最難関問題集5年上第8回・くわしい解説

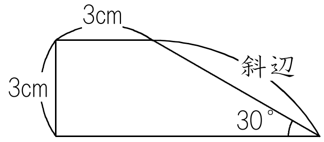
目　次

すぐる学習会
https://www.suguru.jp

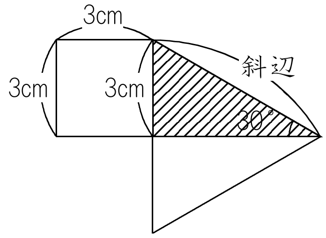
応用問題A $\boxed{1}$

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　図形の内側に，頂点の記号を書きこみましょう。

点Pが動いたあとの線の長さを求めるには，台形の斜辺の長さがわからなければなりません。

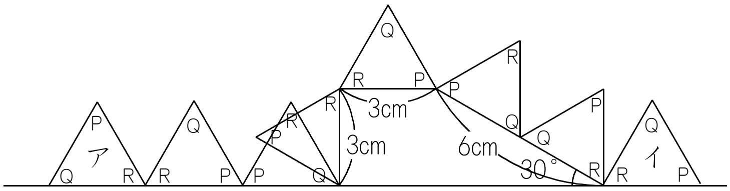


右の図の斜線をつけた三角形は，正三角形の半分の形をしています。

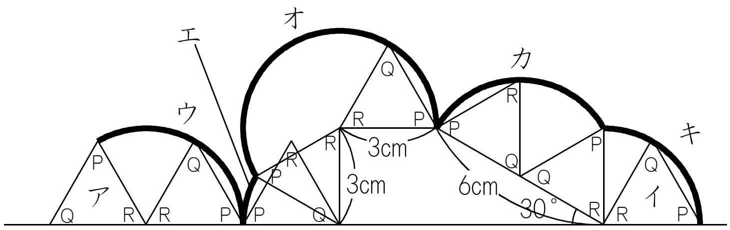


正三角形の１辺は ３×２＝６(cm)ですから，斜辺も６cmです。

アの正三角形を，点Pだけでなく，点Q，点Rも書いてころがしていくと，下の図のようになります。



Pが動いたあとの線は，下の図の太線のようになります。



ウ～キの弧の半径はすべて３cmです。

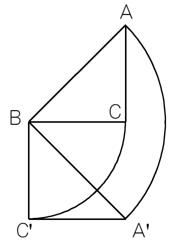
中心角は，ウが 180－60＝120(度)，
エが 90－60＝30(度)，
オが 360－(60＋90)＝210(度)，
カが 180－60＝120(度)，
キが 90 度です。

合わせて，120＋30＋210＋120＋90＝570(度)です。

$\dfrac{570}{360}=\dfrac{19}{12}$ ですから，この弧の長さの和は，$3\times2\times3.14\times\dfrac{19}{12}=9.5\times3.14=$ 29.83 (cm)です。

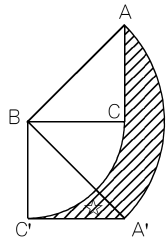
応用問題A $\boxed{2}$ (1)

ワンポイント　「遠近法」で。



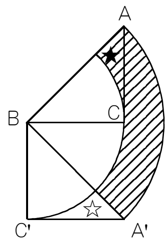
辺AC上で，点Bからもっとも遠い点は，点Aです。
もっとも近い点は，点Cです。

点A，点Cを 90 度回転させると，右の図のようになります。



点A，点Cが動いた線と，辺AC，辺A'C'でかこまれた部分が，辺ACが動いた図形です。
右の図の斜線部分になります。

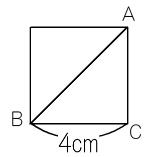
 の部分(右の図の☆の部分)を切り取って回転して  として，



右の図の★の部分にくっつけると，「大きい四分円－小さい四分円」の面積を求めればよいことがわかります。

小さい四分円の半径は，BCですから 4 cmです。
小さい四分円の面積は，4×4×3.14÷4＝ 4×3.14 です。

大きい四分円の半径は，ABです。長さは，わかりません。



しかし，直角二等辺三角形ABCをもう 1 個用意してくっつけると，右の図のような正方形になり，その面積は，4×4＝ 16 (cm^2)です。

「対角線×対角線÷2」も 16 ですから，AB×AB＝ 16×2＝ 32 です。

よって，大きい四分円の面積＝ AB×AB×3.14÷4＝ 32×3.14÷4＝ 8×3.14 です。

したがって斜線部分の面積は，
大きい四分円－小さい四分円
＝ 8×3.14－4×3.14
＝ (8－4)×3.14
＝ 4×3.14
＝ 12.56 (cm^2)です。

応用問題A $\boxed{2}$ (2)

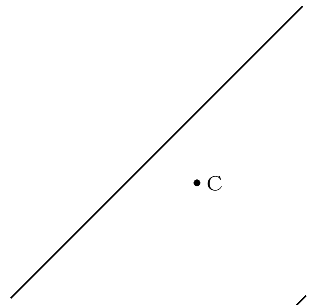
$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「遠近法」で。

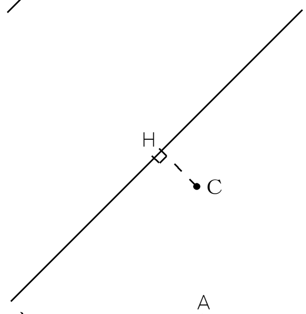
辺AB上で，回転の中心である点Cからもっとも遠い点は，点Aまたは点Bです。

辺AB上で，点Cからもっとも近い点はどこでしょう。

もし，右の図のように，点Cと，長い直線があったとします。

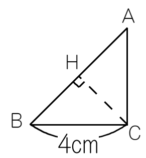
直線上の点で，点Cからもっとも近い点は，どこでしょう。



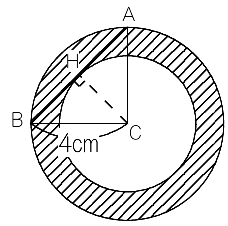


その点は，Dから直線との角度が直角になるように引いたときの，右の図のような点Hです。

同じように考えて，辺AB上で，点Cからもっとも近い点は，右の図の点Hです。

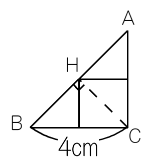


点Cを中心にして，点Aや点Bが360度回転したときにできる円と，点Hが360度回転したときにできる円を書けば，辺ABが動いたあとの図形は，右の図の斜線部分であることがわかります。



点Aや点Bが360度回転したときにできる円の半径は4cmですから，面積は，4×4×3.14＝16×3.14　です。

また，点Hが360度回転したときにできる円の半径はCHです。
CHの長さはわかりませんが，右の図のように，CHを対角線とする正方形を作ると，この正方形の1辺は，4÷2＝2(cm)です。



この正方形の面積は，1辺×1辺＝2×2＝4(cm^2)なので，対角線CHを利用して，CH×CH÷2＝4　となり，CH×CH＝8　です。

よって，点Hが360度回転したときにできる円の面積は，CH×CH×3.14＝8×3.14　です。

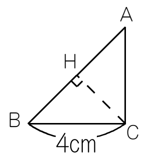
したがって斜線部分の面積は，16×3.14－8×3.14＝(16－8)×3.14＝8×3.14＝25.12(cm^2)になります。

応用問題A $\boxed{2}$ (3)

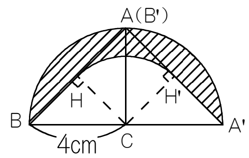
$\boxed{\text{ワンポイント}}$　(2)と同じように解きます。

辺AB上で，回転の中心である点Cからもっとも遠い点は，点Aまたは点Bです。

同じように考えて，辺AB上で，点Cからもっとも近い点は，右の図の点Hです。



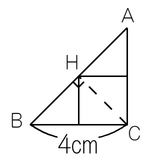
点Cを中心にして，点Aや点Bが 90 度回転したときにできる四分円と，点Hが 90 度回転したときにできる四分円を書けば，辺ABが動いたあとの図形は，右の図の斜線部分であることがわかります。



斜線部分の面積は，半径が 4 cmの半円から，半径がCHの四分円と，三角形BCHと，三角形A'CH'を引くことによって求めることができます。

半径が 4 cmの半円の面積は，4×4×3.14÷2＝ 8×3.14　です。

半径がCHの四分円の面積を求めるときに，CHの長さはわかりませんが，右の図のように，CHを対角線とする正方形を作ると，この正方形の 1 辺は，4÷2＝ 2 (cm)です。



この正方形の面積は，1 辺× 1 辺＝ 2×2＝ 4 (cm^2) なので，対角線CHを利用して，CH×CH÷2＝ 4　となり，CH×CH＝ 8　です。

よって，CHを半径とする四分円の面積は，CH×CH×3.14÷4＝ 8×3.14÷4＝ 2×3.14　です。

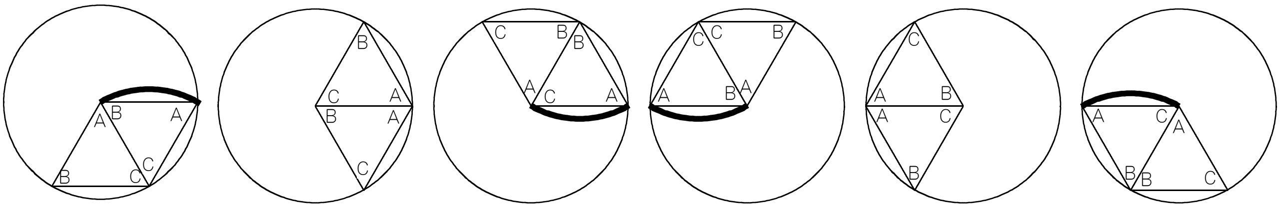
また，三角形BCHと三角形A'CHを合わせると三角形ABCの面積になりますから，4×4÷2＝ 8 (cm^2) です。

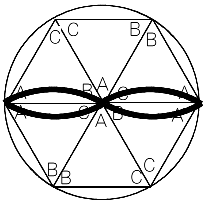
したがって斜線部分の面積は，
　8×3.14－2×3.14－8
＝ (8－2) ×3.14－8
＝ 6×3.14－8
＝ 18.84－8
＝ 10.84 (cm^2) になります。

応用問題A 3

ワンポイント　記号は図形の内側に書きましょう。

少しずつころがしていくと，点Aが動いた線は，下の図の太線のようになります。

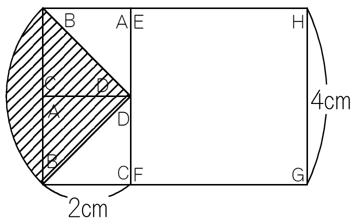


まとめると  のようになり，半径が6cmで，中心角が60度の弧が4本あります。

$\frac{60}{360}=\frac{1}{6}$ ですから，$6\times2\times3.14\times\frac{1}{6}\times4=8\times3.14=25.12$（cm）です。

応用問題A $\boxed{4}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　(1)だけなら，基本問題です。



対角線BDは，右の図の斜線部分のように，四分円をえがきます。

おうぎ形の半径はBDですが，BDの長さは求められません。

BDは正方形の対角線です。

正方形の面積は，2×2＝４(cm^2)です。

正方形の面積は，「対角線×対角線÷２」でも求められます。

よって，「BD×BD÷２」も，やはり４になります。

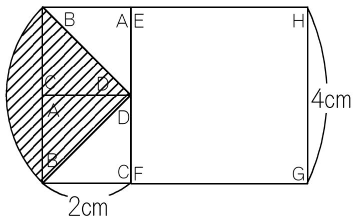
BD×BD＝４×2＝８ です。

よって斜線部分の四分円の面積は，BD×BD×3.14÷4＝８×3.14÷4＝２×3.14＝6.28(cm^2)になります。

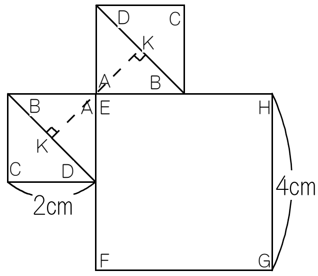
応用問題A $\boxed{4}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　演習問題集の実戦演習 $\boxed{6}$ とそっくりの問題です。

(1)の状態までころがしたときは，対角線BDは，右の図の斜線部分のような，四分円をえがきます。



さらにころがって，点Bがはじめて辺EH上にきたとき，右の図のようになります。

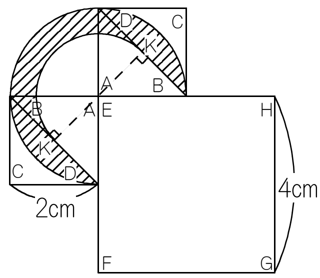


回転の中心は点Aです。

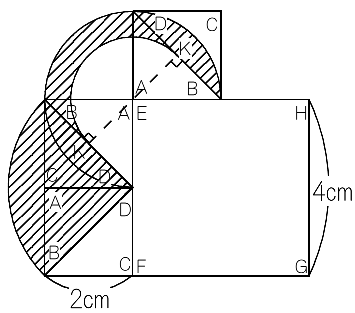
対角線BD上で，点Aからもっとも遠い点は，点Bまたは点Dです。

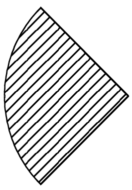
もっとも近い点は，点Kです。

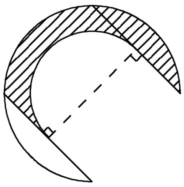
点Bや点D，点Kが動いた線を書くと，対角線BDが動いたあとの図形は，右の図の斜線部分のようになります。



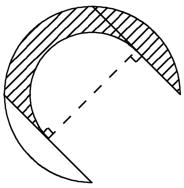
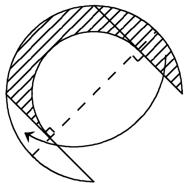
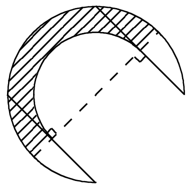
さらに(1)の状態も重ねると，右の図の斜線部分になります。

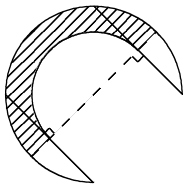


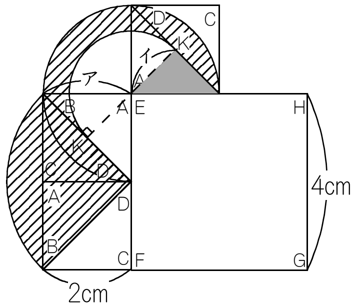
斜線部分を2つに分けましょう。(1)で求めた  と，

残りの部分は  です。

（次のページへ）

 を  と移動させると  です。

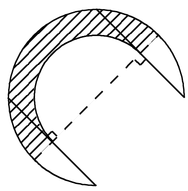
 の面積は，大きい半円から小さい半円を引くことによって求められます。



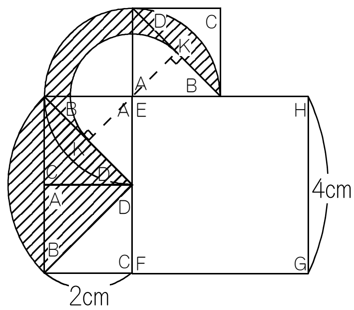
大きい半円の半径は，右の図のアの部分ですから２cmです。
大きい半円の面積は，$2 \times 2 \times 3.14 \div 2 = 2 \times 3.14$ です。

大きい半円の半径は，右の図のイの部分です。
色のついた三角形の底辺は２cmで，高さは $2 \div 2 = 1$（cm）ですから，色のついた三角形の面積は，$2 \times 1 \div 2 = 1$（cm^2）です。
よって，イ×イ÷２も１cm^2になるので，イ×イは，$1 \times 2 = 2$ です。

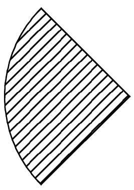
したがって，小さい半円の面積は，イ×イ×$3.14 \div 2 = 2 \times 3.14 \div 2 = 1 \times 3.14$ です。

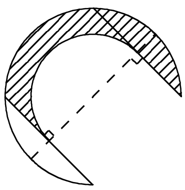
大きい半円の面積は 2×3.14 で，小さい半円の面積は 1×3.14 ですから，  の

面積は，$2 \times 3.14 - 1 \times 3.14 = 3.14$（$cm^2$）です。



よって，右の図の斜線部分の面積は，(1)で求めた

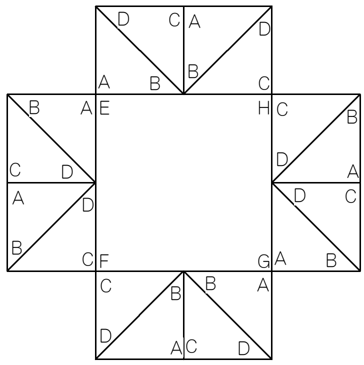
 の面積が 6.28 cm^2で，残りの部分である

 の面積が 3.14 cm^2なので，$6.28 + 3.14 = 9.42$（cm^2）になります。

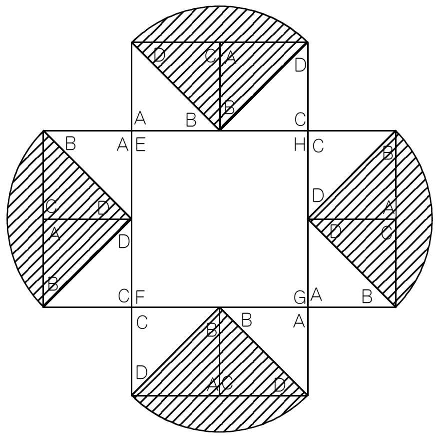
応用問題A $\boxed{4}$ (3)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　図を書くのがむずかしいです。

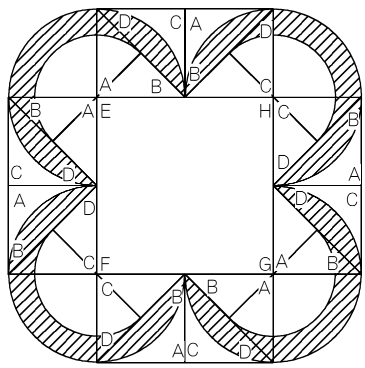
正方形ABCDが，正方形EFGHのまわりを１周してもとの位置にもどるまでのようすは，右の図のようになります。



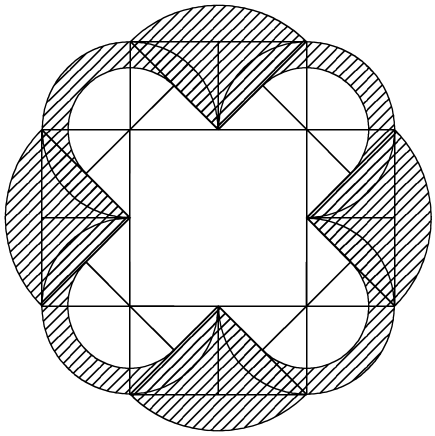
点B，または点Dを動かない点（おうぎ形の中心）として動くようすだけ書くと，右の図の斜線部分のようになります。



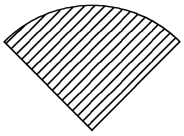
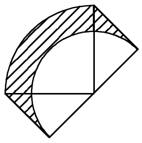
また，点A，または点Cを動かない点（おうぎ形の中心）として動くようすだけ書くと，右の図の斜線部分のようになります。

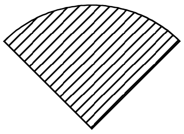


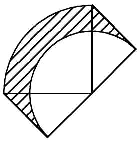
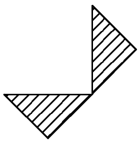
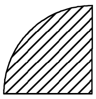
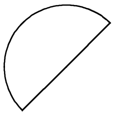
（次のページへ）



重ねて書くと，右の図の斜線部分のようになります。

分けると，が４個とが４個です。

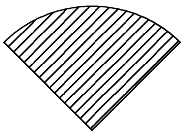
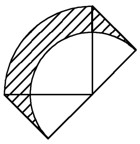
の面積は，(1)で求めた通り6.28 cm^2 です。

 ＝  ＋  －  とすると，

ア　イ　ウ

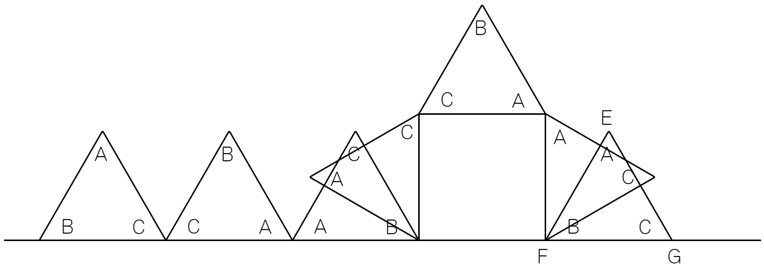
アは，(2×1÷2)×2＝ 2 (cm^2)です。
イは，2×2×3.14÷4＝ 3.14 (cm^2)です。
ウは，(2)で求めた「小さい半円の面積」ですから，3.14 cm^{2}です。

よって，ア＋イ－ウ＝2＋3.14－3.14＝ 2 (cm^2) です。

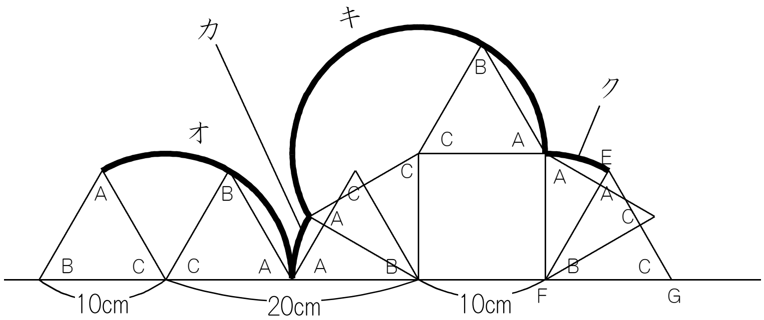
したがって，×4＋×4＝ 6.28×4＋2×4＝ 33.12 (cm^2) になります。

応用問題B $\boxed{1}$ (1)

① 右の図のようになり，点Aが重なるのは，点Eです。



② 点Aが通ったあとの線は，右の図の太線のようになります。



太線はすべて，おうぎ形の弧になっていて，半径はすべて10 cmです。

中心角は，オが 180－60＝ 120 (度)，
カとクが 90－60＝ 30 (度)，
キが 360－(60＋90)＝ 210 (度)です。

中心角の和は，120＋30×2＋210＝ 390 (度)です。

$\frac{390}{360}=\frac{13}{12}$ ですから，太線の長さの和は，

$10\times2\times3.14\times\frac{13}{12}$

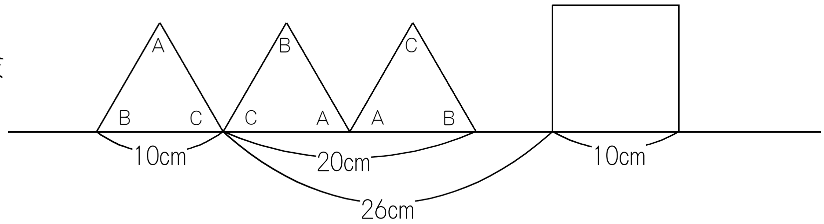
$=10\times2\times\frac{157}{50}\times\frac{13}{12}$

$=\frac{2041}{30}$

$=68\frac{1}{30}$

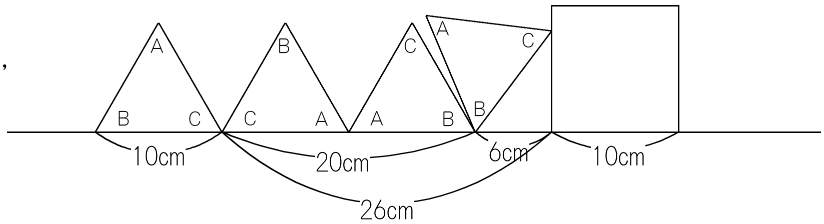
応用問題B $\boxed{1}$ (2)

　CからDまでの26 cmのうち，20 cmまでは順調にころがります。

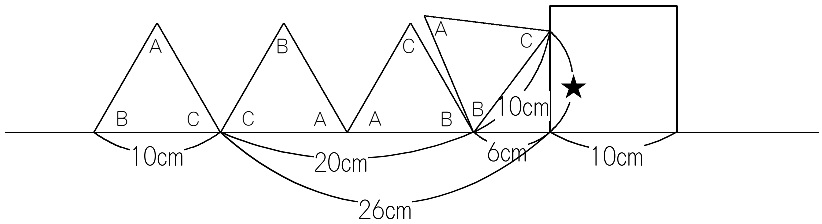


　残り 26－20＝６(cm)のところで，ひっかかってしまいます。

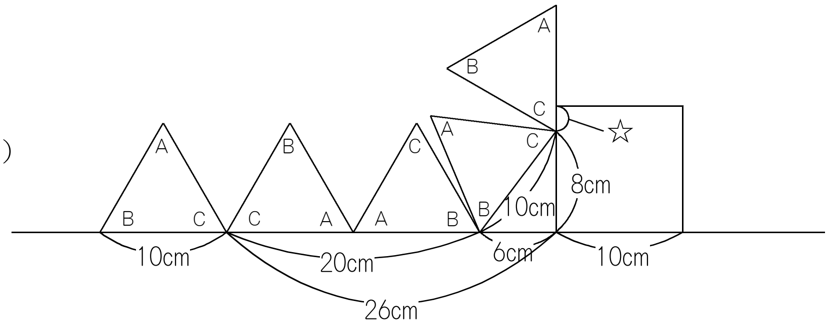
　正三角形の１辺は10 cmです。



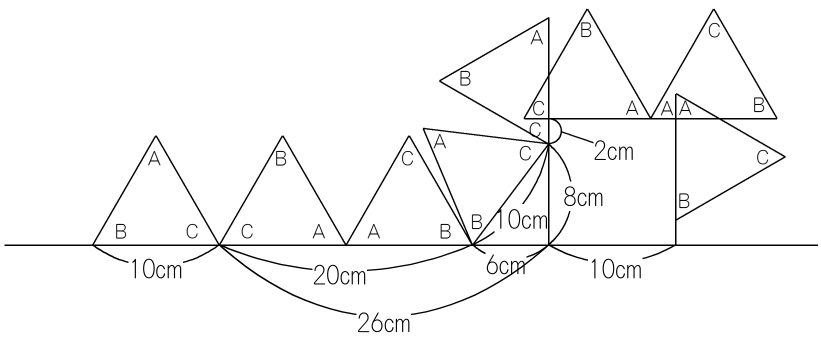
　問題には，
「直角をはさむ２辺の長さが６cm，８cmの直角三角形の斜辺の長さは10 cm」と書いてあったので，
右の図の★の長さは８cmです。



　さらにころがると，右の図のようになります。
　図の☆の長さは，10－8＝２(cm)です。



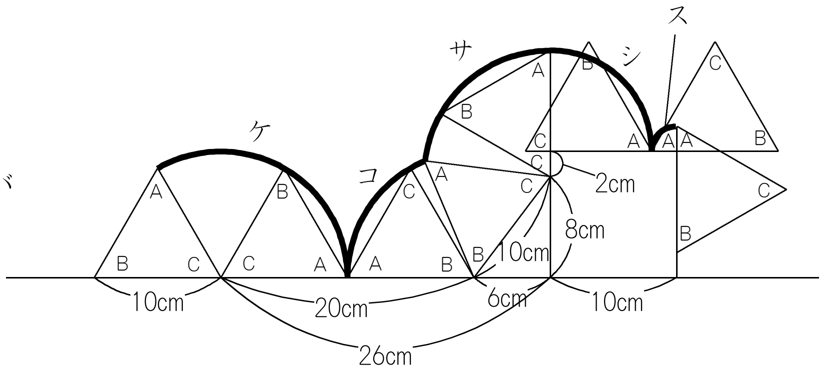
　さらにころがるようすを書くと，右の図のようになります。



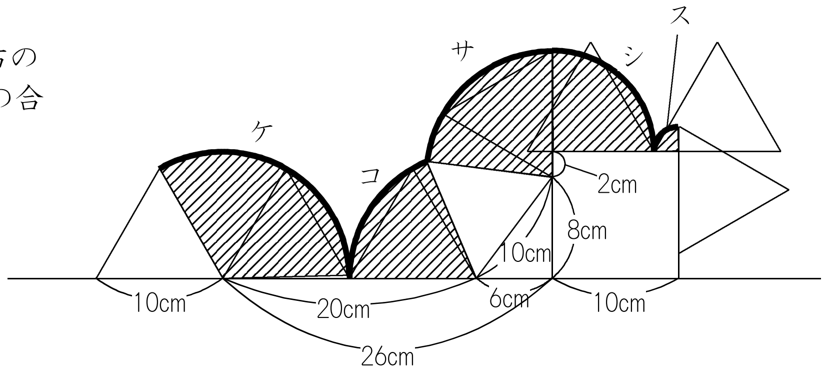
（次のページへ）

点Aが動いたあとの線のようすは，右の図の太線のようになります。

すべておうぎ形の弧ですが，半径がいろいろ違うことに注意しましょう。

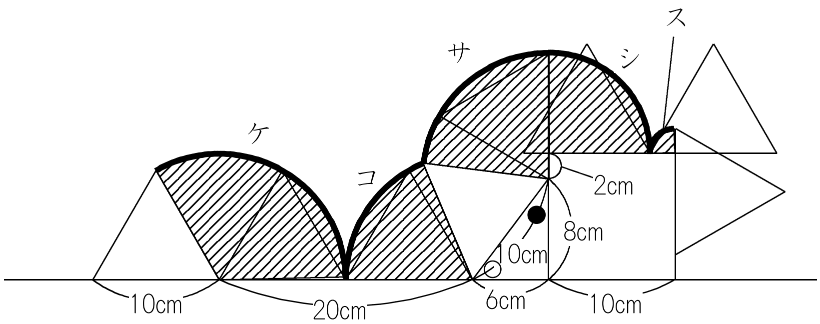


点Aが動いたあとの線の長さは，右の図の斜線部分のようなおうぎ形の弧の合計です。



直角をはさむ２辺の長さが６cm，８cmの直角三角形の，直角ではない２つの角を，右の図のように○，●とします。

○と●の和は90度です。



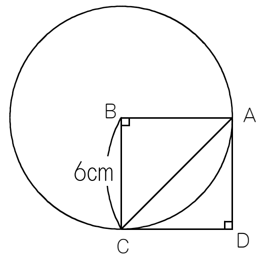
ケは，半径が10cmで中心角は　180－60＝120（度）です。
コは，半径が10cmで中心角は　180－60－○＝120－○（度）です。
サは，半径が10cmで中心角は　180－60－●＝120－●（度）です。
シは，半径が10－2＝8（cm）の四分円です。
スは，半径が10－8＝2（cm）の四分円です。

ケ・コ・サはどれも半径が10cmなので中心角を合わせると，
120＋(120－○)＋(120－●)＝360－(○＋●)＝360－90＝270（度）です。

$\frac{270}{360}=\frac{3}{4}$　ですから，点Aが動いたあとの線の長さは，

$10\times2\times\frac{3}{4}+8\times2\times\frac{1}{4}+2\times2\times\frac{1}{4}=(15+4+1)\times3.14=20\times3.14=$ 62.8（cm）です。

応用問題B $\boxed{2}$ (1)



直角二等辺三角形ABCを利用して右の図のように正方形ABCDを作ると，その面積は，6×6＝36（cm^2）です。

正方形の面積は，「対角線×対角線÷２」でも求めることができます。

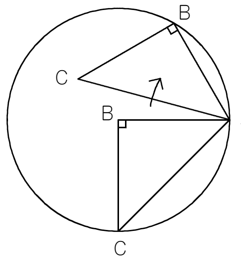
正方形の対角線はACなので，「AC×AC÷２」も，36 になります。

よって，「AC×AC」は，36×2＝72 です。

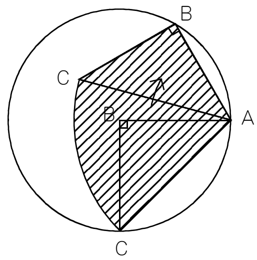
ACを１辺とする正方形の面積は，１辺×１辺＝「AC×AC」ですから，面積は 72 cm^2 になります。

また，ACを半径とする円の面積は，半径×半径×3.14＝AC×AC×3.14で，正方形の面積はAC×ACですから，円の面積は正方形の面積の 3.14 倍です。

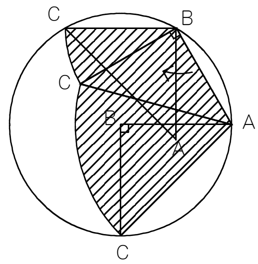
応用問題B $\boxed{2}$ (2)



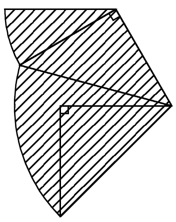
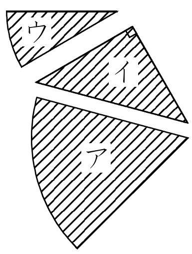
１回目のころがりでは，点Aを中心にして，右の図のようにころがります。



１回目のころがりで三角形ABCが動いたあとの図形は，右の図の斜線部分のようになります。

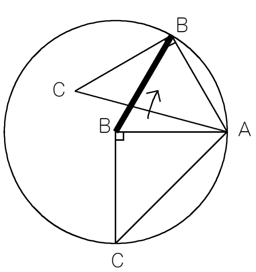


さらに２回目のころがりでは，三角形ABCは点Bを中心に少しだけ回転し，はじめの状態から三角形ABCが動いたあとの図形が動いたあとの図形は，右の図の斜線部分のようになります。

斜線部分は  という形をしていますが，これを分割して 

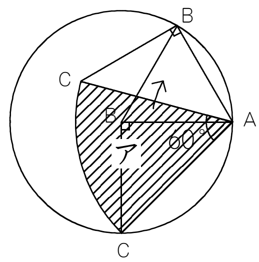
とします。

ア，イ，ウの面積を求めて，和を求めれば答えになります。



とすると，ABは円の半径なので，ころがる前も後も６cmです。太線も円の半径なので６cmですから正三角形ができて，三角形ABCは 60 度回転したことがわかります。

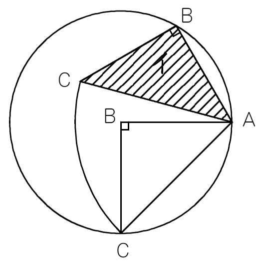
（次のページへ）



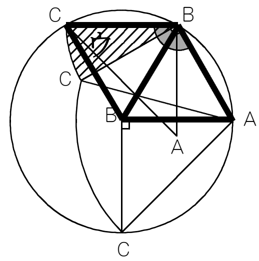
三角形ABCが60度回転したのですから，辺ACも60度回転しました。

また，アの半径はACですが，「AC×AC」は，(1)で72であることがわかっています。

よってアの面積は，AC×AC×3.14÷6＝72×3.14÷6＝12×3.14（cm^2）です。

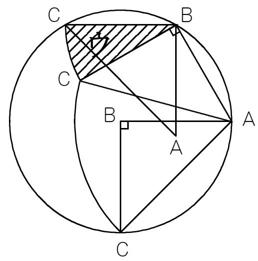


イは，ABとBCの長さが6cmの直角二等辺三角形ですから，面積は，6×6÷2＝18（cm^2)です。



また，右の図の太線をつけた2つの三角形は，どちらも正三角形です。

よって，色をつけた角度は，60×2＝120（度)です。



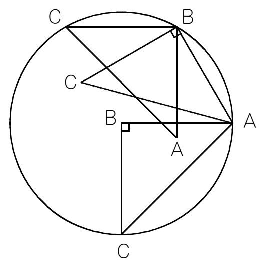
したがって，ウの中心角は，120－90＝30（度)です。

ウの半径はBCなので，6cmです。

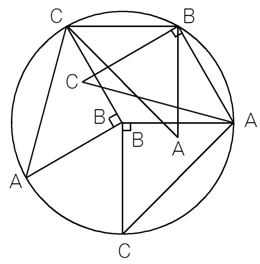
よってウの面積は，6×6×3.14÷12＝3×3.14（cm^2）です。

アの面積は 12×3.14，イの面積は18，ウの面積は 3×3.14 ですから，ア，イ，ウの和は，12×3.14＋18＋3×3.14＝15×3.14＋18＝47.1＋18＝65.1（cm^2）です。

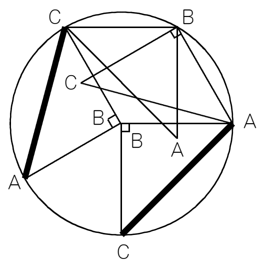
応用問題B $\boxed{2}$ (3)



(2)までで，三角形ABCは右の図のように回転しました。



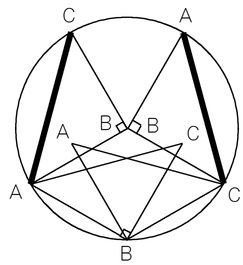
さらに回転すると，右の図のようになります。



はじめの三角形ABCは，辺ACを円周にくっつけていました。

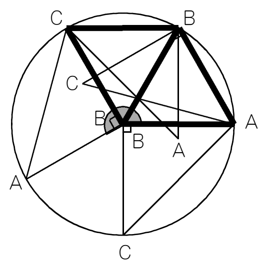
最後の三角形ABCも，辺ACを円周にくっつけています。

これを１セットとします。



次にまた辺ACが円周にくっつくまで，三角形ABCを回転させていきます。

三角形ABCが一番はじめの状態と同じになるまで，これをくり返します。



１セットあたり，三角形ABCは何度回転しているでしょうか。

右の図の太線でかこまれた２個の三角形は，どちらも正三角形ですから，右の図の色をつけた角度は，60×2＋90＝210（度）です。

よって，三角形ABCは，１セットあたり210度ずつ回転していきます。

つまり，210度の倍数になります。

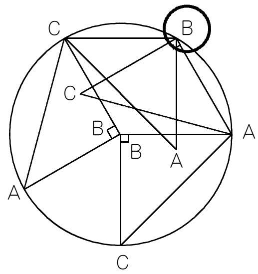
（次のページへ）

点Aがはじめの位置にもどるためには，点Aが 1 回転＝ 360 度の倍数にならなければなりません。

つまり，210 度の倍数でもあり，360 度の倍数でもある角度を回転したときに，点Aははじめの位置にもどります。

210 と 360 の最小公倍数は 2520 ですから，点Aが 2520 度回転すればよいことになります。

1 セットあたり 210 度の回転ですから，2520÷210＝ 12（セット）回転すればよいわけです。



ところで 1 セットあたりでは，点Bが円周上にくるのは右の図のように 1 回のみです。

よって 12 セットでは，点Bが円周上にくるのは 12 回あることになります。