

# シリーズ5年上第9回・くわしい解説

右図のようなモップ(床をそうじするための道具)があったとします。モップのはばを4cmであるとして

そしてモップに、グレーのインクをつけて、ゆかを進んでいくことにします。

右図のように、10cmだけゆかを進むと、ゆかに10cmの長さぶんだけ、グレーのインクがつきます。

インクがついた部分の面積は、 $4 \times 10 = 40$  (cm<sup>2</sup>)です。

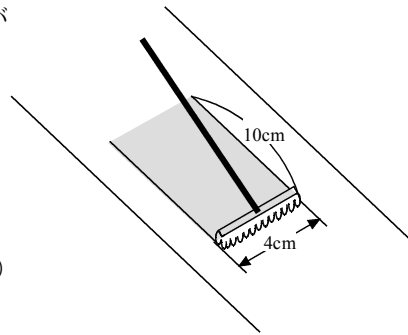
このように、モップでゆかにインクをつけるとき、

$$\text{インクがついた部分の面積} = \text{モップの柄が動いた長さ} \times \text{モップの幅}$$

で求めることができます。同じように考えて、

$$\text{円が通過した面積} = \text{中心が動いた長さ} \times \text{円の直径}$$

という、「センターラインの公式」で円の面積を求めることができます。



## 目次

基本	1	(1) …p.2
基本	1	(2) …p.3
基本	1	(3) …p.4
基本	1	(4) …p.5
基本	1	(5) …p.6
基本	2	…p.7
基本	3	…p.8
基本	4	…p.9
練習	1	…p.10
練習	2	…p.12
練習	3	…p.15
練習	4	…p.16
練習	5	…p.17
練習	6	…p.18

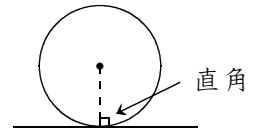
# すぐる学習会

<https://www.suguru.jp>

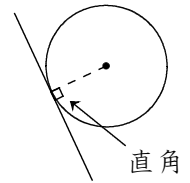
基本 1 (1)

7ポイント 直線上に円が接しているときは、「直角」記号を書くことができます。

右の図のように、直線上に円が接しているときは、円の半径と直線との作る角は、直角になります。

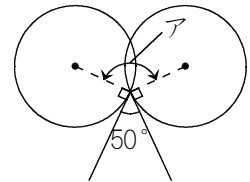


直線がかたむいていても、もちろん直角です。



右の図のように直角の記号を書くと、アと直角2つと50度で、360度です。

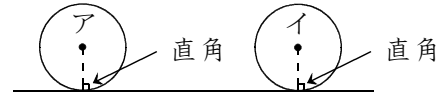
よってアは、 $360 - (90 \times 2 + 50) = 130$  (度)です。



基本 1 (2)

**ワンポイント** 直線上に円が接しているときは、「直角」記号を書くことができます。

右の図のように、直線上に円が接しているときは、円の半径と直線との作る角は、直角になります。



ところで、「お絵かきボード」って知っていますか？

ペンが磁石になっていて、書いたところが黒くなり、裏側を磁石でこすると、書いたものが消せるボードです。

そのボードに、磁石でできた円を置くと、置いたところが円の形に黒くなります。

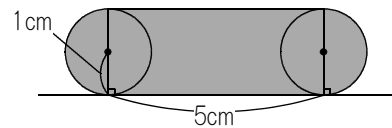


円をころがしていくと、イの円まで黒くなります。



この、黒い部分の面積を求める問題です。

右の図のように、半円と長方形と半円に分けます。



半円と半円は、合わせて円になります。

円の半径は1cmですから、円の面積は、 $1 \times 1 \times 3.14 = 3.14$  (cm<sup>2</sup>) です。

長方形のたては  $1 \times 2 = 2$  (cm), 横は5cmですから、長方形の面積は、 $2 \times 5 = 10$  (cm<sup>2</sup>) です。

よって、黒い部分の面積は、 $3.14 + 10 = 13.14$  (cm<sup>2</sup>) です。

---

基本 1 (3)

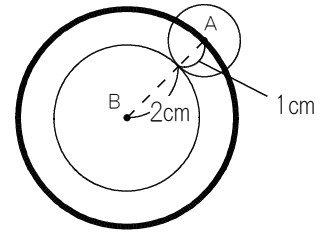
---

7ポイント 円Aの中心が動いたあとには、円ができます。

円Aの中心が動いたあとには、右の図の太線のような円ができます。

円Aの半径は1 cmで、円Bの半径は2 cmですから、この円の半径は、 $1 + 2 = 3$  (cm)です。

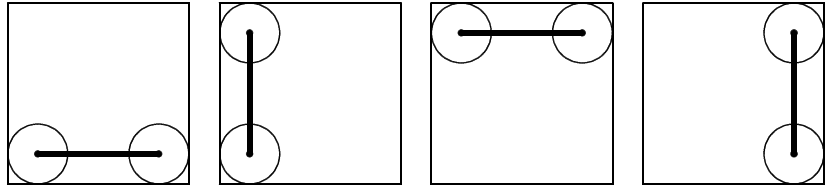
この円の円周は、半径  $\times 2 \times 3.14 = 3 \times 2 \times 3.14 = 18.84$  (cm)です。



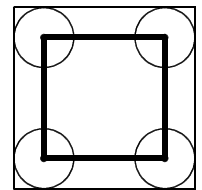
基本 1 (4)

7ポイント 中心が動いたあとの線は、正方形になります。

円の中心Oは、右の図のように動いていきます。

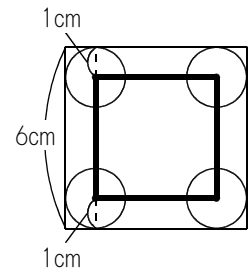


合わせると、右の図のような正方形を動きます。



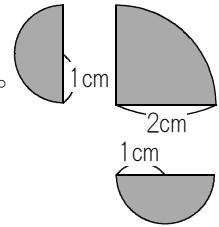
動いた部分の正方形の1辺は、 $6 - 1 \times 2 = 4$  (cm) です。

よって、動いた部分の線の長さは、 $4 \times 4 = 16$  (cm) です。



基本 1 (5)7ポイント 色のついた部分は、半円と四分円と半円に分かれます。

色のついた部分を右の図のように、半円2つと四分円とに分けることができます。



半円2つで円になり、その円の半径は1 cmです。

円の面積は、 $1 \times 1 \times 3.14 = 1 \times 3.14$  です。

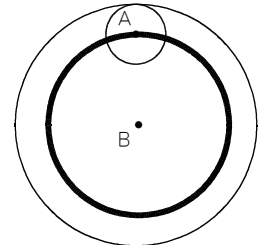
四分円の半径は2 cmなので、四分円の面積は、 $2 \times 2 \times 3.14 \div 4 = 1 \times 3.14$  です。

合計は、 $1 \times 3.14 + 1 \times 3.14 = 6.28$  (cm<sup>2</sup>)です。

基本 2

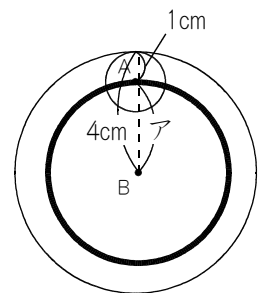
ポイント (2)は、「通った部分」ではなく「通らない部分」です。「通らない部分」の方が簡単です。

(1) 円Aの中心は、右の図の太線部分のような円をえがきます。



右の図において、太線の円の半径であるアは、 $4 - 1 = 3$  (cm) です。

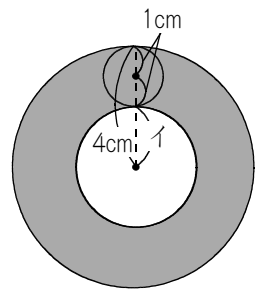
円周は、 $3 \times 2 \times 3.14 = 18.84$  (cm) です。



(2) 円Aは、右の図の色のついた部分を動きます。

円Aが通らない部分は、まん中の白い部分です。

白い部分は円になっていて、半径はイですから、 $4 - 1 \times 2 = 2$  (cm) です。



よって、円Aが通らない部分は、 $2 \times 2 \times 3.14 = 12.56$  (cm<sup>2</sup>) です。

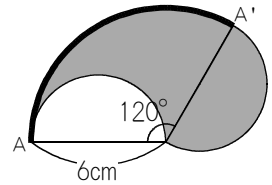
## 基本 3

**フンポイント** (2)は、うまく移動させれば、簡単な図形の面積を求めればよいことになります。

(1) 点Aは、右の図の太線のようなおうぎ形の弧をえがきます。

おうぎ形の半径は6cm，中心角は120度です。

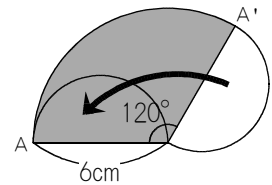
$\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$  ですから，太線の長さは， $6 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{3} = 12.56$  (cm) です。



(2) 色のついた部分は、右の図のように移すと、おうぎ形になります。

おうぎ形の半径は6cm，中心角は120度です。

$\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$  ですから，このおうぎ形の面積は， $6 \times 6 \times 3.14 \times \frac{1}{3} = 37.68$  (cm<sup>2</sup>) です。

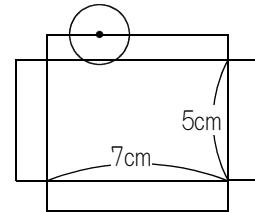




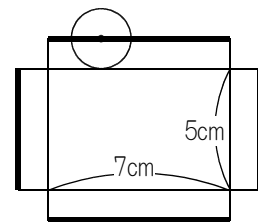
基本 4

ポイント (2)は、「センターラインの公式」で解きましょう。

- (1) 長方形のような、直線でかこまれた図形のまわりを円がころがっていくような問題の場合は、それぞれの辺を使って、円の中心を通るような長方形を書いていきます。

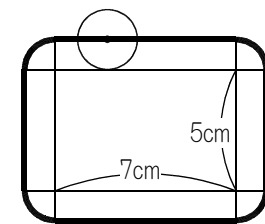


円の中心が通るのは、右の図の太線の部分と、



残りは四分円が4つなので、合わせて円周になります。

$$\begin{aligned} & \underbrace{5 \times 2 + 7 \times 2}_{\text{直線}} + \underbrace{1 \times 2 \times 3.14}_{\text{円周}} \\ &= 10 + 14 + 6.28 \\ &= 30.28 \text{ (cm)} \end{aligned}$$



- (2) この問題のような、「ぐるっと1周している」、「へこんでいる部分がない」場合は、(1)の答えを利用した「センターラインの公式」があります。

$$\text{円が通過した面積} = \text{中心が動いた長さ} \times \text{円の直径}$$

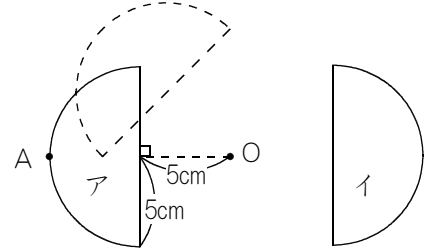
中心が動いた長さは、①で求めた通り 30.28 cm です。

円の直径は、 $1 \times 2 = 2$  (cm) ですから、 $30.28 \times 2 = 60.56$  (cm<sup>2</sup>) になります。

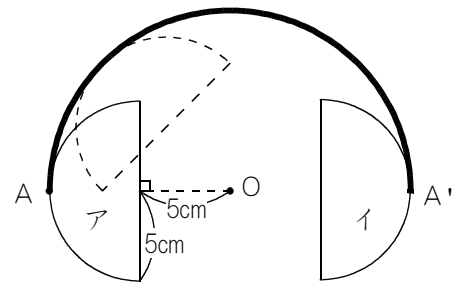
練習 1

7ポイント すぐるで「遠近法」と名付けている解き方で。

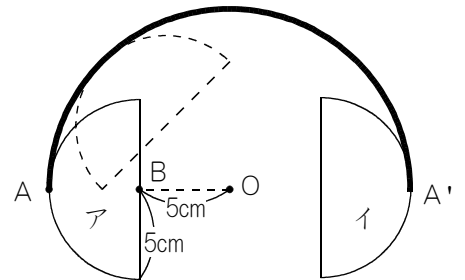
半円アで、中心Oからもっとも遠い点は、右の図の点Aです。



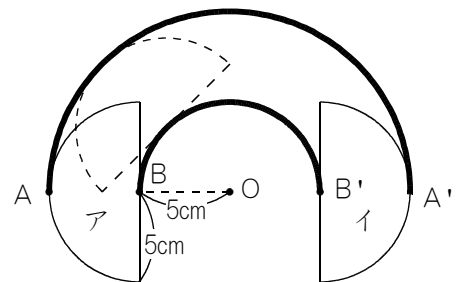
点Aは、半円Iの点A'まで、右の図の太線のように半円をえがきます。



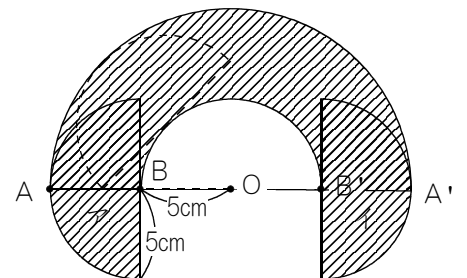
半円アで、中心Oからもっとも近い点は、右の図の点Bです。



点Bは、半円Iの点B'まで、右の図の太線のように半円をえがきます。

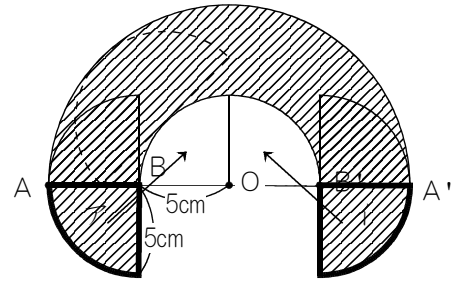


よって、半円アから半円Iまで動くと、右の図の斜線部分のような図形をえがきます。



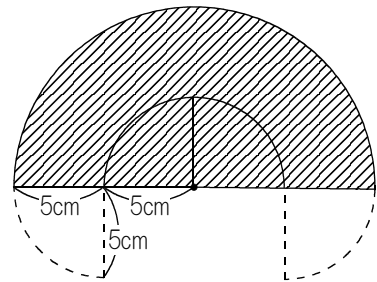
(次のページへ)

右の図のように, 2つの四分円を移動させると,



右の図のような, 大きい半円になります。

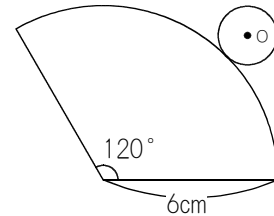
半径は  $5 + 5 = 10$  (cm) ですから, この半円の面積は,  
 $10 \times 10 \times 3.14 \div 2 = 157$  (cm<sup>2</sup>) になります。



練習 2

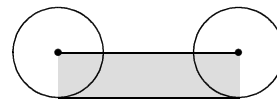
フンポイント 隅のあたりをしっかりと考えましょう。

(1) このような問題を解くときは、まず点Oが動いたあとの線を描くことが大切です。

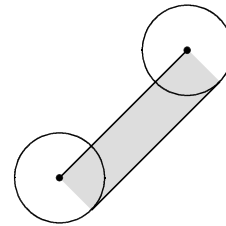


線を描くときに、次のことに注意しましょう。  
(理由はともかく、何となくわかることが大切です。)

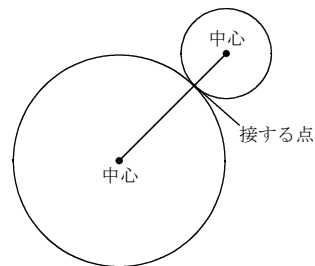
1. 直線上を円が動くとき、点Oが動いた部分を使って長方形ができる。



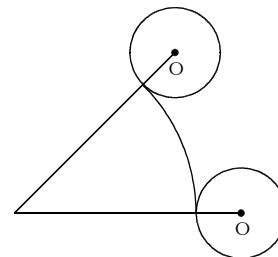
たとえ直線がななめになっても、長方形ができる。



2. 他の円の円周上を円が動くとき、他の円の中心と動く円の中心と、接する点の3つの点は一直線になる。



ということは、おうぎ形の弧の上を円が動くときも、円がおうぎ形のはじにきたときは、右の図のようにおうぎ形の中心・接する点・円の中心が、一直線になりますね。



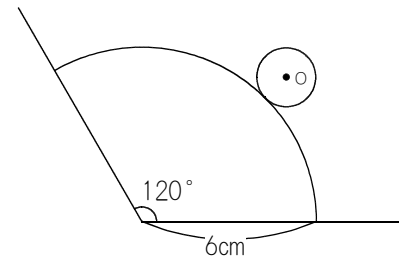
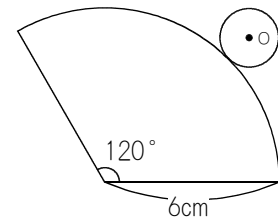
(次のページへ)

これらのことから、右図のようなおうぎ形のまわりを  
円が動くときは、

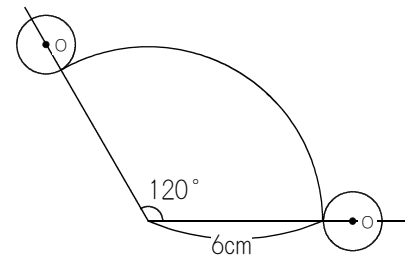
直線上を動いているとき … 長方形を作る  
弧の上を動いているとき … 半径の線をのばす

このようにして、作図していきます。

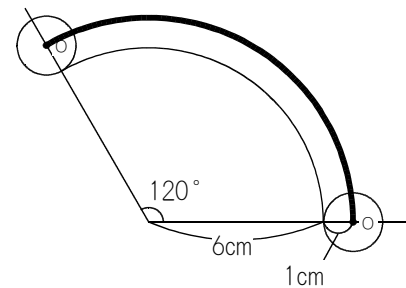
まず、弧の上を動いているときは、右図のように半径を  
のばし、



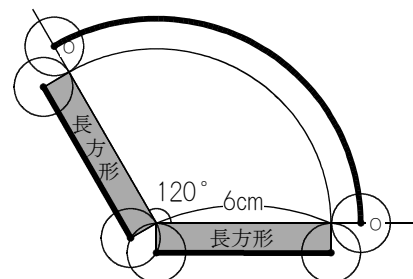
のばした線の上に円の中心がくるように、ぴったり  
くっつけて円を描きます。



点Oは、右図のように、半径が  $6+1=7$  (cm) で、  
中心角が  $120$  度のおうぎ形の弧を描きます。



直線上には長方形を作るように、円を描いていきます。

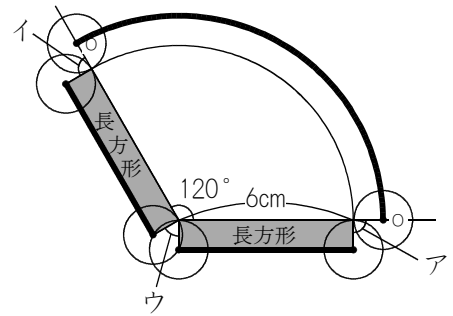


(次のページへ)

また、右図のアの角度は、一直線の180度から  
 長方形の1つの角度である90度を引いた残りな  
 ので、 $180 - 90 = 90$ (度)です。

イの角度も同様に90度です。

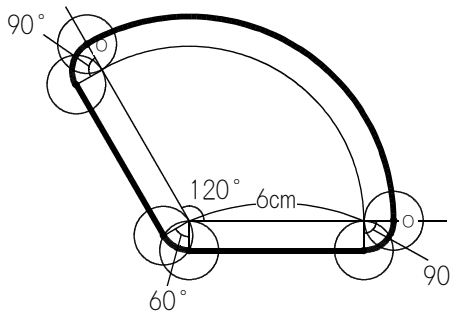
ウは360度から、90度と90度と120度を引いた残り  
 なので、 $360 - (90 \times 2 + 120) = 60$ (度)です。



以上のことから、円の中心Oが動いたあとの線は、  
 右の図のようになります。

線の長さは、以下のように整理できます。

- 直線部分… 6 cmが2本
- 曲線部分… 半径が7 cmで中心角が120度のおうぎ形の弧
- 曲線部分… 半径が1 cmで中心角が90度のおうぎ形の弧
- 曲線部分… 半径が1 cmで中心角が90度のおうぎ形の弧
- 曲線部分… 半径が1 cmで中心角が60度のおうぎ形の弧



半径が1 cmのおうぎ形の弧は、中心角をすべて合わせると、 $90 + 90 + 60 = 240$ (度)です。

$$\frac{120}{360} = \frac{1}{3}, \quad \frac{240}{360} = \frac{2}{3} \text{ ですから,}$$

$$\begin{aligned} & 6 \times 2 + 7 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{3} + 1 \times 2 \times 3.14 \times \frac{2}{3} \\ &= 12 + \frac{14}{3} \times 3.14 + \frac{4}{3} \times 3.14 \\ &= 12 + \left( \frac{14}{3} + \frac{4}{3} \right) \times 3.14 \\ &= 12 + 6 \times 3.14 \\ &= 12 + 18.84 \\ &= \mathbf{30.84} \text{ (cm)} \end{aligned}$$

(2) この問題のような、「ぐるっと1周している」、「へこんでいる部分がない」場合は、(1)の答えを利用した「センターラインの公式」で解きます。

円が通過した面積 = 中心が動いた長さ × 円の直径

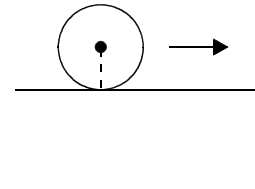
中心が動いた長さは、(1)で求めた通り30.84 cmです。

円の直径は、 $1 \times 2 = 2$  (cm)ですから、 $30.84 \times 2 = \mathbf{61.68}$  (cm<sup>2</sup>)になります。

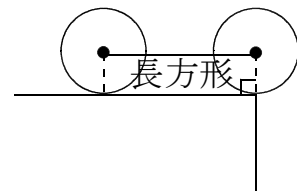
練習 3

**7ポイント** 長方形をしっかりと書きましょう。

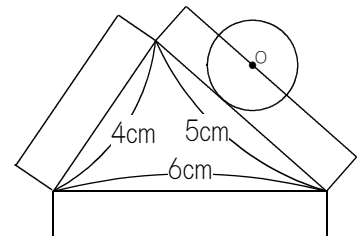
(1) 右の図のように、直線上を円が右の方へ転がっていったとします。



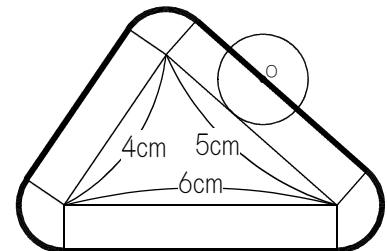
すると、右の図のように長方形ができます。



この問題のような、円が転がる問題の場合は、直線を利用して長方形を書いていくことが大切です。



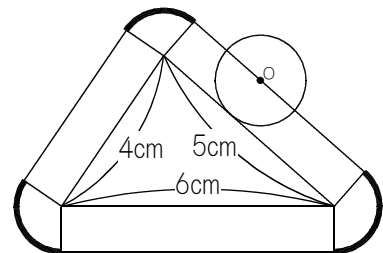
円が正三角形のまわりを1周すると、円の中心は右の図の太線のように動きます。



円の中心が動いた部分のうち、直線の部分の合計は、 $4 + 5 + 6 = 15$  (cm) です。

また、曲線の部分は3つありますが、3つを合わせると、半径が1 cmの円になります。

よって、曲線の部分の合計は、 $1 \times 2 \times 3.14 = 6.28$  (cm) です。



直線部分は15 cmで、曲線部分は6.28 cmですから、答えは  $15 + 6.28 = 21.28$  (cm) です。

(2) この問題のような、「ぐるっと1周している」、「へこんでいる部分がない」場合は、(1)の答えを利用した「センターラインの公式」で解きます。

$$\text{円が通過した面積} = \text{中心が動いた長さ} \times \text{円の直径}$$

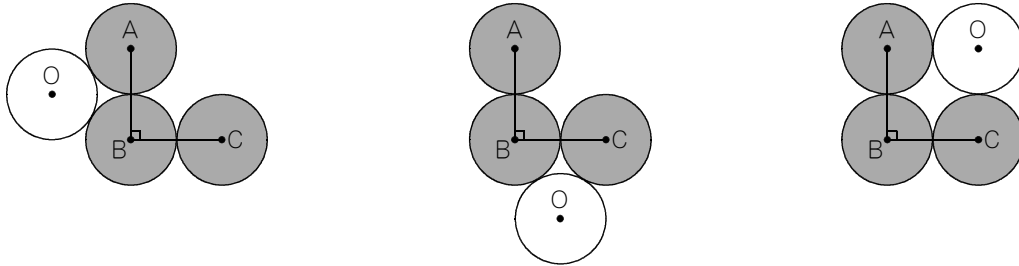
中心が動いた長さは、(1)で求めた通り21.28 cmです。

円の直径は、 $1 \times 2 = 2$  (cm) ですから、 $21.28 \times 2 = 42.56$  (cm<sup>2</sup>) になります。

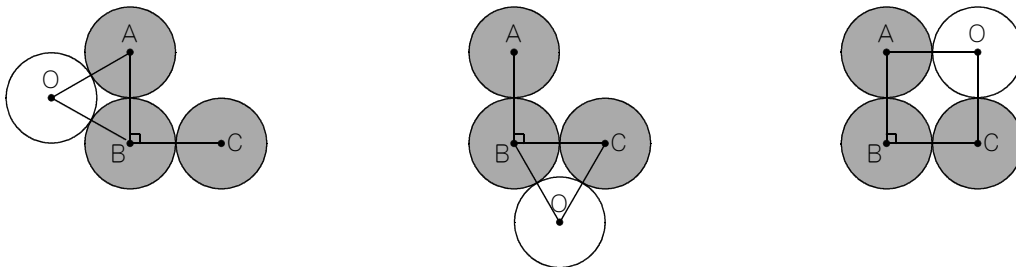
練習 4

**ポイント** 円が動いたあとのおうぎ形の半径を、3 cmにするミスが多いです。気をつけましょう。

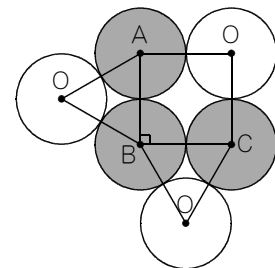
円Oの動きが変わる瞬間<sup>しゅんかん</sup>を図にすると、下の図のようになります。



下の図のように、正三角形や正方形を作図することができます。



重ねて書くと、右の図のようになります。

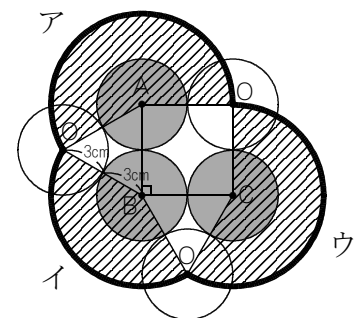


点Oは右の図のようなおうぎ形の弧をえがきます。

アのおうぎ形の中心角は、 $360 - (60 + 90) = 210$  (度)です。  
 イのおうぎ形の中心角は、 $360 - (60 + 90 + 60) = 150$  (度)です。  
 ウのおうぎ形の中心角は、 $360 - (60 + 90) = 210$  (度)です。

アからウはすべて、半径が  $3 + 3 = 6$  (cm) のおうぎ形です。

中心角の和は、 $210 + 150 + 210 = 570$  (度)です。



$\frac{570}{360} = \frac{19}{12}$  ですから、太線の長さの和は、 $6 \times 2 \times 3.14 \times \frac{19}{12} = 19 \times 3.14 = 59.66$  (cm) です。



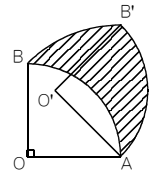
練習 5

**ポイント** すぐるで「遠近法」と名付けている解き方で。

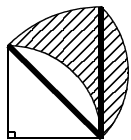
弧ABで、回転の中心Aからもっとも遠い点は、点Bです。

もっとも近い点は、もちろん点Aそのものです。

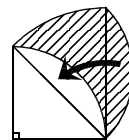
よって弧ABは、右の図の斜線部分のような図形をえがきます。



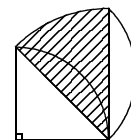
**注意** もし、四分円OABが動いた部分なら、 となります。その違いに気をつけましょう。



の太線のように補助線を引いて、



のように移すと



となり、

おうぎ形になります。

おうぎ形の面積を求めるために  のように正方形を作ると、この正方形の面積は、

$10 \times 10 = 100$  (cm<sup>2</sup>)です。



の半径は、正方形の対角線でもあるので、「半径×半径÷2」は、正方形の面積で

ある100になります。

よって、「半径×半径」は200になります。

斜線部分のおうぎ形の中心角は45度です。

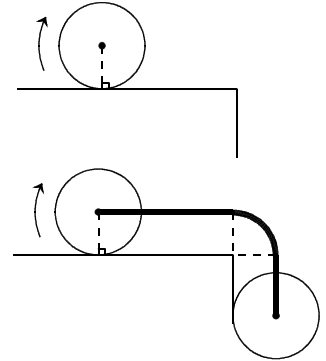
$\frac{45}{360} = \frac{1}{8}$  ですから、このおうぎ形の面積は、

半径×半径×3.14× $\frac{1}{8} = 200 \times 3.14 \times \frac{1}{8} = 25 \times 3.14 = 78.5$  (cm<sup>2</sup>)です。

練習 6 (1)

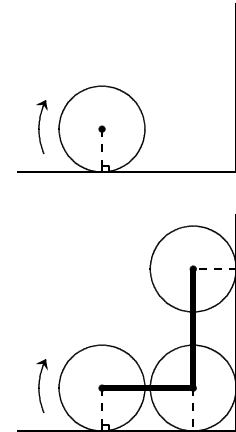
**7ポイント** 円の中心は、弧をえがくように進む場合と、弧をえがかない場合があります。

右の図のような折れ線にそって円がころがっていくと、



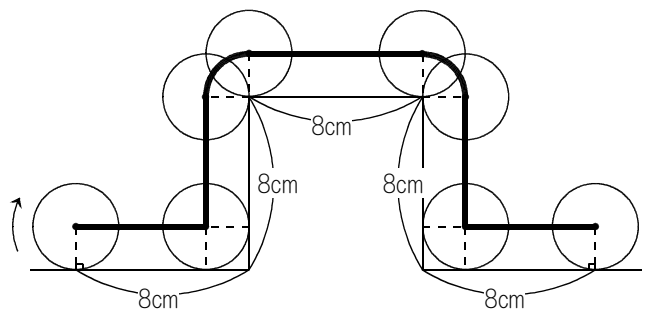
円の中心は、かどで弧をえがくようにまわっていきませんが、

右の図のような折れ線にそって円がころがる場合は、



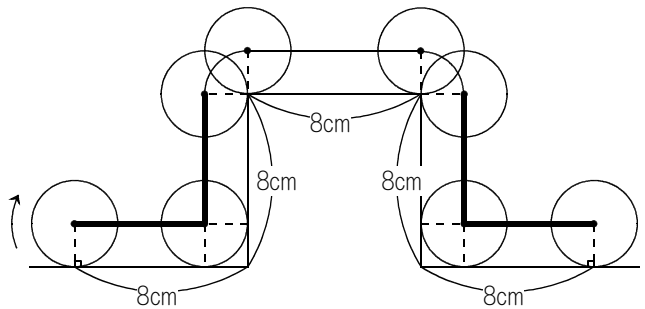
円の中心は弧をえがかず、右の図のように直線のみになります。

この問題では、円の中心は右の図のように動いていきます。



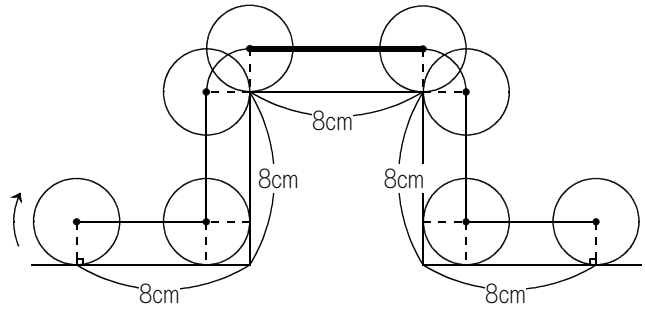
右の図の太線の長さは、1本あたり、 $8 - 2 = 6$  (cm) です。

4本ありますから、 $6 \times 4 = 24$  (cm) です。

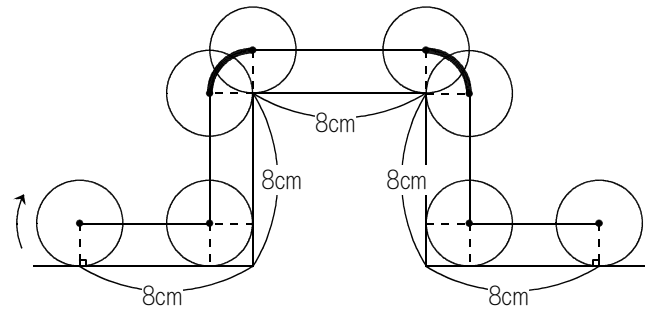


(次のページへ)

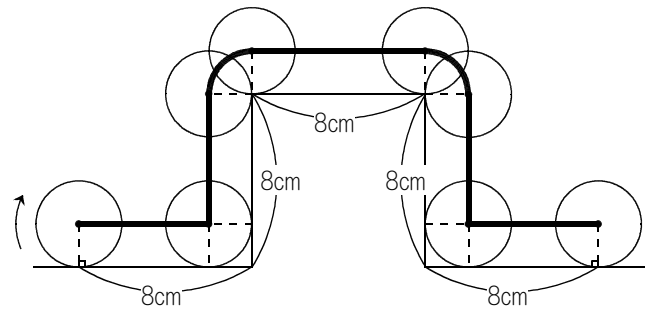
右の図の太線の長さは8 cmです。



右の図の2本の四分円の弧の長さの和は,  
 $2 \times 2 \times 3.14 \div 4 \times 2 = 6.28$  (cm) です。



合わせて,  $24 + 8 + 6.28 = 38.28$  (cm) です。



練習 6 (2)

ポイント ちょっと変えれば、「センターラインの公式」を利用することができます。

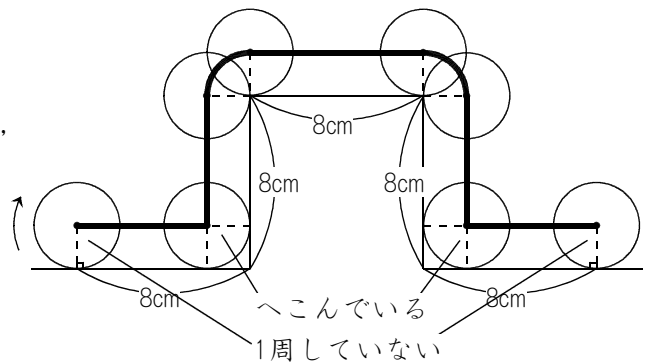
「ぐるっと1周している」、「へこんでいる部分がない」場合は、(1)の答えを利用して、

円が通過した面積 = 中心が動いた長さ × 円の直径

という方法で解くことができます。

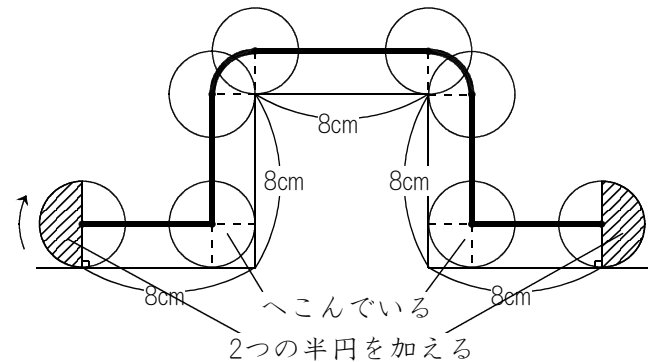
この問題の場合は、「ぐるっと1周していない」し、「へこんでいる部分があります」。

よって、「センターラインの公式」を利用できないこととなります。



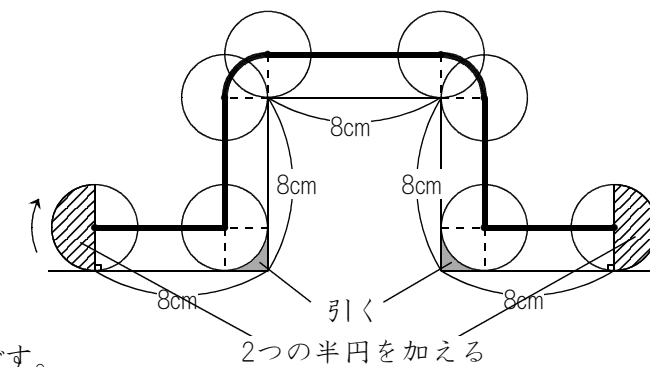
しかし、「ぐるっと1周していない」場合は、はしにある2つの半円を加えることによって、「センターラインの公式」を利用することができます。

半円2つで円ですから、その面積は、 $2 \times 2 \times 3.14 = 12.56 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。



また、「へこんでいる」場合は、右の図の色をついた部分を引くことによって、「センターラインの公式」を利用することができます。

色をついた部分1個の面積は、  
 $2 \times 2 - 2 \times 2 \times 3.14 \div 4$   
 $= 4 - 3.14$   
 $= 0.86 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。2つで、 $0.86 \times 2 = 1.72 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。



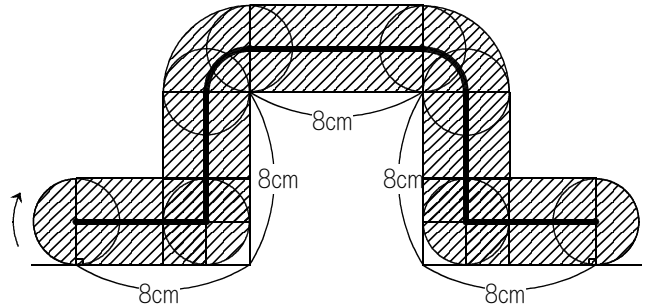
(1)の答えは38.28cmですから、中心が動いた長さ × 円の直径 =  $38.28 \times 4 = 153.12 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

これに、斜線部分の面積である  $12.56 \text{ cm}^2$  を加えて、色をついた部分の面積である  $1.72 \text{ cm}^2$  を引けばよいのですから、 $153.12 + 12.56 - 1.72 = 163.96 \text{ (cm}^2\text{)}$  になります。

(次のページへ)

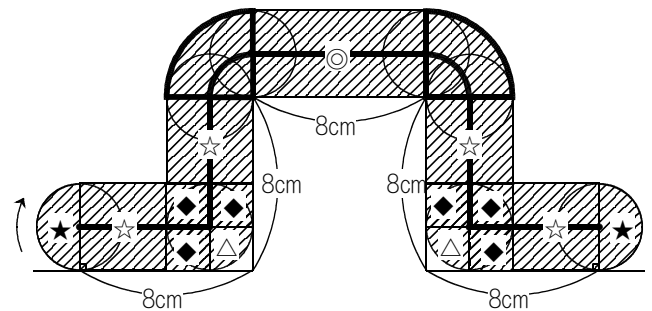
「センターラインの公式」ではなく、ふつうの解き方でも、求めることができます。

円が通った部分は、右の図の斜線部分です。



右の図のように記号をつけると、

- ◎は、 $4 \times 8 = 32 \text{ (cm}^2\text{)}$ ,
- ☆4個は、 $4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ (cm}^2\text{)}$ ,
- ◆6個は、 $2 \times 2 \times 6 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$ ,
- ★2個は、 $2 \times 2 \times 3.14 \div 2 \times 2 = 4 \times 3.14 \text{ (cm}^2\text{)}$ ,
- △2個は、 $2 \times 2 \times 3.14 \div 4 \times 2 = 2 \times 3.14 \text{ (cm}^2\text{)}$ ,
- 太線の四分円2個は、 $4 \times 4 \times 3.14 \div 4 \times 2 = 8 \times 3.14 \text{ (cm}^2\text{)}$ 。



合計、

$$\begin{aligned}
 & 32 + 64 + 24 + 4 \times 3.14 + 2 \times 3.14 + 8 \times 3.14 \\
 = & 120 + (4 + 2 + 8) \times 3.14 \\
 = & 120 + 14 \times 3.14 \\
 = & 120 + 43.96 \\
 = & \mathbf{163.96 \text{ (cm}^2\text{)}}
 \end{aligned}$$