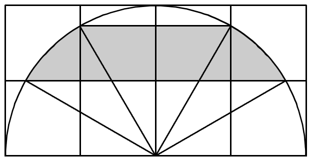
最難関問題集5年上第5回・くわしい解説

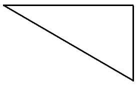
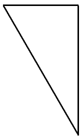
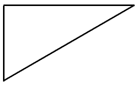
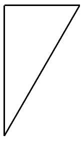
目　次

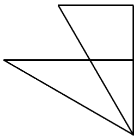
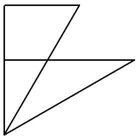
すぐる学習会
https://www.suguru.jp

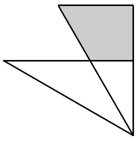
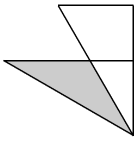
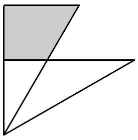
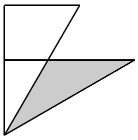
応用問題 $\boxed{1}$

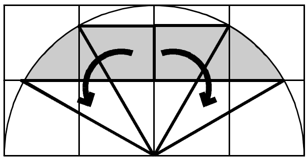
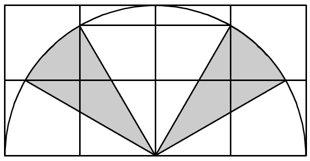


右の図のように，半円の中心から補助線を引くと，

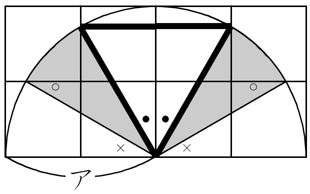
 と  は同じ面積， と  も同じ面積です。

重ねて書くと， と  になり，重なっていない部分である，

 と  は同じ面積， と  も同じ面積です。

よって， と移動させると  となります。

2つのおうぎ形の面積の和を求めればよいことになります。



おうぎ形の半径は，右の図のアの部分です。
正方形の1辺は3cmなので，アは 3×2＝6（cm）です。

右の図の太線でかこまれた三角形は，どの辺も6cmですから，正三角形です。

よって・は，60÷2＝30（度）です。
合同なので，◦ も30度になり，さっ角により，× も30度です。

おうぎ形の中心角は，90－30×2＝30（度）です。

$\frac{30}{360}=\frac{1}{12}$ ですから，2つのおうぎ形の面積の和は，

$6\times6\times3.14\times\frac{1}{12}\times2=6\times3.14=$ 18.84（cm^2）です。

応用問題 2

(1)　全体の人数を⑦とすると，男子は全体の $\frac{4}{7}$ より 7 人少ないので，(④－7 人)と表すことができます。

男子は女子よりも23人多いのですから，逆に女子は男子よりも23人少なく，男子が(④－7 人)ならば，女子はそれよりも 23 人少ないので，(④－7 人－23人)＝(④－30 人)となります。

男子は(④－7 人)，女子は(④－30 人)ですから，男子と女子の合計は，(④－7 人)＋(④－30 人)＝(⑧－37 人)です。

男子と女子の合計は，全体である⑦でもありますから，⑧－37 人＝⑦ となり，37 人が，⑧－⑦＝① にあたります。

全体は⑦ですから，37×7＝259（人）です。

(2)　右のような表にして整理しましょう。

運動部

	○	×	計
男子	42	★	
女子	①	★	⑤
計			276

全生徒数は 276 人です。
男子生徒のうち運動部に入っているのは 42 人です。

女子生徒の 20 ％＝$\frac{1}{5}$ は運動部に入っているので，
女子生徒を⑤とすると，運動部に入っている女子生徒は①になります。
また，運動部に入っていない人数は男女とも同じ人数なので，★と★にします。

すると，★は ⑤－①＝④ にあたります。
男子は(42 人＋④)，女子は⑤にあたります。

運動部

	○	×	計
男子	42	④	
女子	①	④	⑤
計			276

男子と女子の合計は，(42 人＋④)＋⑤＝(⑨＋42 人)になります。これが 276 人ですから，276－42＝234（人）が，⑨にあたります。

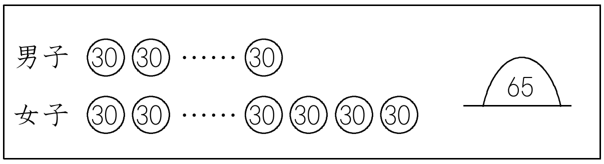
①あたり，234÷9＝26（人）です。

男子は(42 人＋④)にあたるので，42＋26×4＝146（人）です。

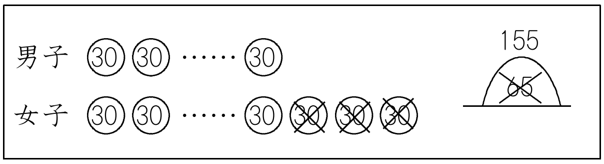
女子は⑤にあたるので，26×5＝130（人）です。

応用問題 3

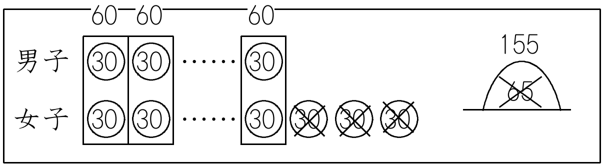
男子，女子とも 30 個ずつ配ると 65 個あまるようすをあらわした図が，右の図です。
男子は女子よりも 3 人少ないです。



3 人の女子をのぞくと，30×3＝ 90（個）がよけいにあまることになり，あまりの個数は，65＋90＝ 155（個）になります。

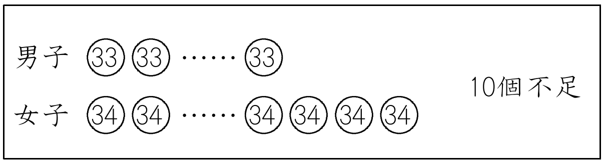


男子 1 人，女子 1 人をくっつけて 1 組にすると，1 組あたり，30＋30＝ 60（個）ずつ配ったことになります。

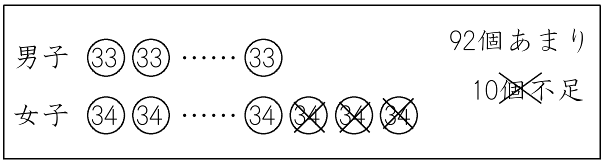


整理すると，$\boxed{\text{1 組に 60 個ずつ配ると，155 個あまる。}}$ ということになります。…（ア）

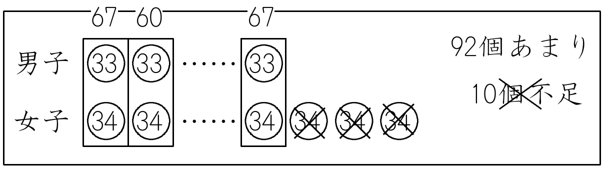
男子に 33 個ずつ，女子に 34 個ずつ配ると 10 個不足するようすをあらわした図が，右の図です。
男子は女子よりも 3 人少ないです。



3 人の女子をのぞくと，34×3＝ 102（個）がよけいにあまることになり，10個不足するどころか，逆に 102－10＝ 92（個）あまります。



男子 1 人，女子 1 人をくっつけて 1 組にすると，1 組あたり，33＋34＝ 67（個）ずつ配ったことになります。



整理すると，$\boxed{\text{1 組に 67 個ずつ配ると，92 個あまる。}}$ ということになります。…（イ）

（ア）と（イ）は，155－92＝ 63（個）ちがいです。
1 組あたり，67－60＝ 7（個）ちがいですから，63÷7＝ 9（組）いました。

よって，男子も 9 人，女子も 9 人いたことになりますが，本当は女子はあと 3 人いるので，女子の人数は，9＋3＝ 12（人）です。

男子は 9 人，女子は 12 人いることがわかりました。

応用問題 4

(1)　Ａは 45 秒水をふき出して 30 秒休みのくり返しですから，１セットあたり，45＋30＝75（秒間）です。
　Ａは，75 秒ごとに水をふき出し始めます。

　Ｂは 60 秒水をふき出して 40 秒休みのくり返しですから，１セットあたり，60＋40＝100（秒間）です。
　Ｂは，100 秒ごとに水をふき出し始めます。

　ＡとＢの両方が水をふき出し始めるのは，75 秒と 100 秒の最小公倍数である，300 秒ごとです。

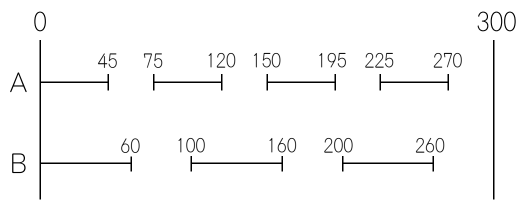
　32分＝（60×32）秒＝1920 秒ですから，1920÷300＝6　あまり　120　により，1920 秒間では，6 回同時にふき出し始めます。

　はじめの 1 回をふくめて，同時にふき出し始めるのは，6＋1＝7（回）あります。

(2)　(1)で，300 秒間を 1 セットにすることがわかりました。

　また，32 分間の中には，6 セットと，あと 120 秒間があまっていることもわかりました。

　300 秒間のようすは，右の図のようになります。
　ただし，線があるところは水を出していて，線がないところは休んでいるところです。



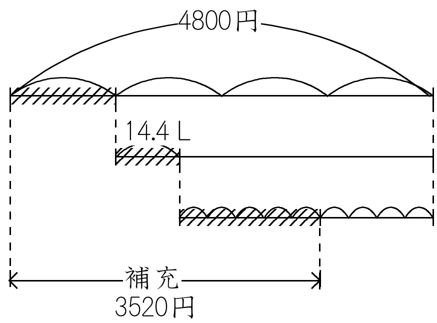
　ＡとＢが同時にふき出しているのは，0 ～ 45 秒の 45 秒間，100 ～ 120 秒の 20 秒間，150 ～ 160 秒の 10 秒間，225 ～ 260 秒の 35 秒間あります。
　合計で，45＋20＋10＋35＝ 110（秒間）あります。
　これが６セットあるのですから，110×6＝ 660（秒間）です。

　あまりの 120 秒間では，0 ～ 45 秒の 45 秒間，100 ～ 120 秒の 20 秒間ありますから，合わせて，45＋20＝ 65（秒間）です。

　6 セットと 120 秒間では，同時に水がふき出している時間は，660＋65＝ 725（秒間）です。

　725÷60＝ 12　あまり　5　ですから，725 秒＝ 12 分 5 秒です。

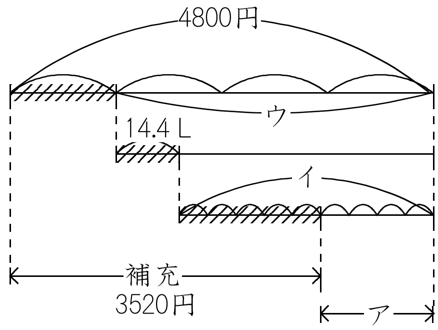
応用問題 $\boxed{5}$



問題の内容は右の図のようになります。

補充した灯油の値段が５％上がっていたというのは，100 ％だったのが，100＋5＝ 105（％）になったということですから，105÷100＝ 1.05（倍）になったということです。

1.05 倍になって 3696 円かかったのですから，補充した灯油が値上がりしていなかったとすると，3696÷1.05＝ 3520（円）です。



右の図のアの部分は，4800－3520＝ 1280（円）です。

1280 円が４小山にあたるので，１小山あたり，1280÷4＝ 320（円）です。

イは９小山にあたるので，320×9＝ 2880（円）です。

ウは３大山にあたるので，4800÷4×3＝ 3600（円）です。

よって 14.4 Ｌの部分は，ウ－イ＝3600－2880＝ 720（円）です。

１Ｌあたり，720÷14.4＝ 50（円）です。

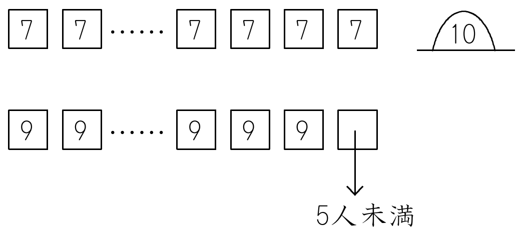
このタンクには 4800 円ぶんの灯油が入ります。

よってこのタンクの容積は，4800÷50＝ 96（Ｌ）です。

応用問題 $\boxed{6}$

(1)　１部屋に７人ずつ入れていくと 10 人が入れず，あまってしまいます。

１部屋に９人ずつ入れていくと，最後の部屋は５人未満になります。



５人未満というのは，５人よりも少ないという意味ですから，４人，３人，２人，１人のいずれかです。

（「０人」の場合も確かに５人未満といえますが，部屋にだれも入っていないのに「５人未満」というのはさすがにないので，「０人」の場合はふくめません。）

本当は最後の部屋にも９人入れたかったのですから，最後の部屋が４人のときは，9－4＝５（人）不足していた，ということになります。

同じようにして，最後の部屋が３人のときは，9－3＝６（人）不足です。

最後の部屋が２人のときは，9－2＝７（人）不足です。

最後の部屋が１人のときは，9－1＝８（人）不足です。

よって，１部屋に９人ずつ入れていくと，最後の部屋が５人未満になるというのは，５人不足，６人不足，７人不足，８人不足のいずれかであったということになります。

それぞれの不足の場合について，場合分けして考えていきましょう。

１部屋に７人ずつ → 10 人あまり １部屋に９人ずつ → ５人不足	は，(10＋5)÷(9－7)＝ 7.5（部屋）なのでダメ。
１部屋に７人ずつ → 10 人あまり １部屋に９人ずつ → ６人不足	は，(10＋6)÷(9－7)＝ 8（部屋）なのでＯＫ。
１部屋に７人ずつ → 10 人あまり １部屋に９人ずつ → ７人不足	は，(10＋7)÷(9－7)＝ 8.5（部屋）なのでダメ。
１部屋に７人ずつ → 10 人あまり １部屋に９人ずつ → ８人不足	は，(10＋8)÷(9－7)＝ 9（部屋）なのでＯＫ。

よって，部屋の数として考えられるのは，**８部屋，９部屋**のいずれかです。

(2)　(1)で，部屋の数として考えられるのは，８部屋か９部屋であることがわかりました。

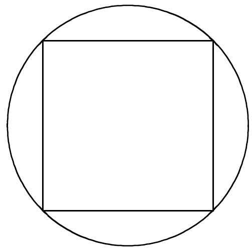
１部屋に７人ずつ入れていくと 10 人あまるのですから，

８部屋の場合は，7×8＋10＝ 66（人）で，９部屋の場合は，7×9＋10＝ 73（人）です。

生徒の数は，**66 人，73 人**のいずれかであることがわかりました。

応用問題 $\boxed{7}$ (1)

「半径×半径」を求める方法でも解けますが，これから説明する解き方の方が，おそらく簡単です。

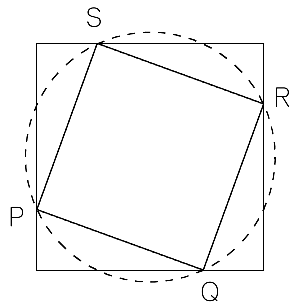


実は，正方形の外側にぴったりくっついている円の面積は，正方形の面積の 1.57 倍なのです！

なぜ 1.57 倍になるかの理由を，これから説明します。

もし円の半径が 1 cmだったら，円の面積は，1×1×3.14＝ 3.14（cm^2） です。
正方形の対角線は円の直径と等しいので，1×2＝ 2（cm） です。
正方形の面積は，対角線×対角線÷2＝2×2÷2＝ 2（cm^2） です。
よって，円の面積は正方形の面積の，3.14÷2＝ 1.57（倍） になるのです。

円の半径が 1 cmでない場合でも，同じように説明できます。

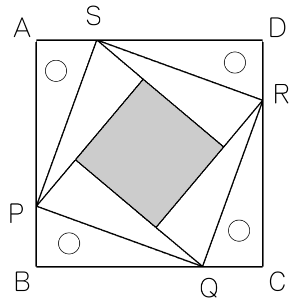


注意　円周率が 3.14 ではない場合は，1.57 倍にはなりません。

この問題の場合は，円の面積である 215.09 cm^2が，正方形ＰＱＲＳの 1.57 倍です。
正方形ＰＱＲＳの面積は，215.09÷1.57＝ 137（cm^2） です。

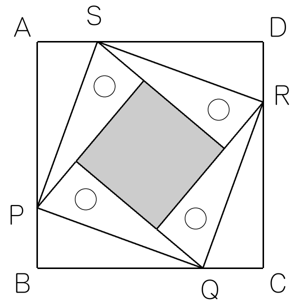
応用問題 $\boxed{7}$ (2)

正方形ＡＢＣＤの１辺は15cmですから，正方形ＡＢＣＤの面積は，15×15＝225（cm^2）です。



正方形ＰＱＲＳの面積は，(1)で求めた通り137cm^2です。

よって，右の図のマルをつけた４個の三角形の面積の和は，225－137＝88（cm^2）です。



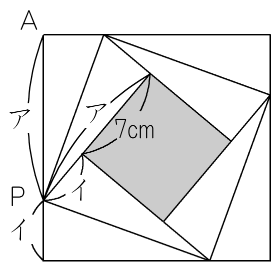
折り返しただけなので，右の図のマルをつけた４個の三角形の面積の和も，88cm^2です。

かげをつけた四角形の面積
＝正方形ＰＱＲＳ－マルをつけた４個の三角形の和
＝137－88
＝49（cm^2）です。

応用問題 $\boxed{7}$ (3)

(2)で，かげをつけた正方形の面積は49cm^2であることがわかりました。

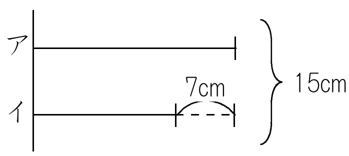
7×7＝49 ですから，かげをつけた正方形の１辺の長さは7cmです。



折り返しただけなので，右の図のアとアは同じ長さ，イとイも同じ長さです。

（ア＋イ）は，正方形ＡＢＣＤの１辺ですから15cmです。

（ア－イ）は7cmです。



線分図を書くと右の図のようになり，

ＡＰ＝ア＝(15＋7)÷2＝11（cm）です。

応用問題 $\boxed{8}$ (1)

「10でわり切れる数」は，10，20，30，…のように，「一の位の数字が0」です。

「10でわると1あまる数」は，1，11，21，31，…のように，「一の位の数字が1」です。

同じように考えると，「一の位の数字が7」であることと，「10でわると7あまる」ことは同じです。

よって(1)では，「2でも3でも5でもわり切れないで，しかも10でわると7あまる」数を求める問題になります。

2と3と5と10の最小公倍数は30ですから，30までを1セットとします。

30までの整数のうち，10でわると7あまる数は，7，17，27です。

このうち，2でも3でも5でもわり切れないのは，7，17です。

よって，「2でも3でも5でもわり切れないで，しかも10でわると7あまる」数は，1セット＝30までの中に，7と17の2個あることがわかりました。

1000÷30＝33 あまり 10 ですから，1000までには33セットと，あと10あります。

1セットの中に2個あるので，33セットの中には，2×33＝66（個）あります。

あまりの10までの中には，7の1個だけあります。

合計で，66＋1＝67（個）あります。

応用問題 $\boxed{8}$ (2)

「2でも3でも5でもわり切れず，7でわり切れる」ような数が何個あるかを求める問題です。

2と3と5と7の最小公倍数は210ですから，210までを1セットとします。

7でわり切れる数は，「7×□」の形をしていますが，2でも3でも5でもわり切れないためには，□は2や3や5で割り切れない数でなければなりません。

210÷7＝30までで，そのような□を全部書くと，1，7，11，13，17，19，23，29の8個です。

よって，210までの1セットの中で，「2でも3でも5でもわり切れず，7でわり切れる」数は8個あることがわかりました。

1000÷210＝4 あまり 160 ですから，1000までだと4セットあり，160あまっています。

1セットの中に8個あるので，4セットの中では，8×4＝32（個）あります。

あまりの160の中には，7×1＝7，7×7＝49，7×11＝77，7×13＝91，7×17＝119，7×19＝133 の6個です。（7×23＝161は，160をオーバーしてしまいます。）

よって答えは，32＋6＝38（個）です。