最難関問題集5年上第9回・くわしい解説

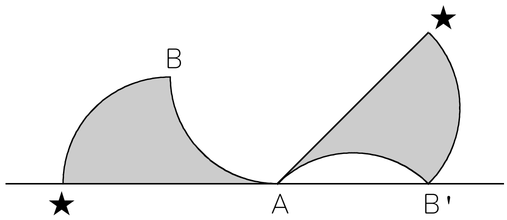
目　次

すぐる学習会
https://www.suguru.jp

応用問題A $\boxed{1}$

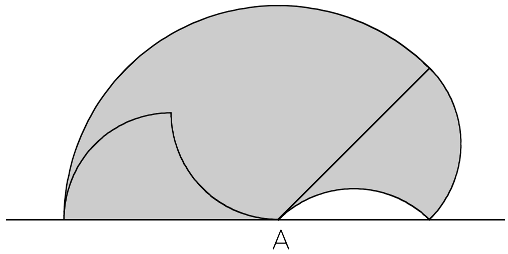
$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「遠近法」を利用して解きましょう。

かげをつけた図形は，点Aを中心として，右の図のように回転します。

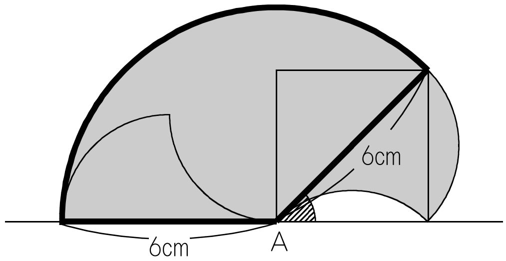


回転の中心である点Aからもっとも遠い点は，右の図の★です。もっとも近い点は，点Aです。

よって，かげをつけた図形が動いたあとの図形は，右の図のようになります。



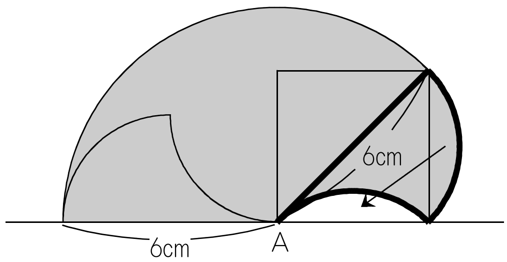
右の図のように正方形を作ると，斜線の角度は，
90÷2＝45（度）であることがわかります。
太線でかこまれたおうぎ形の中心角は，
180－45＝135（度）です。



$\dfrac{135}{360}=\dfrac{3}{8}$ ですから，太線でかこまれたおうぎ形の面積は，$6\times6\times3.14\times\dfrac{3}{8}=42.39$（$cm^2$）です。

また，右の図の太線でかこまれた図形の面積は，矢印のように移動させることによって，正方形の半分の面積であることがわかります。

正方形の面積は，6×6÷2＝18（cm^2）で，その半分ですから，18÷2＝9（cm^2）です。



よって答えは，42.39＋9＝51.39（cm^2）です。

応用問題A $\boxed{2}$

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　「センターラインの公式」を利用するのが最適です。

この問題は，「センターラインの公式」を利用すると簡単に解くことができます。

「センターラインの公式」は，

$\boxed{\text{円が通過した面積＝中心が動いた長さ×円の直径}}$ ですが，この問題では，円の中心は，秒速 5 cmで 10 秒間進んだのですから，「中心が動いた長さ」は，5×10＝50(cm)です。

また，円の直径は 8 cmですから，中心が動いた長さ×円の直径＝ 50×8＝ 400 (cm^2) です。

しかし，答えは 400 cm^2 ではありません。なぜなら，「センターラインの公式」を利用するためには，「ぐるっと 1 周している」ことと，「へこんでいる部分がない」のが条件です。

この問題の場合は，「ぐるっと 1 周していない」し，「へこんでいる部分があります」。

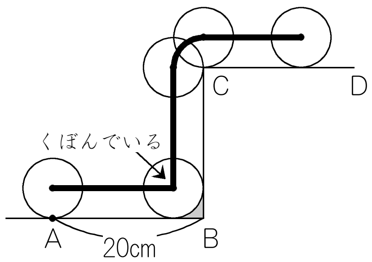
しかし，「ぐるっと 1 周していない」場合は，はしにある 2 つの半円を加えることによって，「センターラインの公式」を利用することができます。

半円 2 つで円で，直径は 8 cmですから，半径は 4 cmです。

この円の面積は，4×4×3.14＝ 50.24 (cm^2) です。

また，ABの長さは20cmで，円の中心が動いた長さは50cmですから，へこんでいる部分を確実に通過しています。

「へこんでいる」場合は，右の図の色のついた部分を引くことによって，「センターラインの公式」を利用することができます。



色のついた部分の面積は，4×4－4×4×3.14÷4＝ 16－12.56＝ 3.44 (cm^2) です。

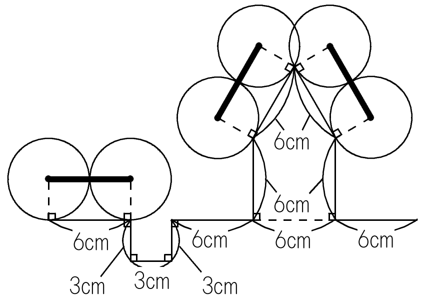
「センターラインの公式」をそのまま利用すると 400 cm^2 でしたが，半円 2 つの面積である 50.24 cm^2を加えて，色のついた部分である 3.44 cm^2 を引くことによって答えを求めることができますから，答えは，400＋50.24－3.44＝ 446.8 (cm^2)です。

応用問題A 3

ワンポイント　6 cm，3 cm，おうぎ形の弧に分けて求めます。

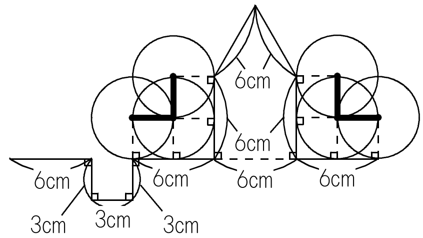
円の中心が動いた線のうち，6 cmなのは右の図の３本です。

３本合わせて，6×3＝ 18（cm)です。…（ア）

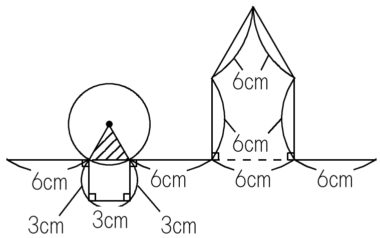


3 cmなのは右の図の４本です。

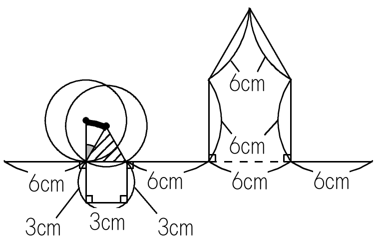
４本合わせて，3×4＝ 12（cm)です。…（イ）

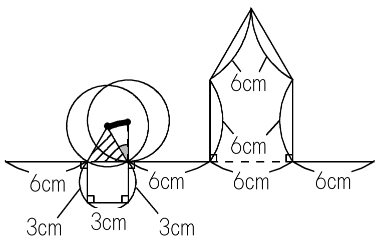


円が穴にハマッたとき，円の半径は３cmですから，右の図の斜線部分は正三角形になります。



よって，右の図のかげをつけた２つの角度はどちらも，90－60＝ 30（度)です。

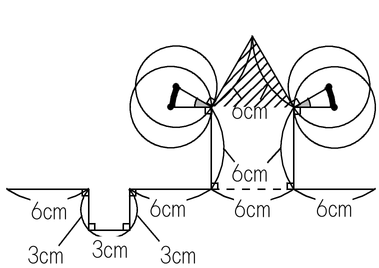




合わせて，30×2＝ 60（度）です。…（ウ）

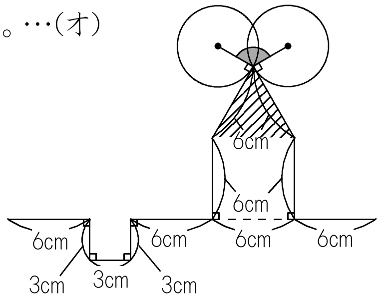
右の図の斜線部分も正三角形ですから，かげをつけた２つの角度はどちらも，360－90×3－60＝ 30（度)です。

合わせて，30×2＝60(度)です。…（エ）



（次のページへ）

右の図のかげをつけた角度は，360－(90×2＋60)＝ 120(度)です。…(オ)



(ウ)，(エ)，(オ)合わせて，60＋60＋120＝ 240(度)です。

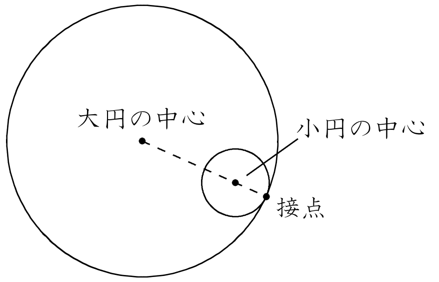
$\frac{240}{360}=\frac{2}{3}$ ですから，おうぎ形の弧の長さの合計は，$3\times2\times3.14\times\frac{2}{3}=12.56$(cm)です。

(ア)は 18 cm，(イ)は 12 cm，おうぎ形の弧の長さの合計は 12.56 cmですから，円の中心が動いた長さは，18＋12＋12.56＝ 42.56(cm) です。

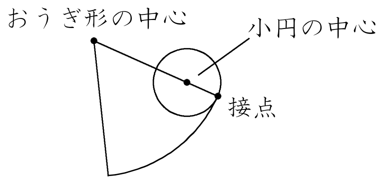
応用問題A 4

ワンポイント 「センターラインの公式」を利用しない方が簡単そうです。

右の図のように大円と小円が接しているとき，「大円の中心」と，「小円の中心」と，「大円と小円の接点」は，一直線に並びます。



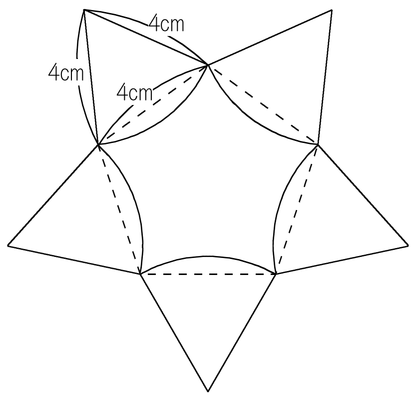
大円がおうぎ形であったとしても，同じように「おうぎ形の中心」と，「小円の中心」と，「大円と小円の接点」は，一直線に並びます。



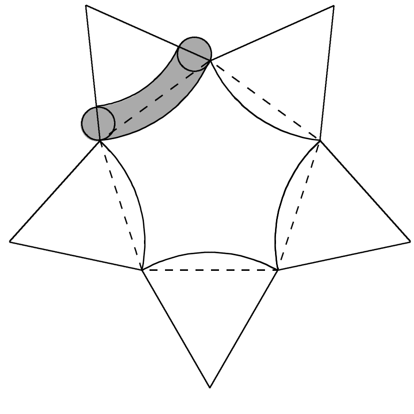
この問題では，右の図のように，5個のおうぎ形を書くことができます。

おうぎ形の半径は4cmです。

右の図のように正三角形ができているので，中心角は60度です。

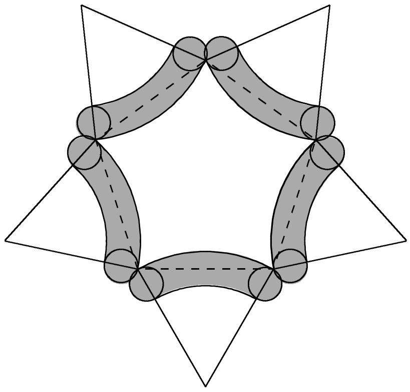


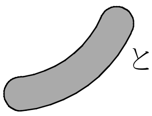
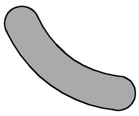
円がころがっていくと，右の図のかげをつけた部分のように円が動いていきます。

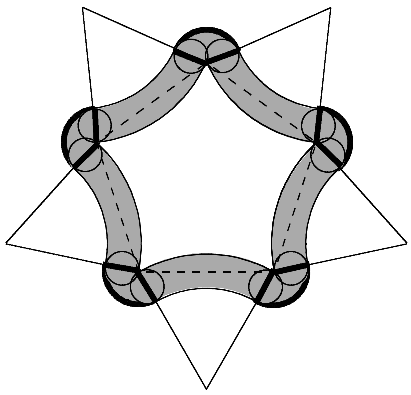


（次のページへ）

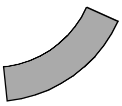
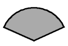
同じことをくり返し，



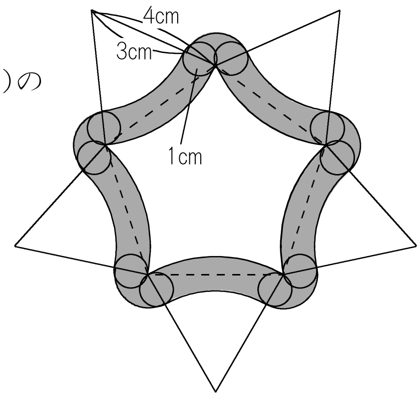
さらに，とのあいだなどに，右の図の

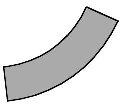


太線のようなおうぎ形が５つできます。

結局，が５つとが５つで，円が動いたあとの

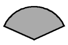
図形のでき上がりです。

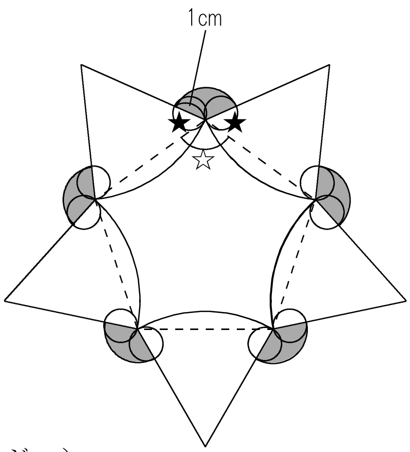


は，半径が４cmのおうぎ形から，半径が４－１＝３(cm)の

おうぎ形を引いた残りです。

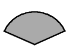
中心角は60度ですから，５つの合計で，60×５＝300(度)です。

は，半径が１cmのおうぎ形です。



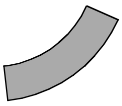
ところで，正N角形の内角の和は，180×(N－2)で求められますから，正五角形の内角の和は，180×(5－2)＝540(度)です。

よって，正五角形の１つの内角は，540÷5＝108(度)です。

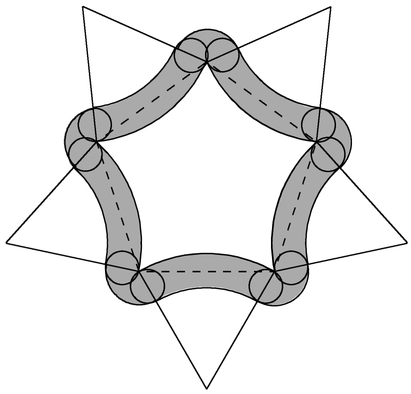
右の図の☆が108度で，★は60度ですから，の中心角は，360－(★＋★＋☆)＝360－(60＋60＋108)＝132(度)です。

５つぶんで，132×5＝660(度)です。

(次のページへ)


5つ…半径4cmのおうぎ形から，半径3cmのおうぎ形を引いたもの。中心角は300度。


5つ…半径1cmのおうぎ形。中心角は660度。



$\frac{300}{360}=\frac{5}{6}$ で，$\frac{660}{360}=\frac{11}{6}$ ですから，円の動いたあとの図形の面積は，

$(4\times4-3\times3)\times3.14\times\frac{5}{6}+1\times1\times3.14\times\frac{11}{6}$

$=\frac{35}{6}\times3.14+\frac{11}{6}\times3.14$

$=\frac{23}{3}\times3.14$

$=\frac{23\times3.14}{3}$

$=\frac{72.22}{3}$

$=72.22\div3$

$=24.07\cdots$ となりますから，小数第2位を四捨五入して，24.1 cm^2 です。

応用問題B $\boxed{1}$ (1)

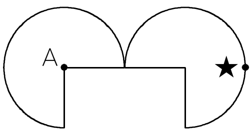
$\boxed{\text{ワンポイント}}$　(1)だけだったら，応用問題ではなく基本問題です。

$\frac{270}{360}=\frac{3}{4}$ ですから，半径2cmで中心角270度のおうぎ形2つぶんの面積は，

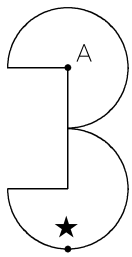
$2\times2\times3.14\times\frac{3}{4}\times2=6\times3.14=$ 18.84 (cm²)です。

応用問題B $\boxed{1}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　Aからもっとも遠い点と，もっとも近い点を見つけて「遠近法」で解きましょう。



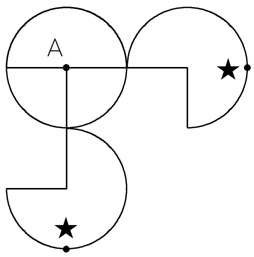
を，点Aを中心にして時計まわりに90度回転させると，



となります。

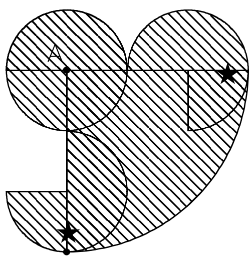
点Aからもっとも遠い点は，上の図の点★で，点Aから2＋2＋2＝6(cm)はなれています。
もっとも近い点は，点Aそのものです。

回転させる前と回転したあとの図を重ねて書くと



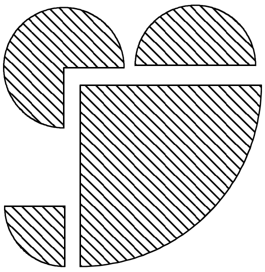
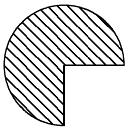
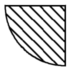
となり，点★が動いた線も

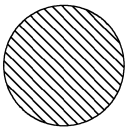
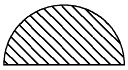
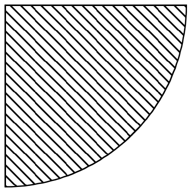
書いて，通過した部分を斜線にすると，



となります。

(次のページへ)

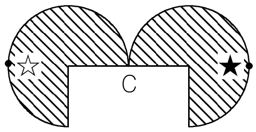
のように分けて，とをくっつけて円にすると，

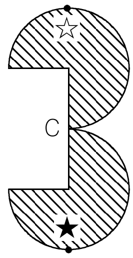
＋＋

＝2×2×3.14＋2×2×3.14÷2＋6×6×3.14÷4
＝4×3.14＋2×3.14＋9×3.14
＝(4＋2＋9)×3.14
＝15×3.14
＝47.1(cm²)

応用問題B $\boxed{1}$ (3)

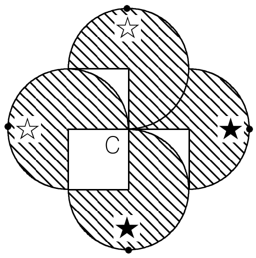
$\boxed{\text{ワンポイント}}$　Cからもっとも遠い点と，もっとも近い点を見つけて「遠近法」で解きましょう。



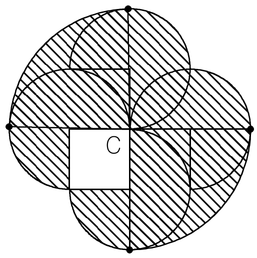
を，点Aを中心にして時計まわりに 90 度回転させると，


となります。

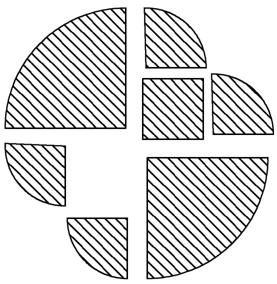
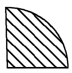
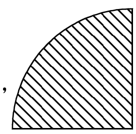
点Cからもっとも遠い点は，上の図の点★と点☆で，点Cから 2＋2＝ 4 (cm) はなれています。
もっとも近い点は，点Cそのものです。

回転させる前と回転したあとの図を重ねて書くと


となり，点★と点☆が動いた

線も書いて，通過した部分を斜線にすると，


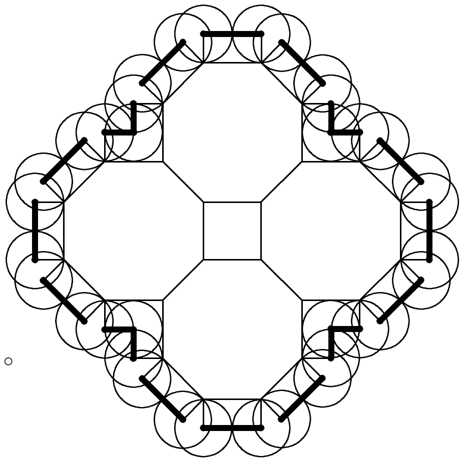
となります。


のように分けて，

4 つで半径 2 cmの円，

2 つで半径 4 cmの半円にすると，ほかに 1 辺 2 cmの正方形もあるので，

　2 × 2 × 3.14 ＋ 4 × 4 × 3.14 ÷ 2 ＋ 2 × 2
＝ 4 × 3.14 ＋ 8 × 3.14 ＋ 4
＝ (4 ＋ 8) × 3.14 ＋ 4
＝ 12 × 3.14 ＋ 4
＝ 41.68 (cm^2)

応用問題B $\boxed{2}$ (1)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　直線部分と，弧の部分に分けましょう。

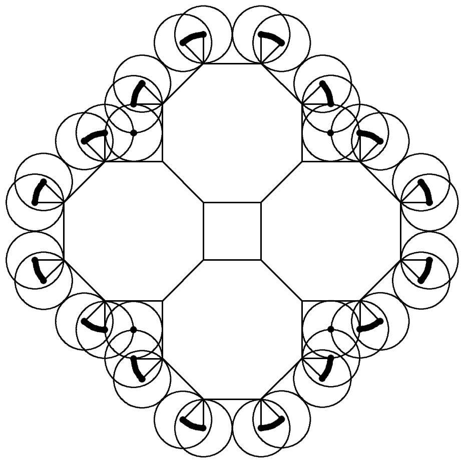


円の中心が動いたあとの線のうち，直線になっているのは右の図の太線部分です。

━━ 1本は6cmで，全部で12本あります。

━ 1本は3cmで，全部で8本あります。

よって直線部分の長さの合計は，6×12＋3×8＝96(cm)です。



円の中心が動いたあとの線のうち，弧になっているのは右の図の太線部分です。全部で16本あります。

ところで，正N角形の内角の和は，180×(N－2)で求められますから，正八角形の内角の和は，180×(8－2)＝1080(度)です。

よって，正八角形の1つの内角は，1080÷8＝135(度)です。

1本の弧の中心角は，360－(90＋90＋135)＝45(度)です。

16本ぶんで，45×16＝720(度)です。

720÷360＝2ですから，円周2つぶんなので，3×2×3.14×2＝37.68(cm)です。

直線部分の合計は96cm，弧の長さの合計は37.68cmですから，全部で，96＋37.68＝133.68(cm)です。

応用問題B $\boxed{2}$ (2)

$\boxed{\text{ワンポイント}}$　センターラインの公式を利用しましょう。

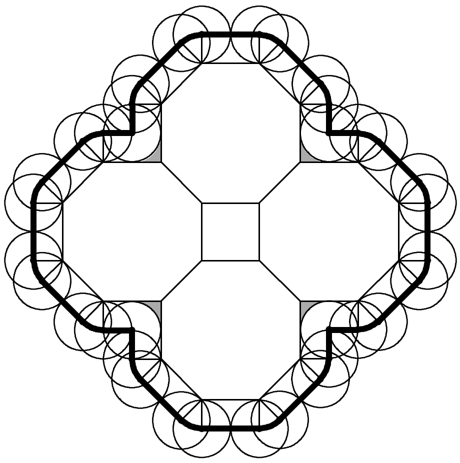
この問題は，「センターラインの公式」を利用すると簡単に解くことができます。

「センターラインの公式」とは，

$\boxed{\text{円が通過した面積＝中心が動いた長さ×円の直径}}$　です。

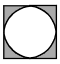
この問題では，円の中心が動いた長さは，(1)で求めた通り133.68 cmで，円の直径は6 cmですから，円が通過した面積は，133.68×6＝ 802.08 (cm²) と求められます。

しかし，これが答えではありません。なぜなら，センターラインの公式を利用するためには，「ぐるっと1周している」，「へこんでいる部分がない」という条件が必要ですが，この問題の場合は，「へこんでいる部分」があるので，802.08 (cm²) を答えにはできません。



「へこんでいる部分」がある場合は，右の図のかげをつけた部分の面積を引くことによって，答えを求めることができます。

かげをつけた部分は4つあって，その4つを集めると

という，正方形から円を引いた形になりますから，

6×6－3×3×3.14＝ 7.74 (cm²)です。

よって答えは，802.08－7.74＝ 794.34 (cm²)です。