弟は分速 40 m ですから，弟が 40×6＝ 240(m)進んだときに，兄が出発します。

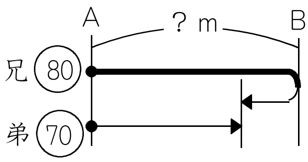
兄の方が速いので，兄は弟に追いつきます。

追いつくのにかかる時間＝きょり÷(速さの差)＝ 240÷(120－40)＝ 3(分後)に追いつきます。

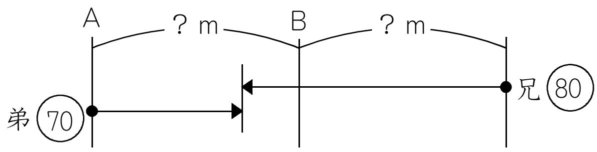
(3)　右の図は，兄と弟が出会うまでのようすをあらわしています。



右の図の太線の部分をひっくり返して，



右の図のようにしても，すれちがう時間は変わりません。
兄と弟は，出発するときに，



出会うまでの時間を求めるときは，

出会うまでの時間＝きょり÷（速さの和）

の公式を利用します。

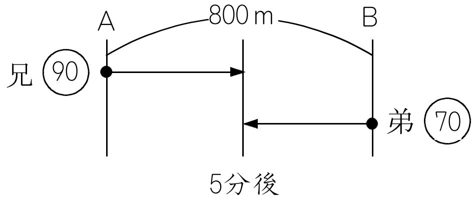
6 分後にすれちがうのですから，きょりを□ m とすると，□÷(80＋70)＝ 6 となり，□ ＝ 900(m)です。

？2 つぶんが 900 m ですから，A 地点と B 地点は，900÷2＝ 450(m)はなれています。

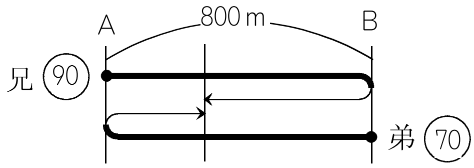
(次のページへ)

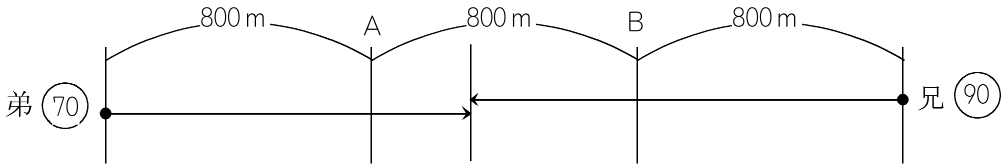
(4)　すれちがいにかかる時間＝きょり÷(速さの和)＝800÷(90＋70)＝5(分後)です。

右の図が，1回目のすれちがいを表します。



2人が2回目にすれちがったのは，右の図のような状態になったときです。
太線の部分をひっくり返して下の図のようにしても，同じことです。





2回目にすれちがうのは，きょり÷(速さの和)＝800×3÷(40＋50) としても求められますが，1回目のすれちがいのときのきょりの3倍になったので，すれちがいにかかる時間も3倍になる，という考え方の方が簡単です。

1回目のすれちがいは5分後ですから，2回目のすれちがいは，5×3＝15(分後)です。

第 16 回・基本 $\boxed{2}$

A から B まで進んだ人は，15 分で 2400 m を進んでいますから，分速 2400÷15＝ 160（m）です。

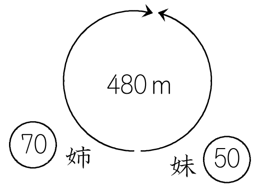
B から A まで進んだ人は，30 分で 2400 m を進んでいますから，分速 2400÷30＝ 80（m）です。

x はすれちがいにかかる時間ですから，きょり÷(速さの和)＝ 2400÷(160＋80)＝ 10（分後）です。

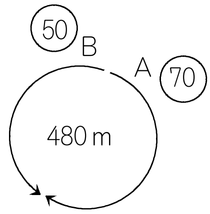
y は，分速 160 m の人が，x（＝ 10 分）で進んだきょりを表していますから，160×10＝ 1600（m）です。

第 17 回・基本 3

(1)　1 回目にすれちがうまでに，右の図のように進んでいます。



1 回目のすれちがいは，480÷(70＋50)＝ 4 (分後)です。…ア



1 回目にすれちがった地点をスタート地点として，1 回目にすれちがってから 2 回目にすれちがうまでに，右の図のように進むので，やはり 4 分かかります。

出発してから 4×2＝ 8 (分後)に，2 回目にすれちがいました。…イ

(2)　姉が妹よりも 1 周多くまわったときに，Ａ君はＢ君を追いぬきます。

1 周は 600 m ですから，追いぬく時間＝きょり÷（速さの差）＝ 600÷ (85－60)＝ 24（分後）に，追いぬくことができます。…ア

また，1 回目に追い抜いた地点をスタート地点として，1 回目に追い抜いてから 2 回目に追いぬくまでに，やはり 24 分かかります。

出発してから 24×2＝ 48 (分後)に，2 回目に追いぬきます。

(次のページへ)

(3)　姉と妹の分速を，それぞれ「姉」，「妹」とします。

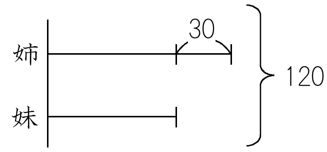
すれちがうのにかかる時間＝きょり÷(速さの和) の公式において，きょりは池のまわりなので360ｍです。すれちがいに3分かかったので，360÷(姉＋妹)＝3 となります。

(姉＋妹)は，360÷3＝120 です。

追いこしにかかる時間＝きょり÷(速さの差) の公式において，きょりは池のまわりなので360ｍです。追いこしに12分かかったので，360÷(姉－妹)＝12 となります。

(姉－妹)は，360÷12＝30 です。

姉と妹の和は120で，差は30ですから，和差算になり，線分図を利用すれば解くことができます。

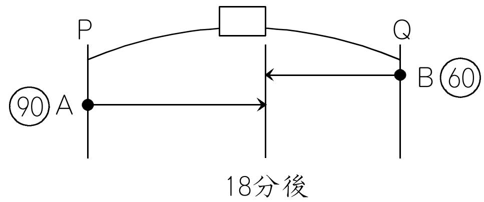


妹の分速は，(120－30)÷2＝45(ｍ)で，
姉の分速は，45＋30＝75(ｍ)です。

姉は分速75ｍ，妹は分速45ｍであることがわかりました。

第 17 回・基本 4

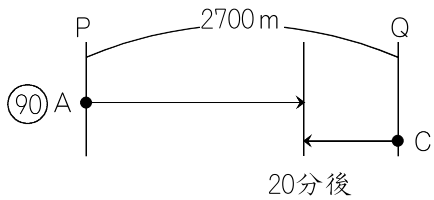
(1)　とりあえずＣ君がいないものとして，Ａ君とＢ君が18 分ですれちがうようすを書くと，右の図のようになります。



$\boxed{}\div(90+60)=18$　ですから，$\boxed{}=2700$　です。

Ｐ地点とＱ地点は，2700 m はなれていることがわかりました。

(2)　(1)では，とりあえずＣ君がいないものとして図を書きましたが，今度はＢ君がいないものとして図を書くと，右の図のようになります。

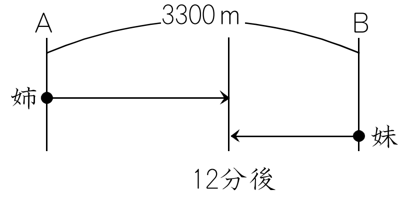


Ａ君とＢ君は 18 分後にすれちがいましたが，Ａ君はその 2 分後にＣ君とすれちがったので，出発してから $18+2=20$（分後）にＣ君とすれちがったことになります。

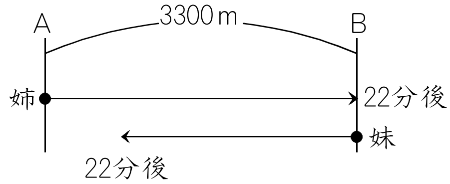
$2700\div(90+\text{C})=20$　ですから，$2700\div20=135$，　$135-90=45$　となり，Ｃ君のは分速 45 m であることがわかりました。

第 17 回・基本 $\boxed{5}$

はじめ，姉と妹は 3300 m はなれています。



12 分後に，2 人の間のきょりは 0 m になっていますから，2 人はすれちがったことがわかります。

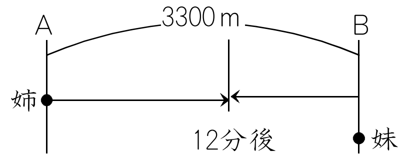


22 分後に，グラフが折れ曲がっていますが，このときに姉が B 地点に着いたことがわかります。

妹はまだ A 地点に着いていません。

姉は 22 分で A 地点から B 地点までの 3300 m を進みました。

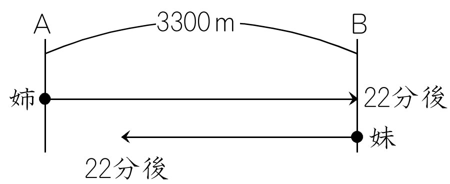
姉の分速は，3300÷22＝ 150（m）です。



また，出発してから 12 分後に，2 人はすれちがっていますから，3300÷(姉＋妹)＝ 12 となり，姉と妹の分速の和は，3300÷12＝ 275（m）です。

姉の分速は 150 m ですから，妹の分速は，275－150＝ 125（m）です。

グラフの x は，妹が A 地点に着くまでの時間を表していますから，3300÷125＝ 26.4 です。



グラフの y は，22 分後の姉と妹の間のきょりを表しています。

22 分後に姉は B 地点に着いて，

妹は分速 125 m ですから，B 地点から 125×22＝ 2750（m）進みました。

よって，姉と妹の間のきょりは 2750 m なので，y は 2750 です。

第 18 回・基本 $\boxed{6}$

(1)　この数列は，はじめの数が 3 で，4 ずつ増える等差数列になっています。

等差数列の N 番目の数は，$\boxed{\text{はじめ＋ふえる×(N－1)}}$ で求めることができます。

はじめの数は 3，ふえる数は 4，20 番目の数を求めるのですから N は 20 なので，
3＋4×(20－1)＝3＋4×19＝3＋76＝79 です。

(2)　等差数列の和は $\boxed{\text{(はじめ＋おわり)×N÷2}}$ で求めることができます。

はじめの数は 3，おわりの数は(1)で求めたとおり 79，20 番目の数までの和を求めるので N は 20 ですから，(3＋79)×20÷2＝820 です。

第 18 回・基本 $\boxed{7}$

このような問題は，5 番目のときなどのサンプルを書いて考えると，わかりやすくなります。

この数列は，右のように増えていっています。

3，　4，　6，　9，　13，　18，……

+1　+2　+3　+4　+5

たとえば，5 番目の数である 13 を求めるときに，どのような計算で求めるのかを考えてみます。

3，　4，　6，　9，　13，　18，……

+1　+2　+3　+4　+5

1 番目の数は 3 です。
この，1 番目の数に，

3，　4，　6，　9，　13，　18，……

+1　+2　+3　+4　+5

3，　4，　6，　9，　13，　18，……

+1　+2　+3　+4　+5

1 をたして 2 をたして 3 をたして 4 をたせば，5 番目の数である 13 になります。
つまり，1 番目の数である 3 に，1 から 4 までの数をたせば，5 番目の数になります。
ここで注意するのは，5 番目の数を求めるときには，1 から 5 までの数をたすのではなく，1 から 4 までの数をたす，ということです。
式で書けば，5 番目の数である 13 を求めるときには，3＋(1＋2＋3＋4) とすることになります。

同じように考えれば，6 番目の数である 18 を求めるときには，3＋(1＋2＋3＋4＋5) とすることになります。

3，　4，　6，　9，　13，　18，……

+1　+2　+3　+4　+5

この問題では，24 番目の数を求めたいのですから，1 番目の数である 3 に，1 から 24 までの和ではなく，1 から 23 までの和をたすことになります。

24番目の数

3，　4，　6，　9，　13，　18，……，○

+1　+2　+3　+4　+5　……　+23

式にすると，　3＋(1＋2＋3＋…＋23)　となります。

1 から 23 までの和は，(はじめの数＋おわりの数)×Ｎ÷2＝(1＋23)×23÷2＝276 ですから，答えは，3＋276＝279 になります。

第18回・基本 $\boxed{8}$

(1)　はじめの1は$\frac{1}{1}$，次の1は$\frac{2}{2}$，その次の1は$\frac{3}{3}$というようにして段にして書くと，右の表のようになります。

$\frac{1}{1}$,

$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{2}$,

$\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{3}$,

$\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$,

……………………

1段目は1個，2段目は2個，…，となっていて，8回目の1は8段目にある$\frac{8}{8}$のことですから，8段目の8個目の分数です。

よって，1＋2＋……＋8＝(はじめ＋おわり)×N÷2
＝(1＋8)×8÷2
＝36(番目)になります。

(2)　(1)で，8回目の1なら，8段目の8個目までですから，1から8までの和になり，36番目になりました。

同じようにして，9回目の1なら，1から9までの和になり，(1から8までの和は36なので) 36＋9＝45(番目)になります。

さらに10回目の1なら，45＋10＝55(番目)です。
(1から10までの和が55になることは，おぼえている人も多いでしょう。)

11回目の1なら，55＋11＝66(番目)です。

(2)の問題は，はじめから70番目の数を求める問題でした。

11回目の1は66番目ですから，あと 70－66＝4(個)です。

この4個は，12段目の4番目ですが，12段目は，分母が12の分数がならんでいます。

その4番目ですから，分子は4になり，答えは $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$ になります。

(約分しなければならない理由は，たとえばはじめから8番目の分数は$\frac{2}{4}$ではなく$\frac{1}{2}$になっているからです。)

第 18 回・基本 $\boxed{9}$

1 段目	→	1，2，3，4，(5)
2 段目	→	6，7，8，9，(10)
3 段目	→	11，12，13，14，(15)
4 段目	→	16，17，18，19，(20)
5 段目	→	21，22，23，24，(25)
……		

(1)　5 の倍数でない数をならべたのですから，右の図のように 5 ずつの段にして考えます。

5，10，15，20，25，…という数にカッコをしたのは，実際にはならんでいない数だからです。

この問題は，99 が何番目の数かを求める問題です。

99÷5＝19　あまり　4　ですから，99 までに，19 段と，あと 4 個あります。

1 から 99 までの 99 個の整数のうち，それぞれの段の右はしの数は，カッコがついていて数えない数ですから，数えない数は 19 段ぶん，つまり 19 個あります。

99 個のうち 19 個は数えないのですから，数えるのは 99－19＝80(個)あり，99 は 80 番目の数になります。

1 段目	→	1，2，3，4，(5)
2 段目	→	6，7，8，9，(10)
3 段目	→	11，12，13，14，(15)
4 段目	→	16，17，18，19，(20)
5 段目	→	21，22，23，24，(25)
……		

(2)　(1)と同じように，段にして考えます。

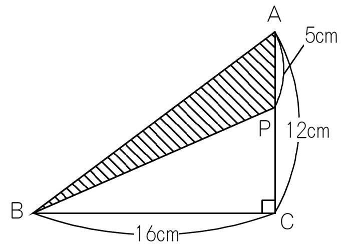
1 段に(カッコをした数をのぞいて)4 個の数があり，99 個めの数が何なのかを知りたいのですから，99÷4＝24　あまり　3　により，24 段と，あと 3 個です。

カッコをつけた数は 5 の倍数ですから，24 段めのカッコをつけた数は，5×24＝120　です。

あと 3 個の数があるのですから，答えは 120＋3＝123 です。

第 19 回・基本 $\boxed{10}$

(1)　点Ｐの速さは秒速 1 cmですから，5 秒後までには1×5＝ 5 (cm)進みます。

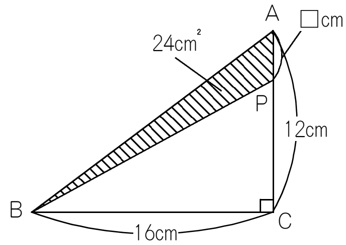


点Ａを出発してＣの方向に進むのですから，5 秒後は右の図のようになります。

三角形ＡＢＰの底辺をＡＰ＝ 5 cmにすると，高さはＢからＡＣまたはその延長上の直角マークまでですから，16 cmです。

よって三角形ＡＢＰの面積は，5×16÷2＝ 40 (cm^2)です。

(2)　三角形ＡＢＰの面積が 24 cm^{2}になったときの底辺をＡＰ＝□cmにすると，高さは 16 cmですから，□×16÷2＝ 24 です。



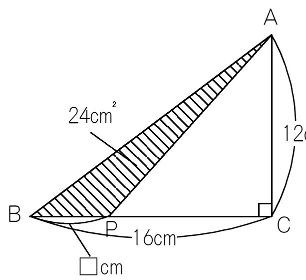
□＝ 24×2÷16＝ 3 (cm)です。

点Ｐは秒速 1 cmですから，ＡＰが 3 cmになるのは，3÷1＝ 3 (秒後)です。

(3)　ＰはＡを出発するときは，三角形ＡＢＰの面積は 0 cm^{2}です。

Ｐが動いていくとだんだん三角形ＡＢＰの面積が大きくなっていって，ＰがＣに着いたときに面積は最大になります。

Ｃを通りこしてからは面積はだんだん小さくなり，Ｂに着く前に三角形ＡＰＣの面積が 24 cm^{2}になるときがあります。



そのときの底辺をＢＰ＝□cmにすると，高さは 12 cmですから，□×12÷2＝ 24 です。

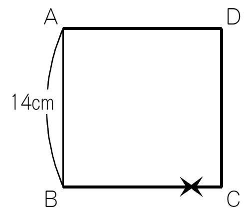
□＝ 24×2÷12＝ 4 (cm)です。

ＰはＡからＣまでの 12 cmと，ＣからＰまでの 16－4＝ 12 (cm)を進みましたから，合計で，12＋12＝ 24 (cm)を進みました。

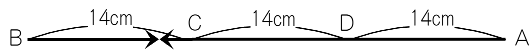
Ｐは秒速 1 cmですから，このようになるのは 24÷1＝ 24 (秒後)です。

第19回・基本 $\boxed{11}$

(1)　ＰとＱは，右の図のようにして重なります。

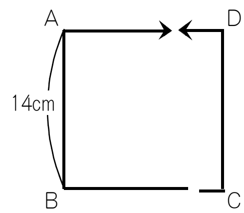


曲がっているのでのばすと右の図のようになり，14×3＝42(cm)はなれている状態から重なるまでの時間を求める問題になります。



Ｐは秒速５cm，Ｑは秒速２cmですから，42÷(5＋2)＝6(秒後)に重なります。

(2)　１回目に重なった点からＰとＱは，右の図のようにして２回目に重なります。



１回目から２回目までに，ＰとＱは合わせて１周しています。

１周は 14×4＝56(cm)ですから，56÷(5＋2)＝8(秒後)に重なります。

１回目に重なるまでに６秒間，１回目から２回目までに８秒間かかりますから，２回目に重なるのは，出発してから 6＋8＝14(秒後)になります。

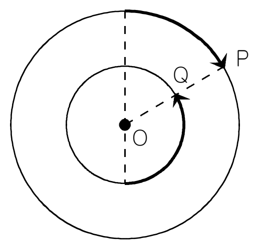
第 19 回・基本 $\boxed{12}$

(1)　1 周は 360 度です。

Ｐは 30 秒で 1 周しますから，毎秒 360÷30＝ 12(度)ずつ回転します。

Ｑは 20 秒で 1 周しますから，毎秒 360÷20＝ 18(度)ずつ回転します。

(2)　ＰとＱは，はじめ 180 度はなれています。



右の図のように出会ったときに，Ｐ，Ｑ，Ｏは一直線になります。

(1)で求めた通り，Ｐは毎秒 12 度ずつ，Ｑは毎秒 18 度ずつ回転するので，180÷(12＋18)＝ 6(秒後)に，一直線になります。

練習$\boxed{1}$(1)

２の倍数または５の倍数をならべたのですから，右の図のように，２と５の最小公倍数である10ずつの段にして考えます。

1 段目	→	2，4，5，6，8，10
2 段目	→	12，14，15，16，18，20
3 段目	→	22，24，25，26，28，30
…………		

それぞれの段の左はしの数は，(1段目の数が２であるように)10でわったときのあまりが２である数がならんでいます。

それぞれの段の左から２番目の数は，(1段目の数が４であるように)10でわったときのあまりが４である数がならんでいます。

それぞれの段の左から３番目の数は，(1段目の数が５であるように)10でわったときのあまりが５である数がならんでいます。

同じようにして，左から４番目，５番目の数は，10でわったときのあまりが，それぞれ6，8である数がならんでいます。

また，一番右はしには，10の倍数がならんでいます。

この問題は，98が何番目かを求める問題です。

98÷10＝9 あまり 8 ですから，9段と，あと8あまっています。

10でわったときのあまりが8である数は，左から５番目の数です。

１段には６個の数があり，それが９段と，あと５個の数があるのですから，6×9＋5＝59 となり，98は59番目の数であることがわかりました。

練習 1 (2)

(1)と同様に，２と５の最小公倍数である10ずつの段にして考えます。

1 段目	→	2，4，5，6，8，10
2 段目	→	12，14，15，16，18，20
3 段目	→	22，24，25，26，28，30
……		

(2)では，40個目の数を求める問題でした。

１段には６個ずつ数がならんでいますから，40÷6＝６ あまり ４ により，６段と，あと４個の数がならんでいます。

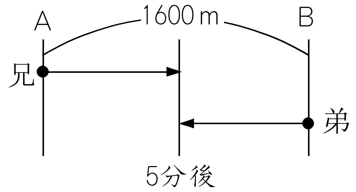
１段目の右はしの数は10，２段目の右はしの数は20，……となっていますから，６段の右はしの数は，10×6＝60 です。

あと４個の数は，１段目を見ればわかる通り，２，４，５，６，とならんでいるので，「あと６」です。

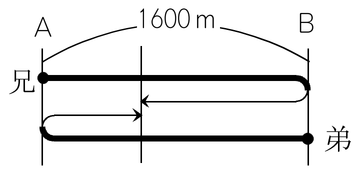
よって，60とあと６ということになりますから，答えは 60＋6＝66 です。

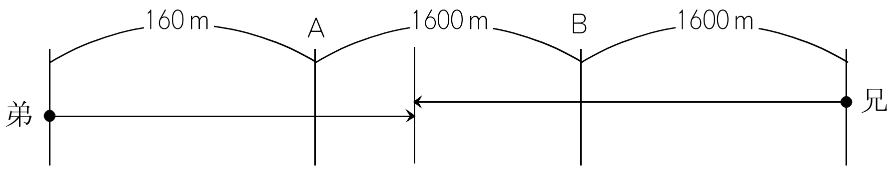
練習 2

(1)　１回目は，右の図のようにして５分後にすれちがいました。



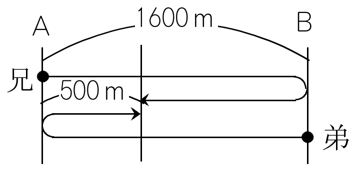
2人が2回目にすれちがったのは，右の図のような状態になったときです。
太い線の部分をひっくり返して下の図のようにしても，同じことです。





2回目にすれちがうのは，1回目にくらべてきょりが3倍になっていますから，かかる時間も3倍になり，5×3＝15(分後)になります。

(2)　2人が2回目にすれちがったのは，右の図のような状態になったときです。



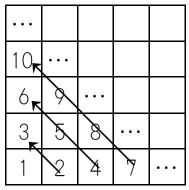
往復の道のりは，1600×2＝3200(m)ですが，兄は往復するまであと500 mの地点で2回目にすれちがったので，2回目にすれちがうまでに，兄は 3200－500＝2700(m)を進みました。

2回目にすれちがったのは，(1)で求めたとおり15分後です。

よって兄は15分で2700 mを進むので，兄の分速は，2700÷15＝180(m)です。

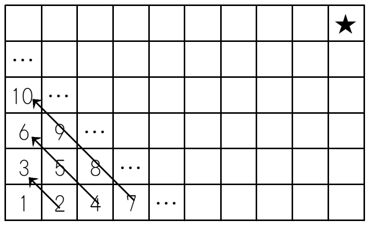
練習 3

(1)　右の表のように，数は左上に向かって増えていきます。



たとえば左はしの，下から４番目の数は 10 ですが，10 は１から４までの和になっています。「三角数」ですね。

左から 10 番目の，下から６番目の数は右の表の★をつけた数ですが，これを (10，6) とします。



(10，6) の次の数は (9，7)，その次は (8，8) のようになりますが，どれも (ア，イ) としたときのアとイの和は，(10，6) なら 10＋6＝16，(9，7) なら 9＋7＝16，(8，8) なら 8＋8＝16 のように，和は 16 になっています。

左はしに行き着いたとき，(1，□) となりますが，このときも和は 16 なので，□＝16－1＝15 となり，(1，15) になります。

(1，15)は三角数で，１から 15 までの和ですから，(1＋15)×15÷2＝120 です。

(1，15) が 120 なら，(10，6) は 120 よりも，10－1＝9 だけ小さい数ですから，120－9＝111 です。

(2)　155 に近い三角数を求めます。

１から 13 までの和は 91 (おぼえましょう)，１から 14 までの和は 91＋14＝105，１から 15 までの和は 105＋15＝120，１から 16 までの和は 120＋16＝136，１から 17 までの和は 136＋17＝153 で，153 が 155 にかなり近いです。

153 は１から 17 までの和ですから三角数になり，左はしの下から 17 番目の数です。

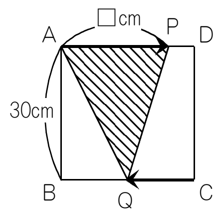
その次の数である 154 は，左から 18 番目の，いちばん下の数になります。

155 は，左から 17 番目の，下から２番目になります。

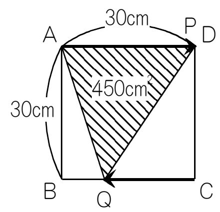
練習 4

(1)　正方形の面積は，30×30＝ 900 (cm^2)です。

三角形ＡＰＱの面積が正方形の面積の半分になったとき，三角形ＡＰＱの面積は 900÷2＝ 450 (cm^2)になる必要があります。

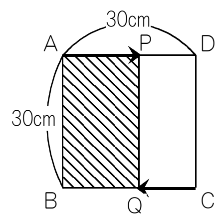


右の図のようになったときに面積が 450 cm^{2}になったとすると，□×30÷2＝ 450　ですから，□＝ 450×2÷30＝ 30 (cm)です。

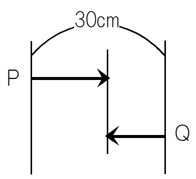


よって，右の図のようにＰがＤに着いたときに，三角形ＡＰＱの面積が正方形の面積の半分になります。

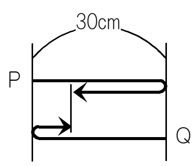
Ｐは秒速 5 cmですから，ＡからＤまでの 30 cmを進むのは，30÷5＝ 6 (秒後)です。



(2)　1 回目に四角形ＡＢＱＰが長方形になるのは，右の図のように進んだときです。

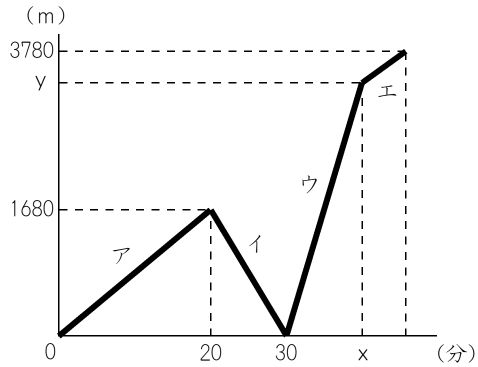
ＰとＱが  のようになってすれちがう問題と同じ

ですから，1 回目は，30÷(5＋3)＝ 3.75 (秒後)です。　(分数で，$3\frac{3}{4}$ 秒後と答えてもＯＫです。)

同じように考えて 2 回目は  のようになったときです。

30 cmが 3 本ありますから，すれちがいにかかる時間も 3 倍になり，3.75×3＝ 11.25 (秒後)です。　(分数で，$11\frac{1}{4}$ 秒後と答えてもＯＫです。)

練習 $\boxed{5}$



(1)　右のグラフのアは，Ａ君だけが進んだようすを表しています。

20 分で 1680 m 歩いたので，分速 1680÷20＝ 84（m）です。

イは，Ｂ君も進みましたが，Ｂ君の方が速いので，2 人の間がちぢまっていって，追いついたようすを表しています。

30－20＝ 10（分)で 1680 m ちぢまりました。

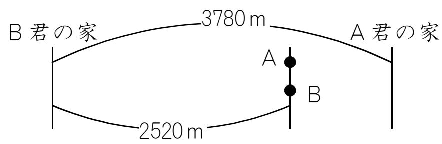
1 分あたり，1680÷10＝ 168（m)ずつちぢまりますから，Ｂ君はＡ君よりも分速 168 m だけ速いことになります。

Ａ君は分速 84 m なので，Ｂ君の分速は 84＋168＝ 252（m)です。

Ａ君は分速 84 m，Ｂ君は分速 252 m であることがわかりました。

(2)　グラフの 30 分のときに，Ｂ君はＡ君に追いつきました。

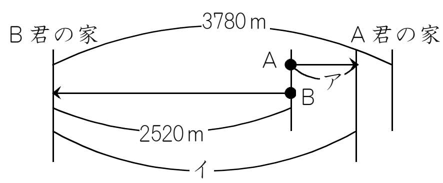
30 分でＡ君は，84×30＝ 2520（m)進んで，Ｂ君に追いつかれました。



そのときのようすは，右の図のようになっています。

Ａ君は分速 84 m で，残りの 3780－2520＝ 1260（m)を進んで自分の家に着くので，1260÷84＝ 15（分)かかります。
Ｂ君は分速 252 m で，2520 m をもどって自分の家に着くので，2520÷252＝ 10（分)かかります。

よって，Ｂ君の方が早く家に着くので，グラフの x はＢ君が自分の家に着いた時間を表していることになり，30＋10＝ 40（分)です。



Ｂ君がＡ君に追いついてからＢ君の家に着くまでの 10 分で，Ａ君は 84×10＝ 840（m)を進みます。

右の図のアが 840 m ですから，このときの 2 人の間のきょりはイの部分で，2520＋840＝ 3360（m)です。

グラフの x は 40，y は 3360 であることがわかりました。