

演習問題集5年上第9回・くわしい解説

目次		
反復問題(基本)	1	…p.2
反復問題(基本)	2	…p.7
反復問題(基本)	3	…p.8
反復問題(基本)	4	…p.9
反復問題(練習)	1	…p.10
反復問題(練習)	2	…p.12
反復問題(練習)	3	…p.15
反復問題(練習)	4	…p.16
反復問題(練習)	5	…p.17
反復問題(練習)	6	…p.18
トレーニング①		…p.21
トレーニング②		…p.22
トレーニング③		…p.23
トレーニング④		…p.24
実戦演習①		…p.26
実戦演習②		…p.27
実戦演習③		…p.29
実戦演習④		…p.33
実戦演習⑤		…p.34

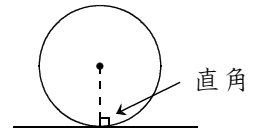
すぐる学習会

<https://www.suguru.jp>

反復問題(基本) 1 (1)

7ポイント 直線上に円が接しているときは、「直角」記号を書くことができます。

右の図のように、直線上に円が接しているときは、円の半径と直線との作る角は、直角になります。

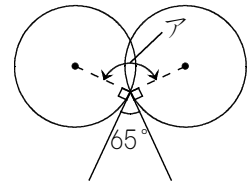


直線がかたむいていても、もちろん直角です。



右の図のように直角の記号を書くと、アと直角2つと65度で、360度です。

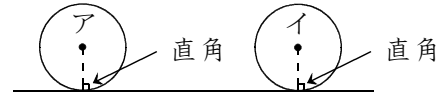
よってアは、 $360 - (90 \times 2 + 65) = 115$ (度)です。



反復問題(基本) 1 (2)

7ポイント 直線上に円が接しているときは、「直角」記号を書くことができます。

右の図のように、直線上に円が接しているときは、円の半径と直線との作る角は、直角になります。



ところで、「お絵かきボード」って知っていますか？

ペンが磁石になっていて、書いたところが黒くなり、裏側を磁石でこすると、書いたものが消せるボードです。

そのボードに、磁石でできた円を置くと、置いたところが円の形に黒くなります。

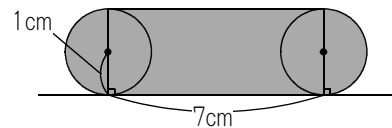


円をころがしていくと、イの円まで黒くなります。



この、黒い部分の面積を求める問題です。

右の図のように、半円と長方形と半円に分けます。



半円と半円は、合わせて円になります。

円の半径は1cmですから、円の面積は、 $1 \times 1 \times 3.14 = 3.14$ (cm²) です。

長方形のたては $1 \times 2 = 2$ (cm), 横は7cmですから、長方形の面積は、 $2 \times 7 = 14$ (cm²) です。

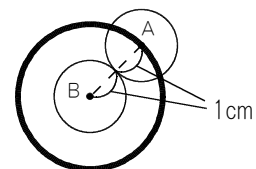
よって、黒い部分の面積は、 $3.14 + 14 = 17.14$ (cm²) です。

反復問題(基本) 1 (3)

7ポイント 円Aの中心が動いたあとには、円ができます。

円Aの中心が動いたあとには、右の図の太線のような円ができます。

円Aの半径は1 cmで、円Bの半径も1 cmですから、この円の半径は、 $1 + 1 = 2$ (cm)です。

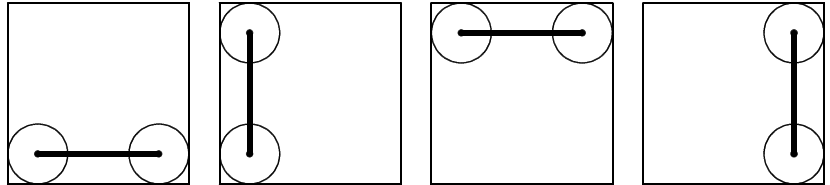


この円の円周は、半径 $\times 2 \times 3.14 = 2 \times 2 \times 3.14 = 12.56$ (cm)です。

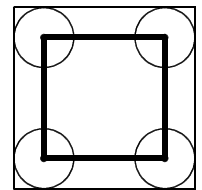
反復問題(基本) 1 (4)

7ポイント 中心が動いたあとの線は、正方形になります。

円の中心Oは、右の図のように動いていきます。

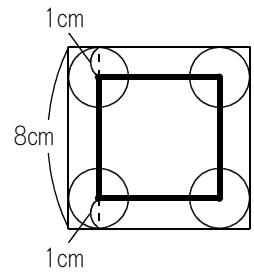


合わせると、右の図のような正方形をえがきます。



動いた部分の正方形の1辺は、 $8 - 1 \times 2 = 6$ (cm) です。

よって、動いた部分の線の長さは、 $6 \times 4 = 24$ (cm) です。



反復問題(基本) 1 (5)

7ポイント 色のついた部分は、半円とおうぎ形と半円に分かれます。

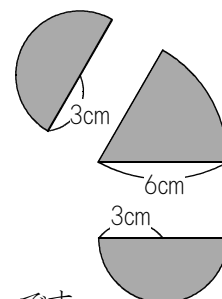
色のついた部分を右の図のように、半円2つとおうぎ形に分けることができます。

半円2つで円になり、その円の半径は3cmです。

円の面積は、 $3 \times 3 \times 3.14 = 9 \times 3.14$ です。

おうぎ形の半径は6cmなので、おうぎ形の面積は、 $6 \times 6 \times 3.14 \times \frac{60}{360} = 6 \times 3.14$ です。

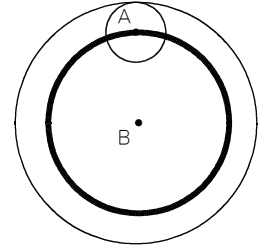
合計は、 $9 \times 3.14 + 6 \times 3.14 = 15 \times 3.14 = 47.1$ (cm²)です。



反復問題(基本) 2

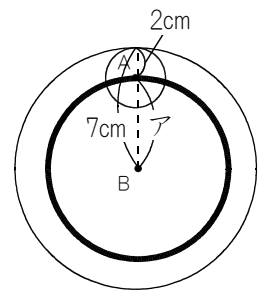
7ポイント (2)は、「通った部分」ではなく「通らない部分」です。「通らない部分」の方が簡単です。

(1) 円Aの中心は、右の図の太線部分のような円をえがきます。



右の図において、太線の円の半径であるアは、 $7 - 2 = 5$ (cm) です。

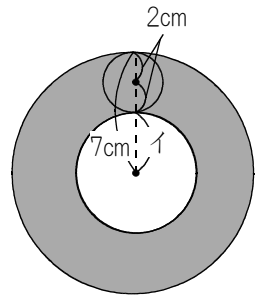
円周は、 $5 \times 2 \times 3.14 = 31.4$ (cm) です。



(2) 円Aは、右の図の色のついた部分を動きます。

円Aが通らない部分は、まん中の白い部分です。

白い部分は円になっていて、半径はイですから、 $7 - 2 \times 2 = 3$ (cm) です。



よって、円Aが通らない部分は、 $3 \times 3 \times 3.14 = 28.26$ (cm²) です。

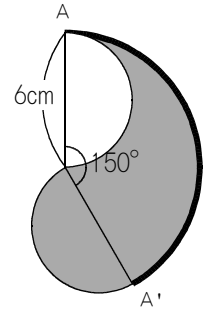
反復問題(基本) 3

フンポイント (2)は、うまく移動させれば、簡単な図形の面積を求めればよいことになります。

(1) 点Aは、右の図の太線のようなおうぎ形の弧をえがきます。

おうぎ形の半径は6cm，中心角は150度です。

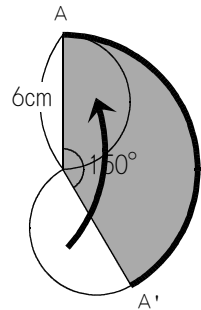
$\frac{150}{360} = \frac{5}{12}$ ですから，太線の長さは， $6 \times 2 \times 3.14 \times \frac{5}{12} = 15.7$ (cm) です。



(2) 色のついた部分は、右の図のように移すと、おうぎ形になります。

おうぎ形の半径は6cm，中心角は150度です。

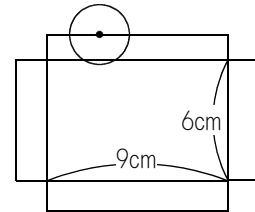
$\frac{150}{360} = \frac{5}{12}$ ですから，このおうぎ形の面積は， $6 \times 6 \times 3.14 \times \frac{5}{12} = 47.1$ (cm²) です。



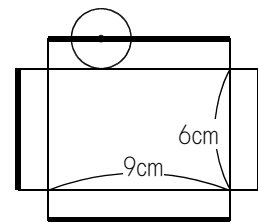
反復問題(基本) 4

7ポイント (2)は、「センターラインの公式」で解きます。

- (1) 長方形のような、直線でかこまれた図形のまわりを円がころがっていくような問題の場合は、それぞれの辺を使って、円の中心を通るような長方形を書いていきます。

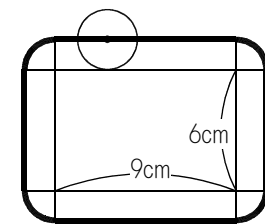


円の中心が通るのは、右の図の太線の部分と、



残りは四分円が4つなので、合わせて円周になります。

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{6 \times 2 + 9 \times 2}_{\text{直線}} + \underbrace{1 \times 2 \times 3.14}_{\text{円周}} \\
 &= 12 + 18 + 6.28 \\
 &= \mathbf{36.28} \text{ (cm)}
 \end{aligned}$$



- (2) この問題のような、「ぐるっと1周している」、「へこんでいる部分がない」場合は、(1)の答えを利用した「センターラインの公式」で解きます。

$$\text{円が通過した面積} = \text{中心が動いた長さ} \times \text{円の直径}$$

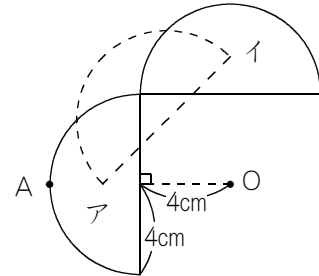
中心が動いた長さは、①で求めた通り 36.28 cm です。

円の直径は、 $1 \times 2 = 2$ (cm) ですから、 $36.28 \times 2 = \mathbf{72.56}$ (cm²) になります。

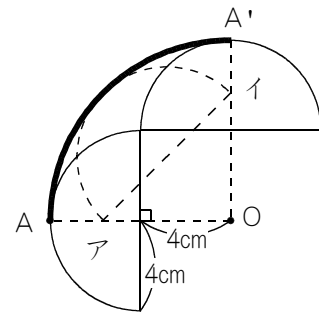
反復問題(練習) 1

7nポイント すぐで「遠近法」と名付けている解き方で。

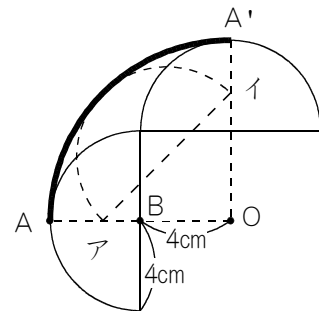
半円アで、中心Oからもっとも遠い点は、右の図の点Aです。



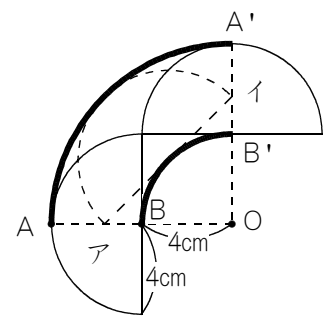
点Aは、半円Iの点A'まで、右の図の太線のように四分円の弧をえがきます。



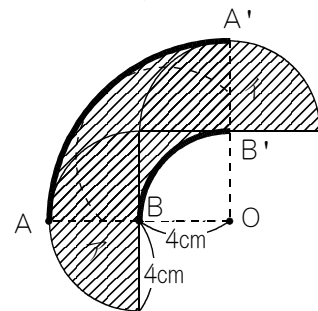
半円アで、中心Oからもっとも近い点は、右の図の点Bです。



点Bは、半円Iの点B'まで、右の図の太線のように四分円の弧をえがきます。

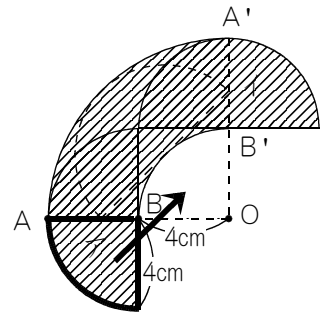


よって、半円アから半円Iまで動くと、右の図の斜線部分のような図形をえがきます。



(次のページへ)

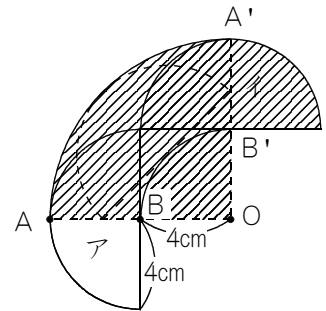
右の図のように、1つの四分円を移動させると、



右の図のような、大きい四分円と小さい四分円の和になります。

小さい四分円の半径は4cmで、大きい四分円の半径は $4 + 4 = 8$ (cm) ですから、斜線部分の面積は、

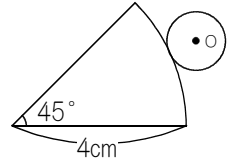
$$\begin{aligned} & 4 \times 4 \times 3.14 \div 4 + 8 \times 8 \times 3.14 \div 4 \\ &= 4 \times 3.14 + 16 \times 3.14 \\ &= 20 \times 3.14 \\ &= \mathbf{62.8} \text{ (cm}^2\text{)} \text{ になります。} \end{aligned}$$



反復問題(練習) 2

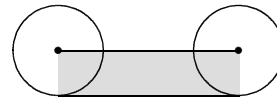
7ポイント 隅のあたりをしっかりと考えましょう。

(1) このような問題を解くときは、まず点Oが動いたあとの線を描くことが大切です。

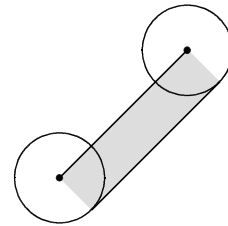


線を描くときに、次のことに注意しましょう。
(理由はともかく、何となくわかることが大切です。)

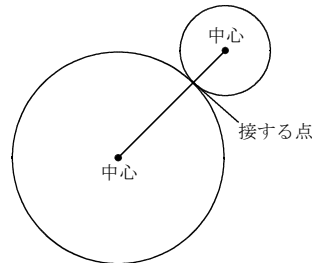
1. 直線上を円が動くとき、点Oが動いた部分を使って長方形ができる。



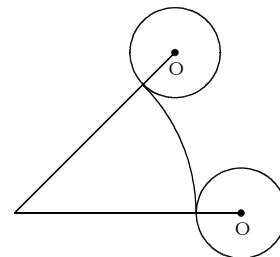
たとえ直線がななめになっても、長方形ができる。



2. 他の円の円周上を円が動くとき、他の円の中心と動く円の中心と、接する点の3つの点は一直線になる。



ということは、おうぎ形の弧の上を円が動くときも、円がおうぎ形のはじにきたときは、右の図のようにおうぎ形の中心・接する点・円の中心が、一直線になりますね。



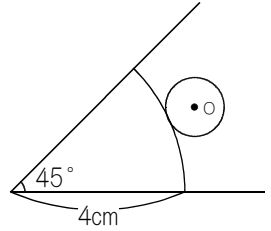
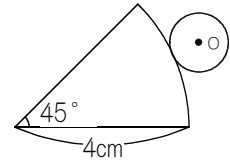
(次のページへ)

これらのことから、右図のようなおうぎ形のまわりを円が動くときは、

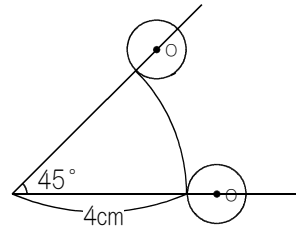
直線上を動いているとき … 長方形を作る
 弧の上を動いているとき … 半径の線をのばす

このようにして、作図していきます。

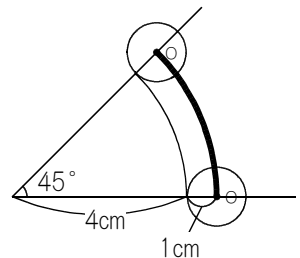
まず、弧の上を動いているときは、右図のように半径をのばし、



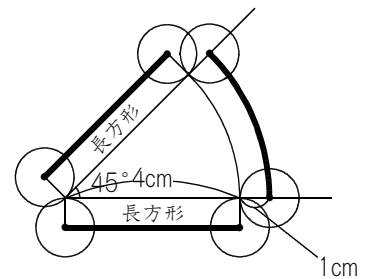
のばした線の上に円の中心がくるように、ぴったりくっつけて円を描きます。



点Oは、右図のように、半径が $4+1=5$ (cm) で、中心角が45度のおうぎ形の弧を描きます。



直線上には長方形を作るように、円を描いていきます。



(次のページへ)

また、右図のアの角度は、一直線の180度から
長方形の1つの角度である90度を引いた残りな
ので、 $180 - 90 = 90$ (度)です。

イの角度も同様に90度です。

ウは360度から、90度と90度と45度を引いた残り
なので、 $360 - (90 \times 2 + 45) = 135$ (度)です。

以上のことから、円の中心Oが動いたあとの線は、
右の図のようになります。

線の長さは、以下のように整理できます。

直線部分…4 cmが2本
 曲線部分…半径が5 cmで中心角が45度のおうぎ形の弧
 曲線部分…半径が1 cmで中心角が90度のおうぎ形の弧
 曲線部分…半径が1 cmで中心角が90度のおうぎ形の弧
 曲線部分…半径が1 cmで中心角が135度のおうぎ形の弧

半径が1 cmのおうぎ形の弧は、中心角をすべて合わせると、 $90 + 90 + 135 = 315$ (度)です。

$$\frac{45}{360} = \frac{1}{8}, \quad \frac{315}{360} = \frac{7}{8} \text{ ですから,}$$

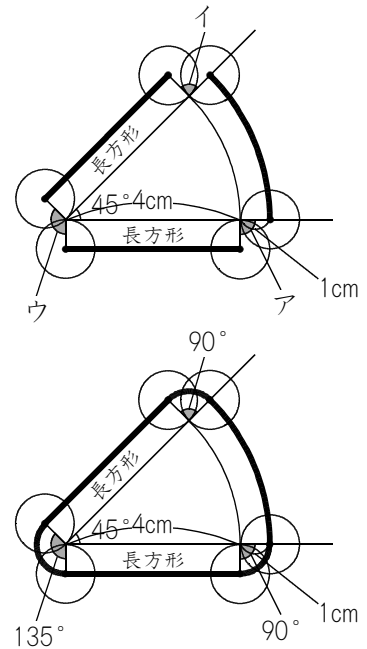
$$\begin{aligned} & 4 \times 2 + 5 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{8} + 1 \times 2 \times 3.14 \times \frac{7}{8} \\ &= 8 + \frac{5}{4} \times 3.14 + \frac{7}{4} \times 3.14 \\ &= 8 + \left(\frac{5}{4} + \frac{7}{4} \right) \times 3.14 \\ &= 8 + 3 \times 3.14 \\ &= 8 + 9.42 \\ &= \mathbf{17.42} \text{ (cm)} \end{aligned}$$

(2) この問題のような、「ぐるっと1周している」、「へこんでいる部分がない」場合は、(1)の答えを
利用した「センターラインの公式」で解きます。

円が通過した面積 = 中心が動いた長さ × 円の直径

中心が動いた長さは、(1)で求めた通り17.42 cmです。

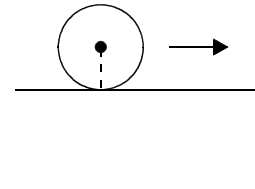
円の直径は、 $1 \times 2 = 2$ (cm)ですから、 $17.42 \times 2 = \mathbf{34.84}$ (cm²)になります。



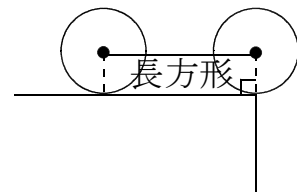
反復問題(練習) 3

7ポイント 長方形をしっかりと書きましょう。

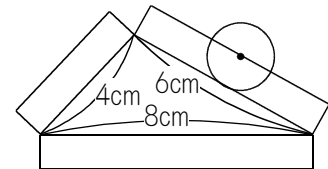
(1) 右の図のように、直線上を円が右の方へ転がっていったとします。



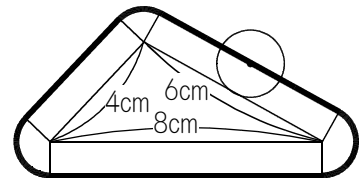
すると、右の図のように長方形ができます。



この問題のような、円が転がる問題の場合は、直線を利用して長方形を書いていくことが大切です。



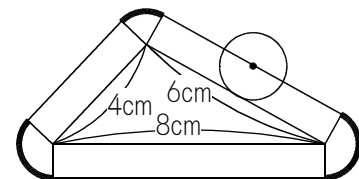
円が正三角形のまわりを1周すると、円の中心は右の図の太線のように動きます。



円の中心が動いた部分のうち、直線の部分の合計は、 $4 + 8 + 6 = 18$ (cm) です。

また、曲線の部分は3つありますが、3つを合わせると、半径が1cmの円になります。

よって、曲線の部分の合計は、 $1 \times 2 \times 3.14 = 6.28$ (cm) です。



直線部分は18cmで、曲線部分は6.28cmですから、答えは $18 + 6.28 = 24.28$ (cm) です。

(2) この問題のような、「ぐるっと1周している」、「へこんでいる部分がない」場合は、(1)の答えを利用した「センターラインの公式」で解きます。

$$\text{円が通過した面積} = \text{中心が動いた長さ} \times \text{円の直径}$$

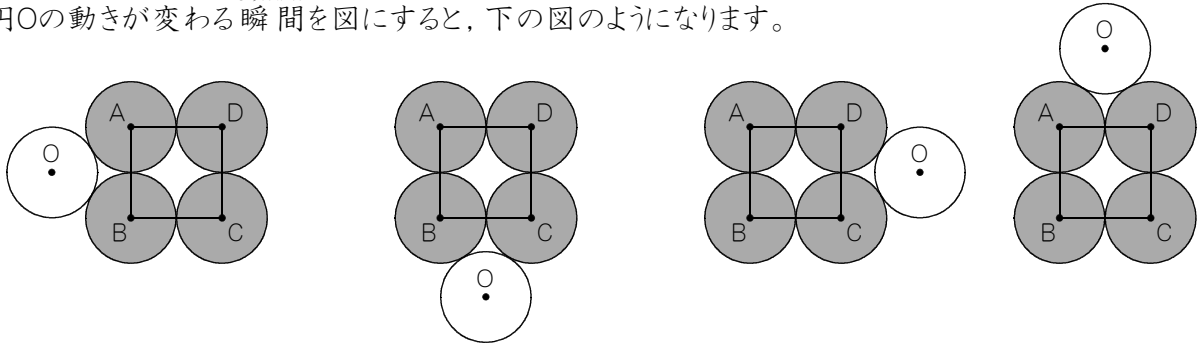
中心が動いた長さは、(1)で求めた通り24.28cmです。

円の直径は、 $1 \times 2 = 2$ (cm) ですから、 $24.28 \times 2 = 48.56$ (cm²) になります。

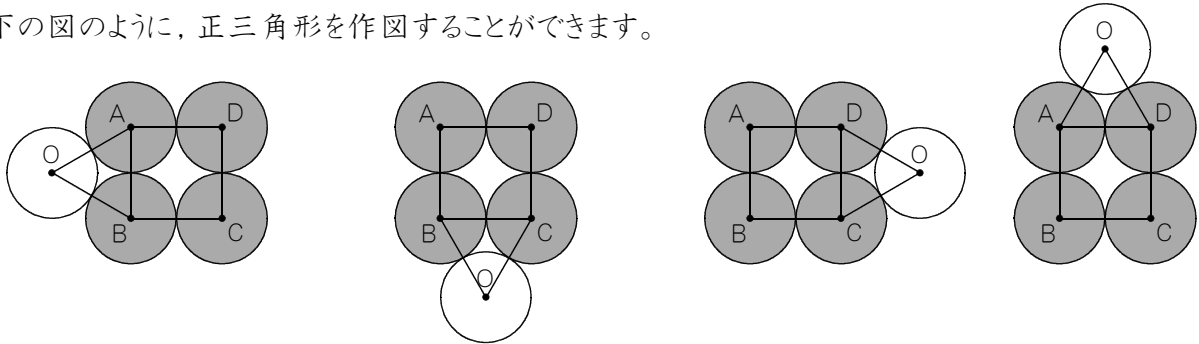
反復問題(練習) 4

7ポイント 円が動いたあとのおうぎ形の半径を, 3 cmにするミスが多いです。気をつけましょう。

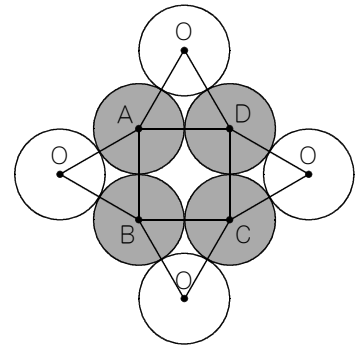
円Oの動きが変わる瞬間^{しゅんかん}を図にすると, 下の図のようになります。



下の図のように, 正三角形を作図することができます。



重ねて書くと, 右の図のようになります。



点Oは右の図のようなおうぎ形の弧をえがきます。

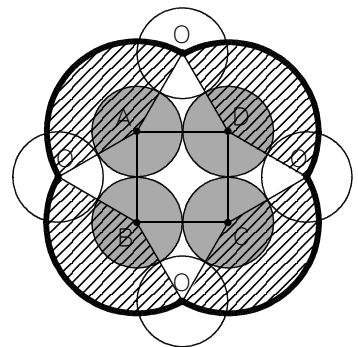
どのおうぎ形の弧も, 中心角は, $360 - (60 \times 2 + 90) = 150$ (度)です。

半径はすべて, $3 + 3 = 6$ (cm)です。

中心角の和は, $150 \times 4 = 600$ (度)です。

$$\frac{600}{360} = \frac{5}{3} \text{ ですから, 太線の長さの和は, } 6 \times 2 \times 3.14 \times \frac{5}{3} = 20 \times 3.14 = \mathbf{62.8} \text{ (cm)}$$

です。



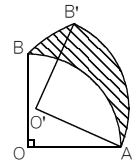
反復問題(練習) 5

7ポイント すぐで「遠近法」と名付けている解き方で。

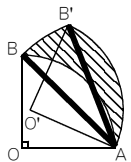
弧ABで、回転の中心Aからもっとも遠い点は、点Bです。

もっとも近い点は、もちろん点Aそのものです。

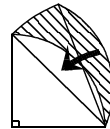
よって弧ABは、右の図の斜線部分のような図形をえがきます。



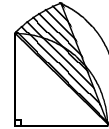
注意 もし、四分円OABが動いた部分なら、 となります。その違いに気をつけましょう。



の太線のように補助線を引いて、



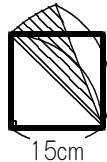
のように移すと



となり、

おうぎ形になります。

おうぎ形の面積を求めるために



のように正方形を作ると、この正方形の面積は、

$15 \times 15 = 225 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。



の半径は、正方形の対角線でもあるので、「半径×半径÷2」は、正方形の面積で

ある225になります。

よって、「半径×半径」は $225 \times 2 = 450$ になります。

斜線部分のおうぎ形の中心角は24度です。

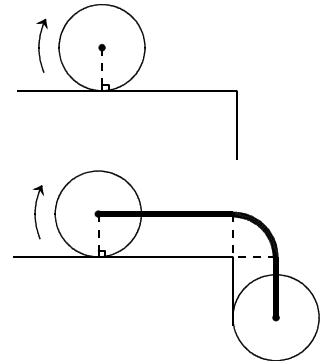
$\frac{24}{360} = \frac{1}{15}$ ですから、このおうぎ形の面積は、

半径×半径×3.14× $\frac{1}{15} = 450 \times 3.14 \times \frac{1}{15} = 30 \times 3.14 = 94.2 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

反復問題(練習) 6 (1)

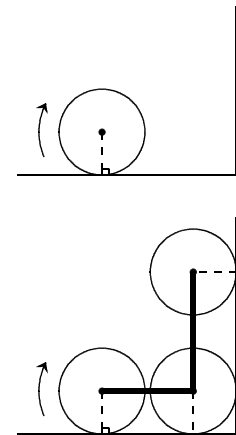
7ポイント 円の中心は、弧をえがくように進む場合と、弧をえがかない場合があります。

右の図のような折れ線にそって円がころがっていくと、



円の中心は、かどで弧をえがくようにまわっていきませんが、

右の図のような折れ線にそって円がころがる場合は、



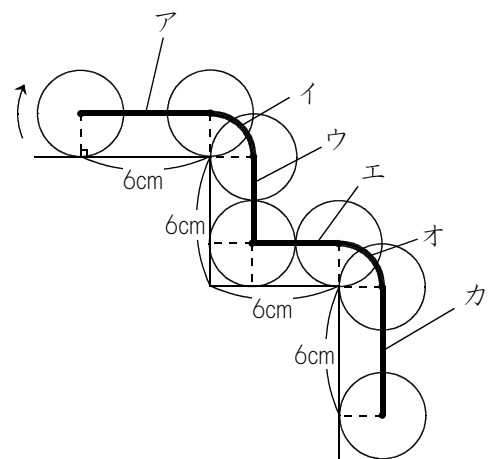
円の中心は弧をえがかず、右の図のように直線のみになります。

この問題では、円の中心は右の図のように動いていきます。

アとカは 6 cm, ウとエは $6 - 2 = 4$ (cm) です。

イとオは四分円の弧で, $2 \times 2 \times 3.14 \div 4 = 3.14$ (cm) です。

全部で, $6 \times 2 + 4 \times 2 + 3.14 \times 2 = 26.28$ (cm) です。



反復問題(練習) 6 (2)

7ポイント ちょっと変えれば、「センターラインの公式」を利用することができます。

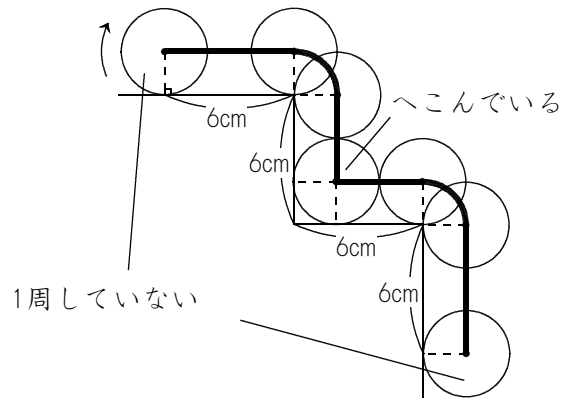
「ぐるっと1周している」、「へこんでいる部分がない」場合は、(1)の答えを利用して、

円が通過した面積 = 中心が動いた長さ × 円の直径

という方法で解くことができます。

この問題の場合は、「ぐるっと1周していない」し、「へこんでいる部分があります」。

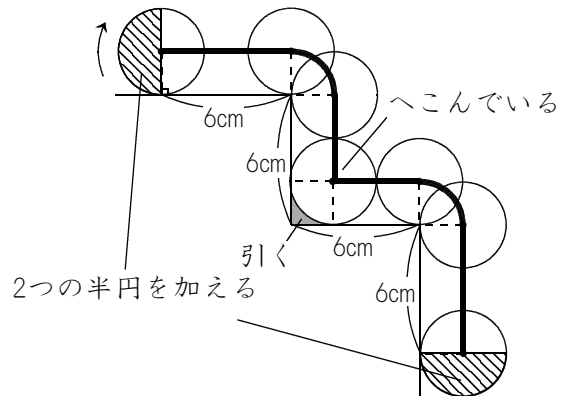
よって、「センターラインの公式」を利用できないこととなります。



しかし、「ぐるっと1周していない」場合は、はしにある2つの半円を加えることによって、「センターラインの公式」を利用することができます。

半円2つで円ですから、その面積は、 $2 \times 2 \times 3.14 = 12.56 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

また、「へこんでいる」場合は、右の図の色をついた部分を引くことによって、「センターラインの公式」を利用することができます。



色をついた部分の面積は、 $2 \times 2 - 2 \times 2 \times 3.14 \div 4 = 4 - 3.14 = 0.86 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

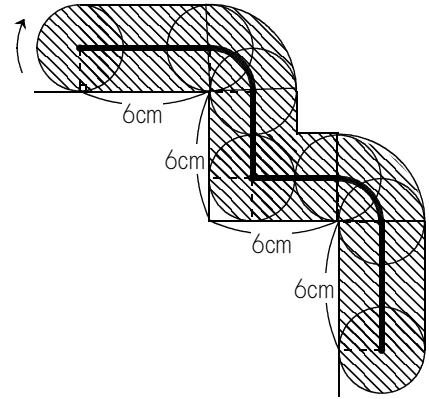
(1)の答えは 26.28cm ですから、中心が動いた長さ × 円の直径 = $26.28 \times 4 = 105.12 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

これに、斜線部分の面積である 12.56 cm^2 を加えて、色をついた部分の面積である 0.86 cm^2 を引けばよいのですから、 $105.12 + 12.56 - 0.86 = 116.82 \text{ (cm}^2\text{)}$ になります。

(次のページへ)

「センターラインの公式」ではなく、ふつうの解き方でも、求めることができます。

円が通った部分は、右の図の斜線部分です。



右の図のように記号をつけると、

◎ 2個は、 $4 \times 6 \times 2 = 48 \text{ (cm}^2\text{)}$,

● 7個は、 $2 \times 2 \times 7 = 28 \text{ (cm}^2\text{)}$,

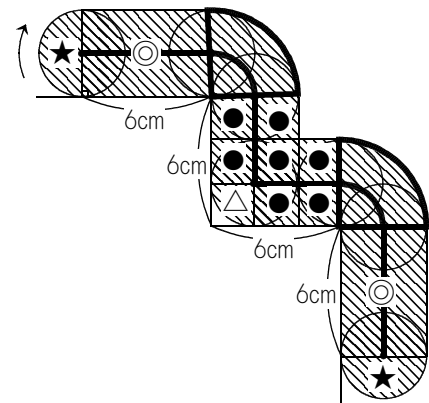
★ 2個は、 $2 \times 2 \times 3.14 \div 2 \times 2 = 4 \times 3.14 \text{ (cm}^2\text{)}$,

△ 1個は、 $2 \times 2 \times 3.14 \div 4 = 1 \times 3.14 \text{ (cm}^2\text{)}$,

太線の四分円 2個は、 $4 \times 4 \times 3.14 \div 4 \times 2 = 8 \times 3.14 \text{ (cm}^2\text{)}$ 。

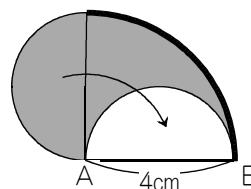
合計、

$$\begin{aligned}
 & 48 + 28 + 4 \times 3.14 + 1 \times 3.14 + 8 \times 3.14 \\
 = & 76 + (4 + 1 + 8) \times 3.14 \\
 = & 76 + 13 \times 3.14 \\
 = & 76 + 40.82 \\
 = & \mathbf{116.82 \text{ (cm}^2\text{)}}
 \end{aligned}$$



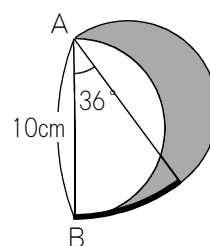
トレーニング 1

- (1)① 点Bは、右の図の太線のように、四分円の弧をえがきます。
 弧の長さは、半径×2×3.14÷4 = 4×2×3.14÷4 = **6.28**(cm)です。

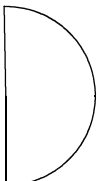
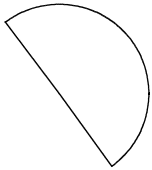


- ② 右の図のように、半円になっているかげの部分移動させると、
 かげの部分は、四分円になります。
 その面積は、半径×半径×3.14÷4 = 4×4×3.14÷4 = **12.56**(cm²)です。

- (2)① 点Bは、右の図の太線のように、半径が10cmで、中心角が36度の
 おうぎ形の弧をえがきます。

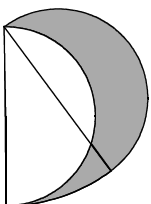
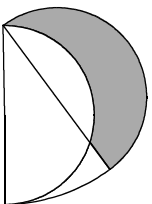
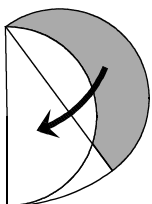


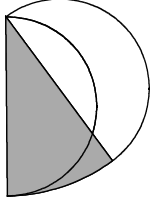
$\frac{36}{360} = \frac{1}{10}$ ですから、太線の長さは、 $10 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{10} = \mathbf{6.28}$ (cm)です。

- ② 半円を回転させても面積は変わりませんから、 と  は同じ面積です。

重ねて書いたときに、重なっていない部分である  と  は同じ面積

です。

よって、 の  の部分を  のように移動させると、

かげをつけた部分は  となり、おうぎ形の面積を求めればよいことになります。

$\frac{36}{360} = \frac{1}{10}$ ですから、おうぎ形の面積は、 $10 \times 10 \times 3.14 \times \frac{1}{10} = \mathbf{31.4}$ (cm²)です。

トレーニング 2

(1) 右の図のような折れ線にそって円がころがっていくと、

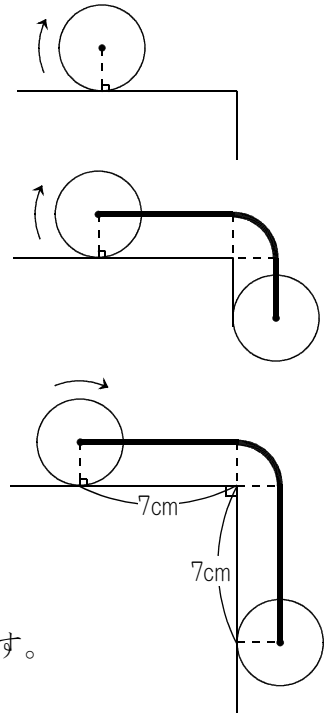
円の中心は、かどで弧をえがくようにまわっていきます。

よってこの問題では、中心Oは右の図の太線のように動きます。

直線部分は、 $7 \times 2 = 14$ (cm)です。

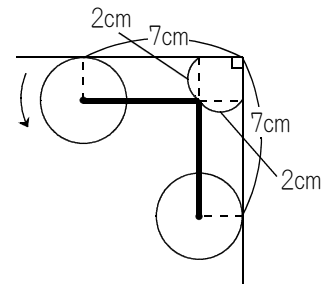
曲線部分は四分円の弧になっていて、 $2 \times 2 \times 3.14 \div 4 = 3.14$ (cm)です。

合わせて、 $14 + 3.14 = 17.14$ (cm)です。



(2) 中心Oが動いた線は、曲線にならないことに注意しましょう。

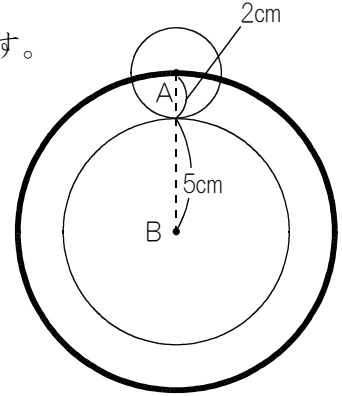
$7 - 2 = 5$ (cm) が2本あるので、 $5 \times 2 = 10$ (cm)です。



トレーニング 3

(1)① 円Aの中心が動いたあとには、右の図の太線のような円ができます。

円周は、半径 $\times 2 \times 3.14 = (5 + 2) \times 2 \times 3.14 = 43.96$ (cm) です。



② 円Aが動いたあとの図形は、右の図の斜線部分です。

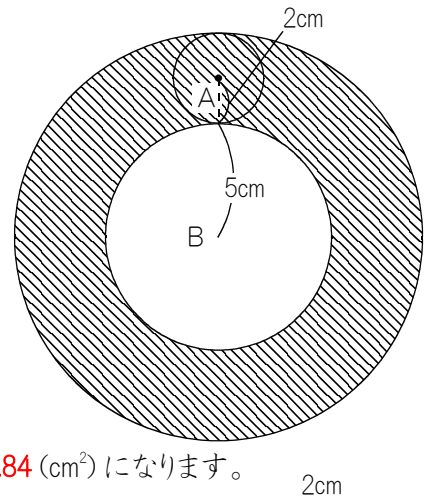
大きい円から小さい円を引くことによって、面積を求めることができます。

大きい円の半径は、 $5 + 2 \times 2 = 9$ (cm) です。

小さい円の半径は5 cmです。

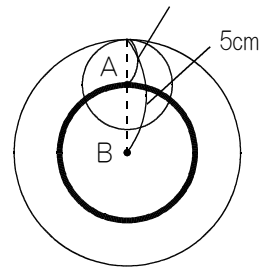
よって、斜線部分の面積は、

$9 \times 9 \times 3.14 - 5 \times 5 \times 3.14 = (81 - 25) \times 3.14 = 56 \times 3.14 = 175.84$ (cm²) になります。



(2)① 円Aの中心が動いたあとには、右の図の太線のような円ができます。

円周は、半径 $\times 2 \times 3.14 = (5 - 2) \times 2 \times 3.14 = 18.84$ (cm) です。



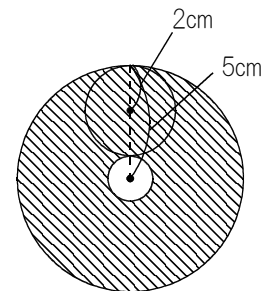
② 円Aが動いたあとの図形は、右の図の斜線部分です。

大きい円から小さい円を引くことによって、面積を求めることができます。

大きい円の半径は5cmで、小さい円の半径は、 $5 - 2 \times 2 = 1$ (cm) です。

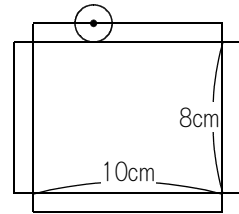
よって、斜線部分の面積は、

$5 \times 5 \times 3.14 - 1 \times 1 \times 3.14 = (25 - 1) \times 3.14 = 24 \times 3.14 = 75.36$ (cm²) になります。

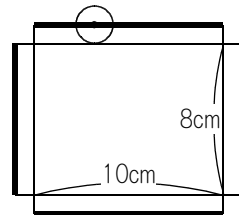


トレーニング 4 (1)

- ① 長方形のような、直線でかこまれた図形のまわりを円がころがっていくような問題の場合は、それぞれの辺を使って、円の中心を通るような長方形を書いていきます。

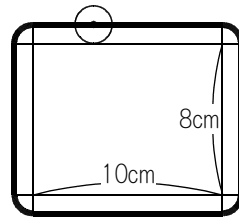


円の中心が通るのは、右の図の太線の部分と、



残りは四分円が4つなので、合わせて円周になります。

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{8 \times 2 + 10 \times 2}_{\text{直線}} + \underbrace{1 \times 2 \times 3.14}_{\text{円周}} \\
 &= 16 + 20 + 6.28 \\
 &= \mathbf{42.28} \text{ (cm)}
 \end{aligned}$$



- ② この問題のような、「ぐるっと1周している」、「へこんでいる部分がない」場合は、(1)の答えを利用した「センターラインの公式」で解きます。

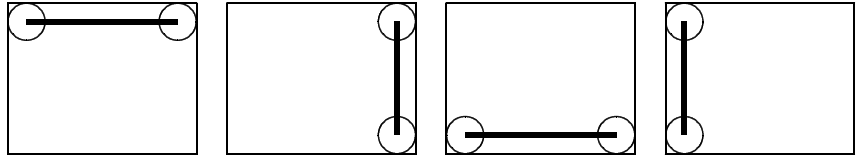
$$\text{円が通過した面積} = \text{中心が動いた長さ} \times \text{円の直径}$$

中心が動いた長さは、①で求めた通り 42.28 cm です。

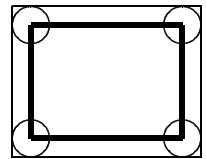
円の直径は、 $1 \times 2 = 2$ (cm) ですから、 $42.28 \times 2 = \mathbf{84.56}$ (cm²) になります。

トレーニング 4 (2)

- ① 円の中心Oは、右の図のように動いていきます。

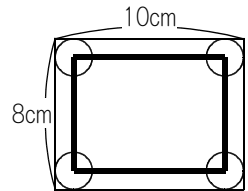


合わせると、右の図のような長方形をえがきます。



動いた部分の長方形のたての長さは、 $8 - 1 \times 2 = 6$ (cm) で、横の長さは、 $10 - 1 \times 2 = 8$ (cm) です。

よって、動いた部分の線の長さは、 $(6 + 8) \times 2 = 28$ (cm) です。



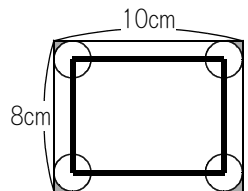
- ② 「ぐるっと1周している」、「へこんでいる部分がない」場合は、①の答えを利用して、


円が通過した面積 = 中心が動いた長さ × 円の直径

という方法で解くことができます。

この問題の場合は、「ぐるっと1周」はしていますが、「へこんでいる部分があります」。

「へこんでいる」場合は、右の図の4すみの、色のついた部分を引くことによって、「センターラインの公式」を利用することができます。



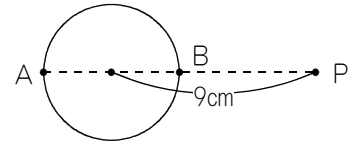
色のついた部分を4つ集めると  となり、その面積は、 $2 \times 2 - 1 \times 1 \times 3.14 = 0.86$ (cm²) です。

(1)の答えは28 cm ですから、中心が動いた長さ × 円の直径 = $28 \times 2 = 56$ (cm²) です。

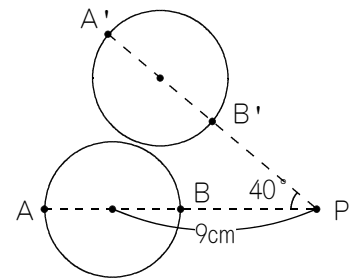
この面積から、色のついた部分の面積である0.86 cm²を引けばよいのですから、 $56 - 0.86 = 55.14$ (cm²) になります。

実戦演習 1

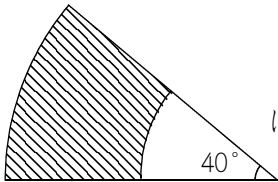
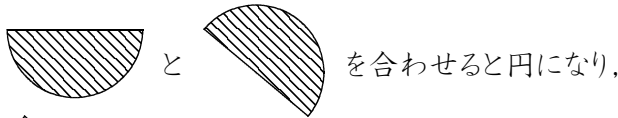
円において、点Pからもっとも遠い点は、右の図の点Aです。
また、もっとも近い点は、点Bです。



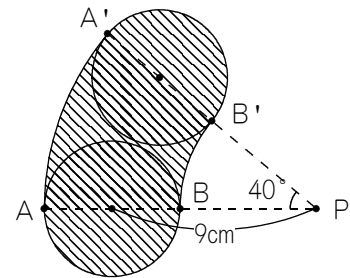
点Aは点A'まで、点Bは点B'まで回転します。



円が動いたあとの図形は、右の図の斜線部分になります。



は、「大きいおうぎ形 - 小さいおうぎ形」で求めることができます。



$\frac{40}{360} = \frac{1}{9}$ で、おうぎ形の半径は、大きい方が $9+3=12$ (cm), 小さい方が $9-3=6$ (cm)

ですから、

$$\begin{aligned}
 & 3 \times 3 \times 3.14 + 12 \times 12 \times 3.14 \times \frac{1}{9} - 6 \times 6 \times 3.14 \times \frac{1}{9} \\
 &= 9 \times 3.14 + 16 \times 3.14 - 4 \times 3.14 \\
 &= (9 + 16 - 4) \times 3.14 \\
 &= 21 \times 3.14 \\
 &= \mathbf{65.94} \text{ (cm}^2\text{)} \text{ になります。}
 \end{aligned}$$

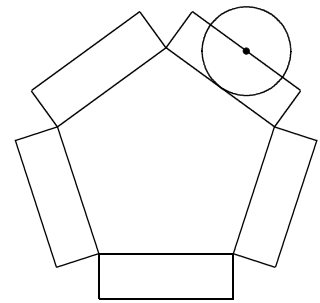
実戦演習 2

この問題のような、「ぐるっと1周している」、「へこんでいる部分がない」場合は、まず円の中心が動いた長さを求めて、

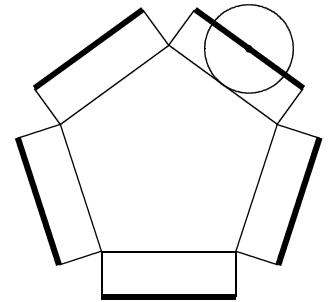
$$\text{円が通過した面積} = \text{中心が動いた長さ} \times \text{円の直径}$$


を利用して求めます。

正五角形のような、直線でかこまれた図形のまわりを円がころがっていくような問題の場合は、それぞれの辺を使って、円の中心を通るような長方形を書いていきます。



円の中心が通るのは、右の図の太線の部分と、



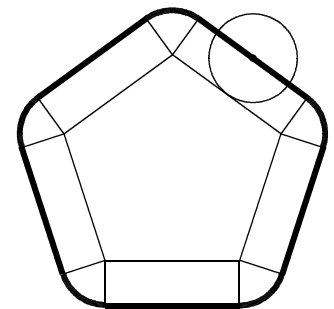
残りの部分は  となっていて、合わせて円周になります。

よって、円の中心が動いた長さは、

$$\underbrace{3 \times 5}_{\text{直線}} + \underbrace{1 \times 2 \times 3.14}_{\text{円周}}$$

$$= 15 + 6.28$$

$$= 21.28 \text{ (cm) となります。}$$



$$\text{円が通過した面積} = \text{中心が動いた長さ} \times \text{円の直径}$$

において、中心が動いた長さが、

21.28 cmで、円の直径は $1 \times 2 = 2 \text{ (cm)}$ ですから、円が通過した面積は、 $21.28 \times 2 = 42.56 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

(次のページへ)

円が通過した面積 = 中心が動いた長さ × 円の直径

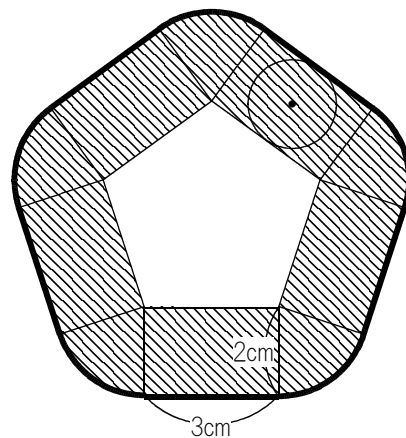
の公式を利用しなくても、答えを求める

ことができます。

円が通ったのは、右の図の斜線部分です。

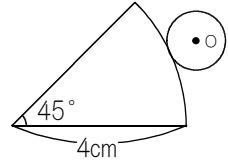
長方形が5個、おうぎ形が5個ありますが、おうぎ形5個を合わせると、半径が2cmの円になります。

よって斜線部分の面積は、
 $2 \times 3 \times 5 + 2 \times 2 \times 3.14$
 $= 30 + 12.56$
 $= 42.56 \text{ (cm}^2\text{)}$ になります。



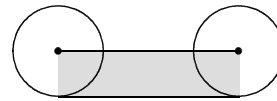
実戦演習 3

- (1) このような問題を解くときは、まず点Oが動いたあとの線を描くことが大切です。

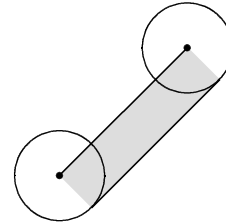


線を描くときに、次のことに注意しましょう。
(理由はともかく、何となくわかることが大切です。)

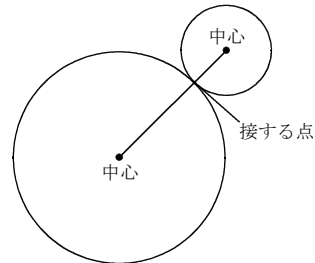
1. 直線上を円が動くとき、点Oが動いた部分を使って長方形ができる。



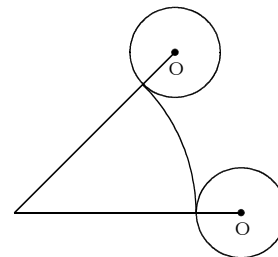
たとえ直線がななめになっても、長方形ができる。



2. 他の円の円周上を円が動くとき、他の円の中心と動く円の中心と、接する点の3つの点は一直線になる。



ということは、おうぎ形の弧の上を円が動くときも、円がおうぎ形のはじにきたときは、右の図のようにおうぎ形の中心・接する点・円の中心が、一直線になりますね。



(次のページへ)

これらのことから、右図のようなおうぎ形のまわりを
円が動くときは、

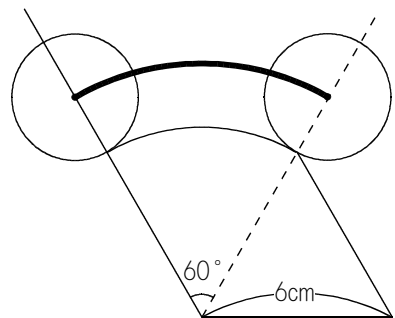
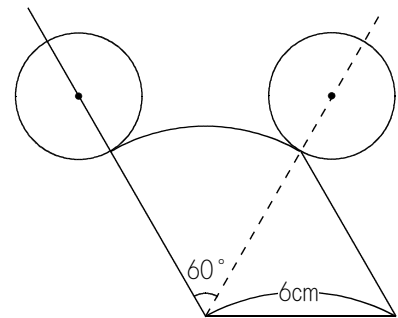
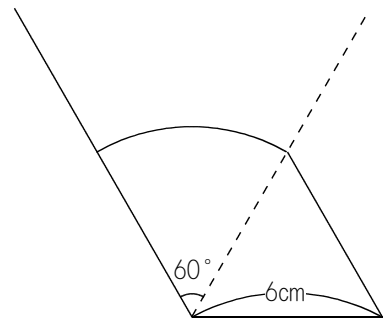
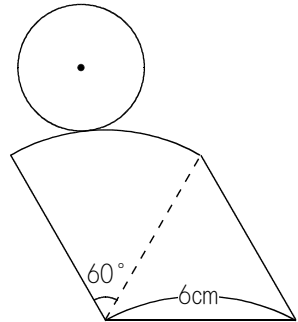
直線上を動いているとき … 長方形を作る
弧の上を動いているとき … 半径の線をのばす

このようにして、作図していきます。

まず、弧の上を動いているときは、右図のように半径を
のばし、

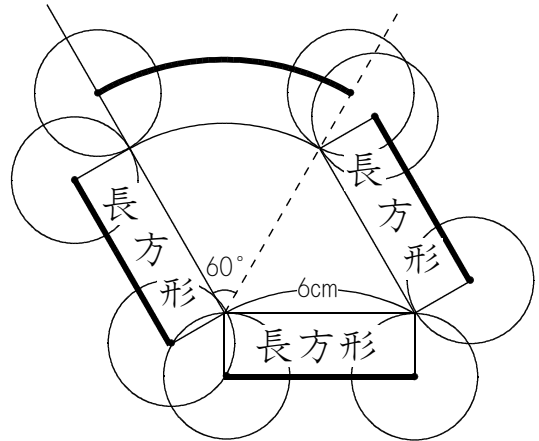
のばした線の上に円の中心がくるように、ぴったりくっつけて
円を描きます。

円の中心は、右図のように、半径が $6 + 2 = 8$ (cm) で、
中心角が 60 度のおうぎ形の弧を描きます。



(次のページへ)

直線上には長方形を作るように、円を描いていきます。

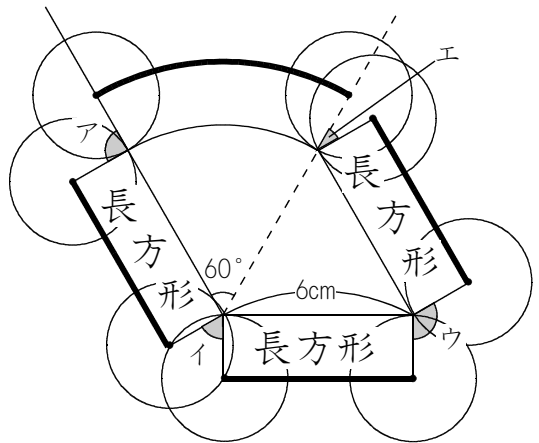


また、右図のアの角度は、一直線の180度から長方形の1つの角度である90度を引いた残りなので、 $180 - 90 = 90$ (度)です。

イは、 $360 - (60 \times 2 + 90 \times 2) = 60$ (度)です。

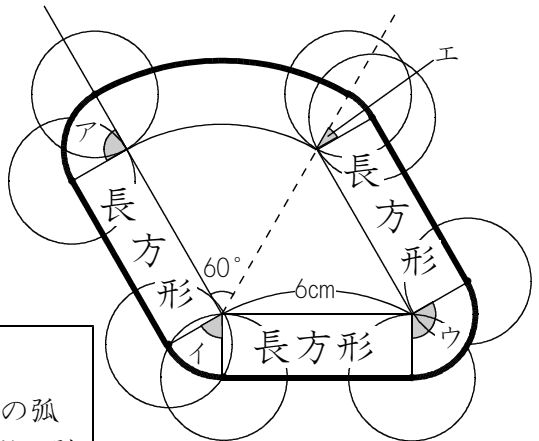
ウは、 $360 - (60 + 90 \times 2) = 120$ (度)です。

エは、 $180 - (60 + 90) = 30$ (度)です。



以上のことから、円の中心Oが動いたあとの線は、右の図のようになります。

線の長さは、以下のように整理できます。



直線部分… 6 cmが3本

曲線部分…半径が8 cmで中心角が60度のおうぎ形の弧

曲線部分…半径が2 cmで中心角がア～エのおうぎ形の弧

半径が2 cmのおうぎ形の弧は、中心角をすべて合わせると、 $90 + 60 + 120 + 30 = 300$ (度)です。

$\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$, $\frac{300}{360} = \frac{5}{6}$ ですから、

(次のページへ)

$$\begin{aligned} & 6 \times 3 + 8 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{6} + 2 \times 2 \times 3.14 \times \frac{5}{6} \\ &= 18 + \frac{8}{3} \times 3.14 + \frac{10}{3} \times 3.14 \\ &= 18 + \left(\frac{8}{3} + \frac{10}{3} \right) \times 3.14 \\ &= 18 + 6 \times 3.14 \\ &= 18 + 18.84 \\ &= \mathbf{36.84} \text{ (cm)} \end{aligned}$$

- (2) この問題のような、「ぐるっと1周している」、「へこんでいる部分がない」場合は、(1)の答えを利用した「センターラインの公式」で解きます。

円が通過した面積 = 中心が動いた長さ × 円の直径

中心が動いた長さは、(1)で求めた通り 36.84 cm です。

円の直径は、 $2 \times 2 = 4$ (cm) ですから、 $36.84 \times 4 = \mathbf{147.36}$ (cm²) になります。

実戦演習 4

(1) 右の図の太線の長さを求める問題です。

直線部分のうち、アとイは20 cmです。

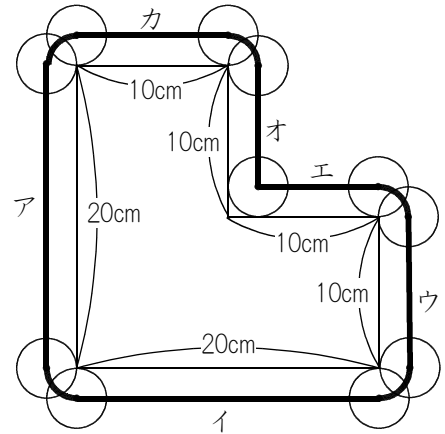
ウとカは10 cmです。

エとオは、 $10 - 2 = 8$ (cm)です。

よって直線部分の合計は、 $20 \times 2 + 10 \times 2 + 8 \times 2 = 76$ (cm)です。

曲線部分は、四分円の弧が全部で5個ありますから、 $2 \times 2 \times 3.14 \div 4 \times 5 = 15.7$ (cm)です。

直線部分と曲線部分合わせて、 $76 + 15.7 = 91.7$ (cm)になります。



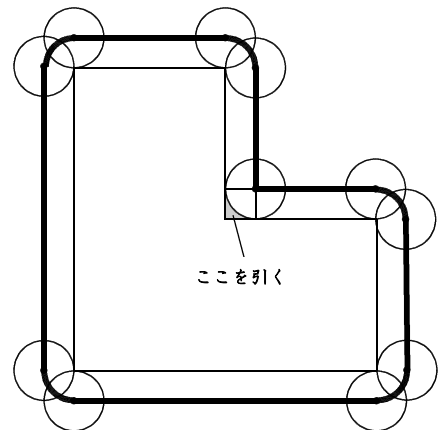
(2) 「ぐるっと1周している」、「へこんでいる部分がない」場合は、(1)の答えを利用して、

円が通過した面積 = 中心が動いた長さ × 円の直径

という方法で解くことができます。

この問題の場合は、「ぐるっと1周」はしていますが、「へこんでいる部分があります」。

「へこんでいる」場合は、右の図の色をついた部分を引くことによって、「センターラインの公式」を利用することができます。



(1)の答えは91.7 cm ですから、中心が動いた長さ × 円の直径 = $91.7 \times 4 = 366.8$ (cm²) です。

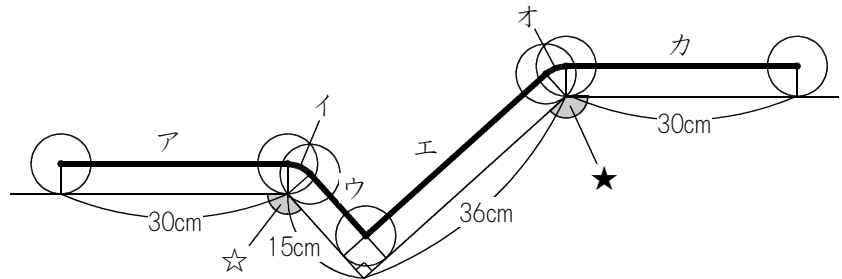
色をついた部分の面積は、 $2 \times 2 - 2 \times 2 \times 3.14 \div 4 = 0.86$ (cm²) です。

よって円が動いたあとの図形の面積は、 $366.8 - 0.86 = 365.94$ (cm²) になります。

実戦演習 5 (1)

円の中心は、右の図の太線のように動きます。

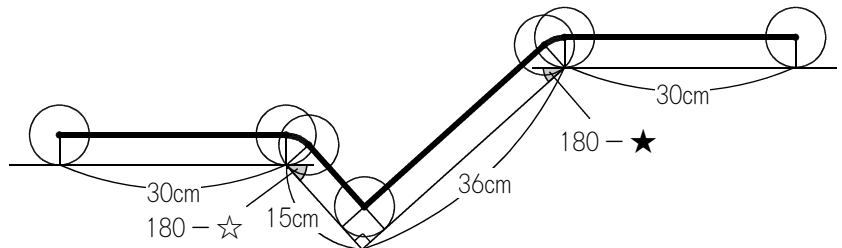
直線部分は、
アとカは 30 cm。
ウは、 $15 - 4 = 11$ (cm)。
エは、 $36 - 4 = 32$ (cm)。



直線部分の合計は、 $30 \times 2 + 11 + 32 = 103$ (cm)です。

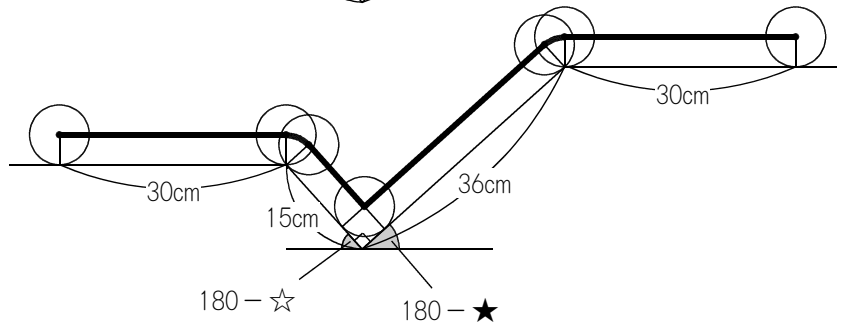
曲線部分はおうぎ形の弧で、図のかげをつけた角度を☆と★にすると、
イの中心角は $360 - 90 \times 2 - ☆ = 180 - ☆$ ，
オの中心角は $360 - 90 \times 2 - ★ = 180 - ★$ です。

右の図のかげをつけた角度が、 $(180 - ☆)$ と、 $(180 - ★)$ を表しています。



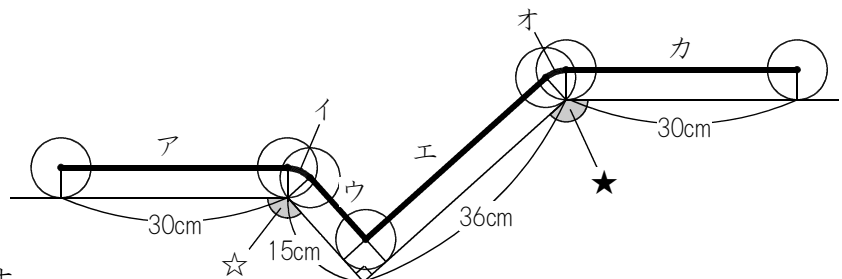
平行なので、右の図のかげをつけた角度も、 $(180 - ☆)$ と、 $(180 - ★)$ を表しています。

その合計は、一直線から直角を引いた角度なので、 $180 - 90 = 90$ (度)です。



よって、イとオの中心角の和は 90 度になります。

半径は 4 cm なので、曲線部分の和は、
 $4 \times 2 \times 3.14 \div 4 = 6.28$ (cm)です。



直線部分の和は 103 cm で、曲線部分の和は 6.28 cm ですから、円の中心が動いた長さは、
 $103 + 6.28 = 109.28$ (cm)です。

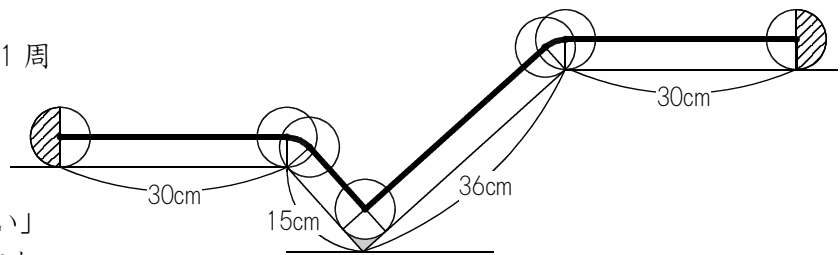
実戦演習 5 (2)

「ぐるっと1周している」、「へこんでいる部分がない」場合は、(1)の答えを利用して、

円が通過した面積 = 中心が動いた長さ × 円の直径

という方法で解くことができます。

この問題の場合は、「ぐるっと1周していない」し、「へこんでいる部分があります」。



しかし、「ぐるっと1周していない」場合は、はしにある2つの半円を加えることによって、「センターラインの公式」を利用することができます。

半円2つで円ですから、その面積は、 $4 \times 4 \times 3.14 = 50.24 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

また、「へこんでいる」場合は、上の図の色のついた部分を引くことによって、「センターラインの公式」を利用することができます。

色のついた部分の面積は、 $4 \times 4 - 4 \times 4 \times 3.14 \div 4 = 16 - 12.56 = 3.44 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

(1)の答えは 109.28cm ですから、中心が動いた長さ × 円の直径 = $109.28 \times 8 = 874.24 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

これに、斜線部分の面積である 50.24 cm^2 を加えて、色のついた部分の面積である 3.44 cm^2 を引けばよいのですから、 $874.24 + 50.24 - 3.44 = 921.04 \text{ (cm}^2\text{)}$ になります。