

シリーズ6年上第12回・くわしい解説

目次

重要問題チェック	1	…p.2
重要問題チェック	2	…p.3
重要問題チェック	3	…p.4
重要問題チェック	4	…p.5
重要問題チェック	5	…p.6
重要問題チェック	6	…p.8
重要問題チェック	7	…p.9
重要問題チェック	8	…p.10
重要問題チェック	9	…p.11
重要問題チェック	10	…p.12
重要問題チェック	11	…p.13
重要問題チェック	12	…p.14
重要問題チェック	13	…p.16
重要問題チェック	14	…p.17
重要問題チェック	15	…p.18
重要問題チェック	16	…p.19
ステップアップ演習	1	…p.25
ステップアップ演習	2	…p.29
ステップアップ演習	3	…p.32
ステップアップ演習	4	…p.33

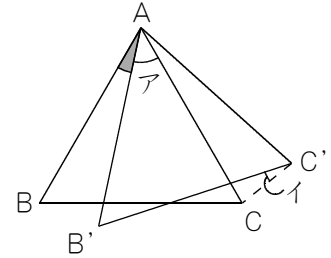
すぐる学習会

<https://www.suguru.jp>

重要問題チェック 1

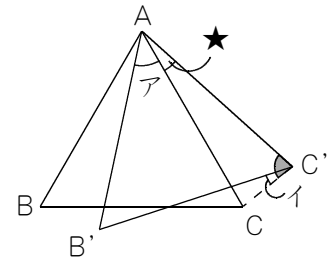
正三角形を、18度回転したのですから、正三角形のどの辺も18度回転しています。

辺ABも18度回転したのですから、右の図のかげをつけた角も18度です。



正三角形の1つの内角は60度ですから、アは、 $60 - 18 = 42$ (度)です。

また、辺ACも18度回転したのですから、右の図の★の角度も18度です。



ACとA'C'は回転させただけなので同じ長さです。

よって三角形ACC'は二等辺三角形になり、右の図のかげをつけた角度は、 $(180 - \star) \div 2 = (180 - 18) \div 2 = 81$ (度)です。

正三角形の1つの内角は60度ですから、イは、 $81 - 60 = 21$ (度)です。

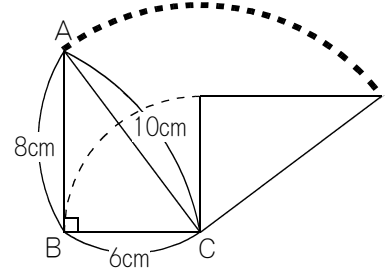
重要問題チェック 2

- (1) 三角形ABCがCを中心に90度回転したのですから、Aも、Cを中心に90度回転しています。

CAは10cmですから、Aは、半径が10cmで中心角が90度の弧を描きます。

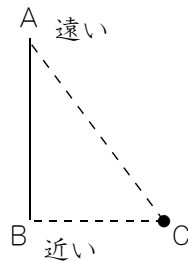
よってAが動いた長さは、

$$10 \times 2 \times 3.14 \times \frac{90}{360} = 5 \times 3.14 = 15.7 \text{ (cm) です。}$$

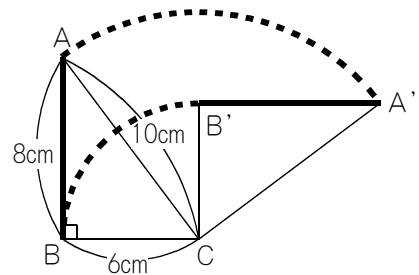


- (2) すぐるでは「遠近法」と呼んでいる解き方で。

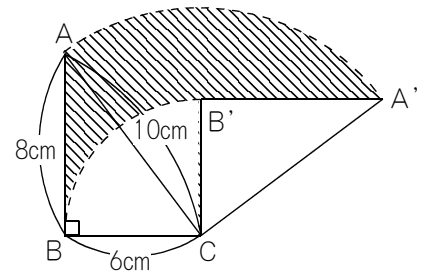
辺ABの中で、Cから最も遠い点はAで、Cから最も近い点はBです。



最も遠い点であるAが動いた線と、最も近い点であるBが動いた線と、ABと、ABが回転した線とで囲まれた部分をしゃ線にすると、



右の図のようになります。

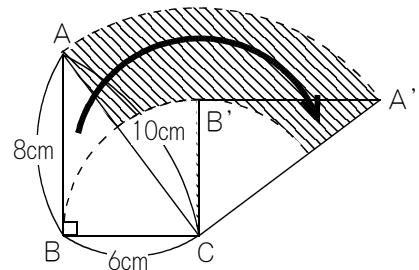


しゃ線部分を右の図のように移動させると、しゃ線部分は「大おうぎ形-小おうぎ形」になります。

大おうぎ形も小おうぎ形も中心角は90度ですから、両方とも四分円です。

大おうぎ形の半径は10cmで、小おうぎ形の半径は6cmですから、しゃ線部分の面積は、

$$10 \times 10 \times 3.14 \div 4 - 6 \times 6 \times 3.14 \div 4 = (10 \times 10 - 6 \times 6) \times 3.14 \div 4 = 16 \times 3.14 = 50.24 \text{ (cm}^2\text{)}。$$



重要問題チェック 3

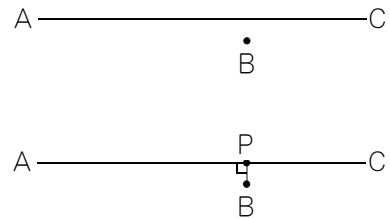
- (1) BCは半径3cmの円を描きますから、面積は、 $3 \times 3 \times 3.14 = 28.26$ (cm²)です。
 (2) すぐるでは「遠近法」と呼んでいる解き方で。

辺ACの中で、Bから最も遠い点はAです。

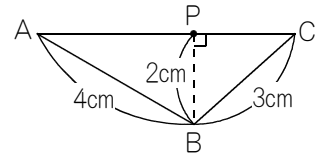
辺ACの中で、Bから最も近い点はCではありません。

もし、右の図のようにACが長い辺のとき、
 Bから最も近い点はCではありませんね。

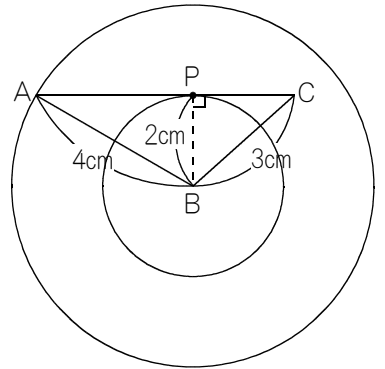
Bから最も近い点は、右の図の点Pになります。



同じように考えて、この問題の場合は、Bから最も近い点は右の図の点Pになります。

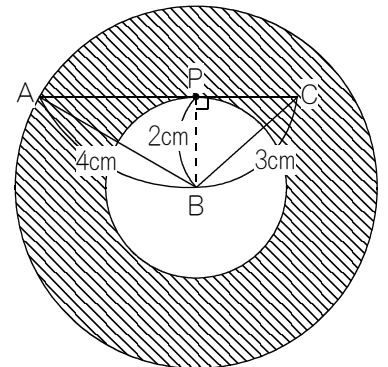


Bから最も遠い点であるAと、
 Bから最も近い点であるPは、Bを中心にして
 右の図のような円を描きますから、



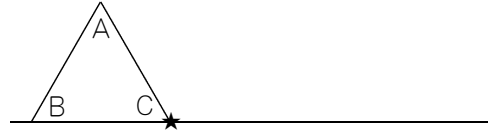
辺ACが通った部分は、右の図のシャ線部分のようになります。

大円の半径は4cm、小円の半径は2cmですから、
 シャ線部分の面積は、
 $4 \times 4 \times 3.14 - 2 \times 2 \times 3.14$
 $= (4 \times 4 - 2 \times 2) \times 3.14$
 $= 12 \times 3.14$
 $= 37.68$ (cm²)です。

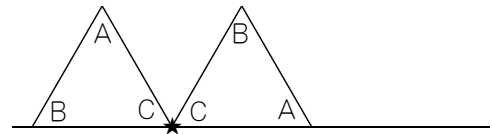


重要問題チェック 4

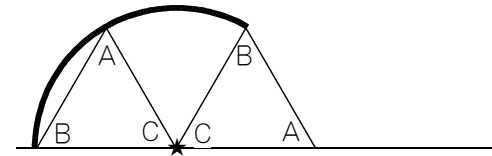
三角形ABCは、まず、右の図の★を中心にして、



右の図のようにころがります。



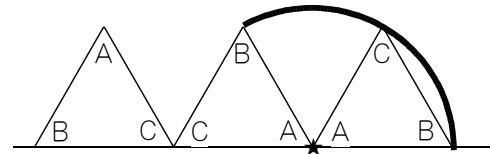
点Bは右の図のように、弧を描くように動きます。



弧の半径は6cmで、中心角は $180 - 60 = 120$ (度)ですから、動いた線の長さは、

$$6 \times 2 \times 3.14 \times \frac{120}{360} = 4 \times 3.14 \text{ (cm) です。}$$

次にまた、右の図の★を中心にして、同じようにころがります。



点Bが動いた線の長さは、やはり 4×3.14 (cm)です。

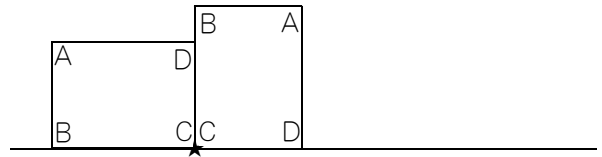
点Bが動いた線の長さは合わせて、 $4 \times 3.14 \times 2 = 8 \times 3.14 = 25.12$ (cm)です。

重要問題チェック 5 (1)

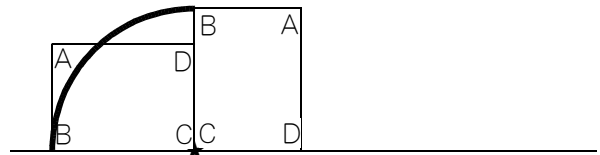
長方形A B C Dは、まず、右の図の★を中心にして、



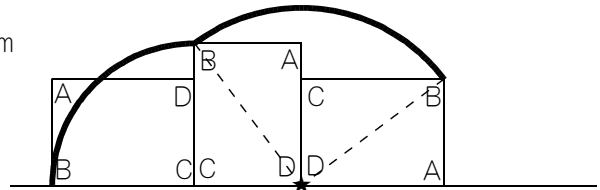
右の図のようにころがります。



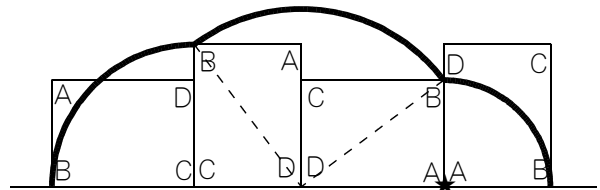
点Bは右の図のように、半径8cmの四分円の弧を描くように動きます。



次に、右の図の★を中心にして、半径10cmの四分円の弧を描くようにころがります。



次に、右の図の★を中心にして、半径6cmの四分円の弧を描くようにころがります。



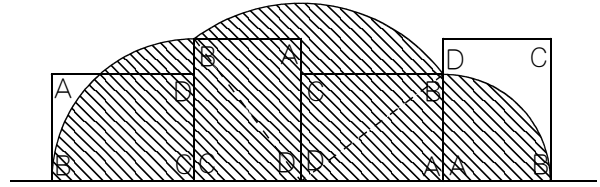
点Bが動いたあとの線は、半径8cm、10cm、6cmの四分円の弧の長さの合計になりますから、

$$\begin{aligned}
 & 8 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4} + 10 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4} + 6 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4} \\
 &= (8 + 10 + 6) \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4} \\
 &= 12 \times 3.14 \\
 &= \mathbf{37.68} \text{ (cm) です。}
 \end{aligned}$$

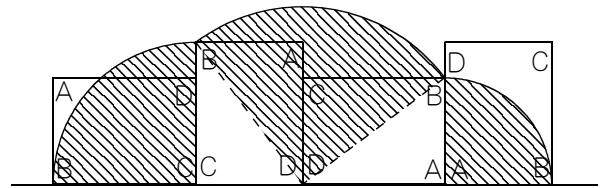
注意 弧の長さではなく、面積を求める式にしてしまうミスが多いので注意しましょう。

重要問題チェック 5 (2)

右の図のしゃ線部分の面積を求める問題です。



3個の四分円の面積だけでは、右の図のしゃ線部分のようになってしまい、三角形2個ぶんが足りません。



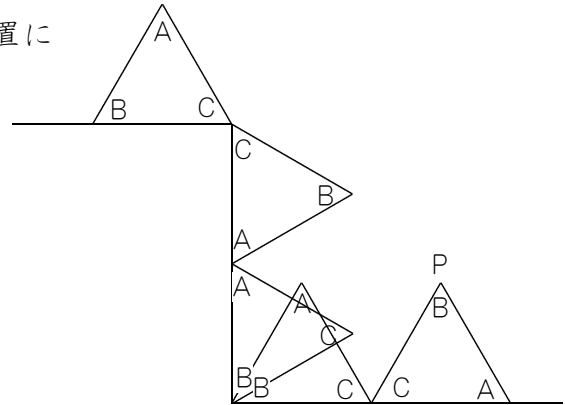
よって求めるのは、3個の四分円と、三角形2個ぶんの和になります。

三角形2個ぶんの和は長方形になりますから、

$$\begin{aligned}
 & 8 \times 8 \times 3.14 \times \frac{1}{4} + 10 \times 10 \times 3.14 \times \frac{1}{4} + 6 \times 6 \times 3.14 \times \frac{1}{4} + 6 \times 8 \\
 = & (64 + 100 + 36) \times 3.14 \times \frac{1}{4} + 48 \\
 = & 50 \times 3.14 + 48 \\
 = & 157 + 48 \\
 = & \mathbf{205} \text{ (cm}^2\text{)} \text{です。}
 \end{aligned}$$

重要問題チェック 6

- (1) 右の図のようにころがりますから、Pの位置にくるのは、点Aです。



- (2) 点Aは右の図の太線のように動いていきます。

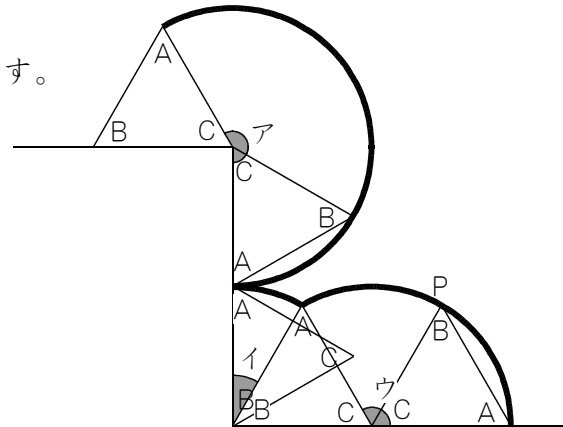
どれも半径は3cmです。

中心角は、

アが $360 - (60 + 90) = 210$ (度),

イが $90 - 60 = 30$ (度),

ウが $180 - 60 = 120$ (度)です。

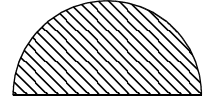


ア, イ, ウ合わせて, $210 + 30 + 120 = 360$ (度)ですから, 円周になります。

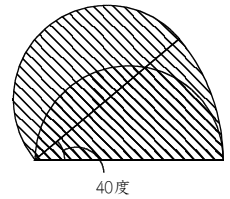
よって, $3 \times 2 \times 3.14 = 18.84$ (cm)です。

重要問題チェック 7

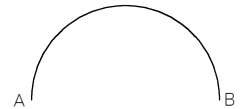
半円が40度回転するならば,



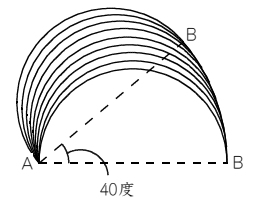
半円が動いた部分は, 右の図のしゃ線部分のようになりますが,



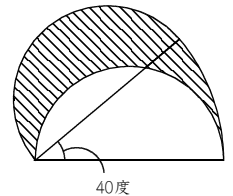
この問題は「半円」ではなくて, 「弧AB」が,



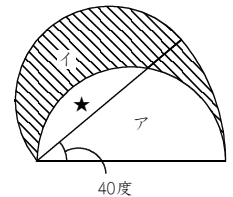
右の図のように40度回転するので,



弧ABが通った部分は, 右の図のしゃ線部分のようになります。

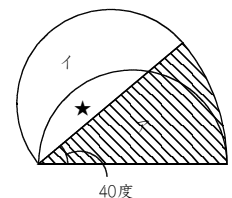


右の図の「ア★」も半円, 「イ★」も半円ですから, 同じ面積です。



「ア★=イ★」ということです。

よって, 「ア=イ」となりますから, イの部分を白くして, かわりにアをしゃ線にしても, 面積は同じです。

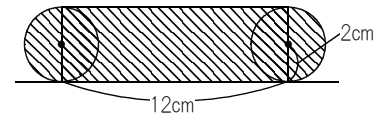


よって求めるのは半径が6cmで, 中心角が40度のおうぎ形の面積になり,

$$6 \times 6 \times 3.14 \times \frac{40}{360} = 6 \times 6 \times 3.14 \times \frac{1}{9} = 4 \times 3.14 = 12.56 \text{ (cm}^2\text{)} \text{です。}$$

重要問題チェック 8

円が通った部分は、右の図のシャ線部分のようになります。



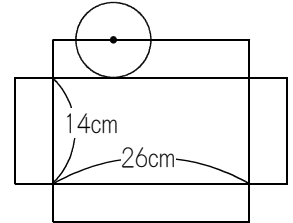
たてが $2 \times 2 = 4$ (cm), 横が 12 cm の長方形と、半径が 2 cm の半円が 2 個の面積の合計を求めることになります。

$$4 \times 12 + 2 \times 2 \times 3.14 \div 2 \times 2 = 48 + 4 \times 3.14 = 48 + 12.56 = 60.56 \text{ (cm}^2\text{)} \text{ です。}$$

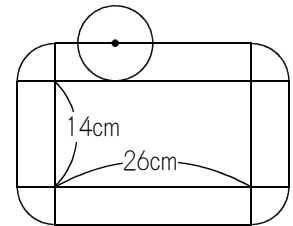
注意 長方形のたての長さを 2 cm にするミスが多いです。注意しましょう。

重要問題チェック 9

- (1) 長方形のような、直線でかこまれた図形の場合は、右の図のように長方形を描き、



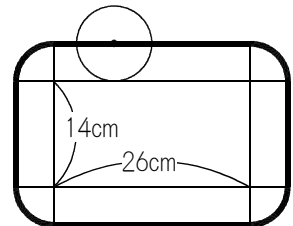
長方形でない部分はおうぎ形を描いてひとまわりにします。



円の中心が動いたあとの線は、右の図の太線です。

直線部分は 14 cm が 2 本と 26 cm が 2 本、曲線部分は合わせると円周になりますから、

$$(14 + 26) \times 2 + 5 \times 2 \times 3.14 = 80 + 31.4 = 111.4 \text{ (cm) です。}$$



- (2) この問題のような、

- ・ 円の中心がぐるっとひとまわりしている
- ・ へこんでいる部分がない

ような場合は、「センターラインの公式」を利用しましょう。

$$\text{センターラインの公式} \\ \text{円が動いたあとの面積} = \text{円の中心が動いた長さ} \times \text{円の直径}$$

円の中心が動いた長さは、(1)で求めたとおり 111.4 cm です。

円の半径は 5 cm ですから、円の直径は $5 \times 2 = 10$ (cm) です。

よって、円が動いたあとの面積 = $111.4 \times 10 = 1114$ (cm²) です。

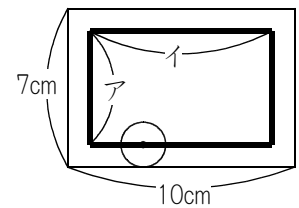
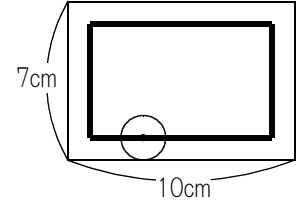
重要問題チェック 10

- (1) 円が長方形の内側をころがる場合は、右の図のように円の中心は長方形を描きます。

角が丸くならないことに注意しましょう。

円の半径は1cmですから、右の図のアは $7 - 1 \times 2 = 5$ (cm), イは $10 - 1 \times 2 = 8$ (cm)です。

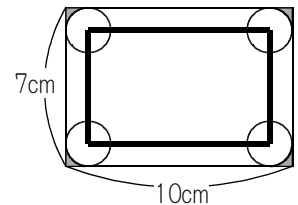
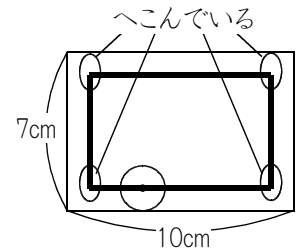
円の中心が動いた長さは、アが2本とイが2本なので、 $5 \times 2 + 8 \times 2 = 26$ (cm)です。



- (2)
 ・ 円の中心がぐるっとひとまわりしている
 ・ へこんでいる部分がない

ような場合は、「センターラインの公式」を利用しますが、この問題の場合は円の中心はぐるっとひとまわりしてはいますが、へこんでいる部分があるので、そのまま公式を利用することはできません。

へこんでいる場合は、センターラインの公式を利用してから、右の図のかげをつけた部分の面積を引くことによって、円が動いた部分の面積を求めることができます。



センターラインの公式

円が動いたあとの面積 = 円の中心が動いた長さ × 円の直径

において、円の中心が動いた長さは(1)で26cmであることがわかっていて、円の半径は1cmですから、円の直径は $1 \times 2 = 2$ (cm)です。

よってセンターラインの公式によると円が動いた部分の面積は $26 \times 2 = 52$ (cm²)です。

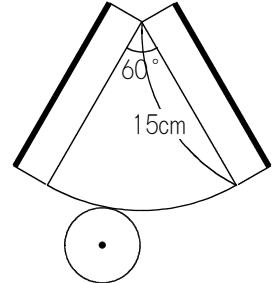
あとは を引けばよいのですが、 をくっつけると となり、正方形

から円の引いた部分になりますから、その面積は、 $2 \times 2 - 1 \times 1 \times 3.14 = 0.86$ (cm²)です。

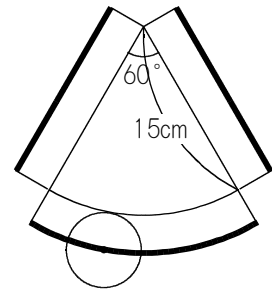
よって答えは、 $52 - 0.86 = 51.14$ (cm²)です。

重要問題チェック 11

(1) おうぎ形の直線部分は、右の図のように長方形を書き、



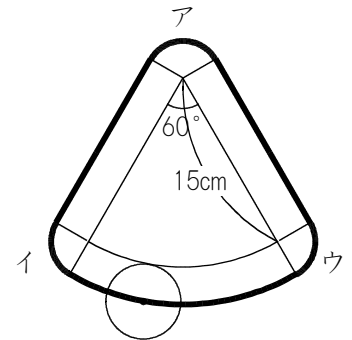
おうぎ形の弧の部分は、右の図のように円の中心を通るような弧を書きます。



あとは、円と同じ半径の弧を書いて出来上がりです。

右の図のア・イ・ウとも半径は3cmで、中心角はアが $360 - (90 + 60 + 90) = 120$ (度)、イとウは90度です。

ア・イ・ウ合わせた中心角は、 $120 + 90 \times 2 = 300$ (度)です。



注意 ア・イ・ウ合わせた中心角は360度にはならないので注意しましょう。

よって円の中心が動いた長さは、

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{15 \times 2}_{\text{直線部分}} + \underbrace{(15 + 3) \times 2 \times 3.14 \times \frac{60}{360}}_{\text{大きい弧の部分}} + \underbrace{3 \times 2 \times 3.14 \times \frac{300}{360}}_{\text{小さい弧の合計}} \\
 &= 30 + 6 \times 3.14 + 5 \times 3.14 \\
 &= 30 + (6 + 5) \times 3.14 \\
 &= 30 + 11 \times 3.14 \\
 &= 30 + 34.54 \\
 &= \mathbf{64.54} \text{ (cm) です。}
 \end{aligned}$$

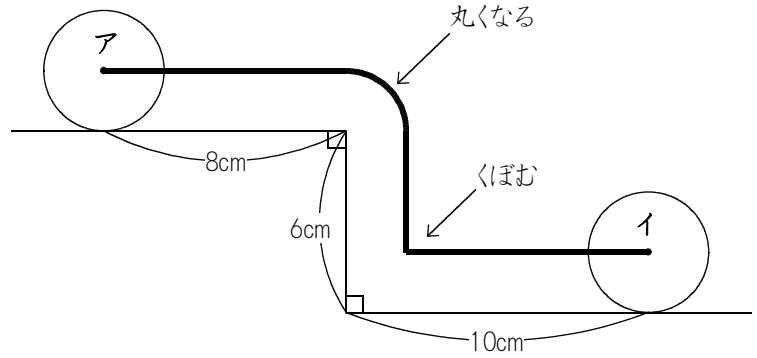
(2) センターラインの公式を利用します。円の直径は $3 \times 2 = 6$ (cm) ですから、

円が動いたあとの図形の面積 = 中心が動いた長さ \times 円の直径 = $64.54 \times 6 = \mathbf{387.24}$ (cm²)。

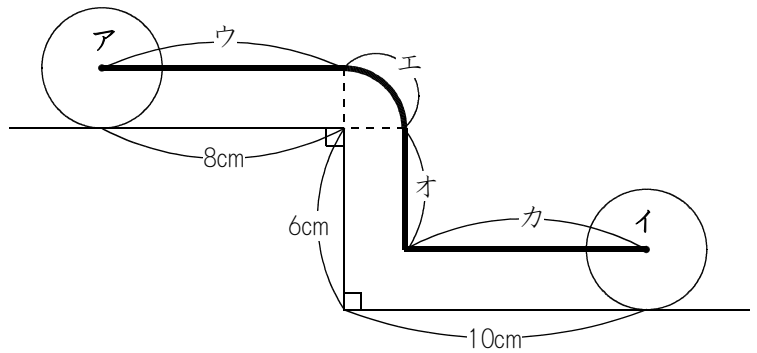
重要問題チェック 12 (1)

円の中心は、右の図のように動きます。

丸くなる部分、くぼむ部分を
しっかり書くようにしましょう。



右の図のようにウ、エ、オ、
カとすると、
ウは 8 cm,
エは $2 \times 2 \times 3.14 \div 4 = 3.14$ (cm),
オは $6 - 2 = 4$ (cm),
カは $10 - 2 = 8$ (cm) ですから、
円の中心が動いた長さは、
 $8 + 3.14 + 4 + 8 = 23.14$ (cm) です。

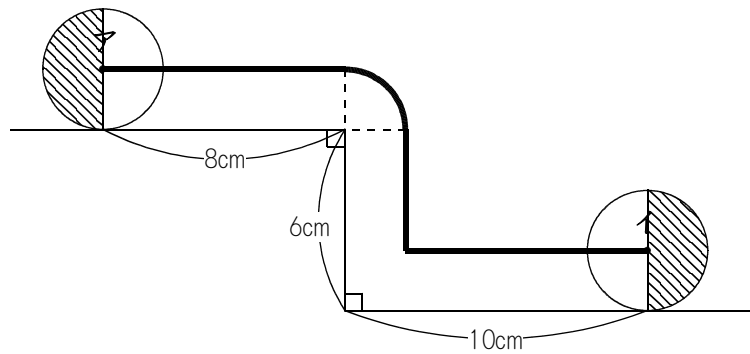


重要問題チェック 12 (2)

- ・ 円の中心がぐるっとひとまわりしている
- ・ へこんでいる部分がない

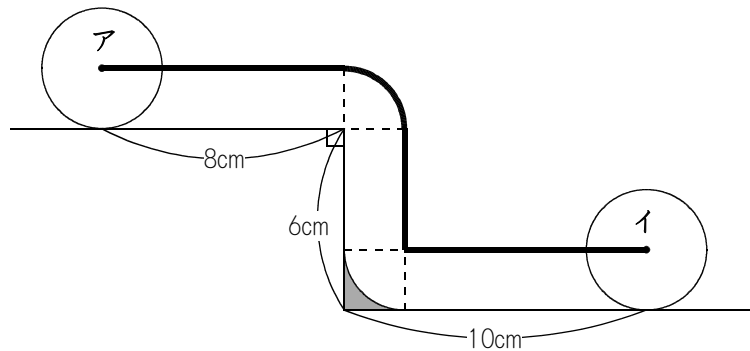
ような場合は、「センターラインの公式」を利用しますが、この問題の場合は円の中心はぐるっとひとまわりしていませんし、へこんでいる部分があるので、そのまま公式を利用することはできません。

ぐるっとひとまわりしていない場合は、右の図のしゃ線部分のような、半円と半円、合わせて円の面積を加えることによって、センターラインの公式を利用することができます。



円の面積は、 $2 \times 2 \times 3.14 = 12.56 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。…(★)

また、くぼんでいる部分がある場合は、右の図のかげをつけた部分の面積を引くことによって、センターラインの公式を利用することができます。



かげの部分は、1辺2cmの正方形から、半径2cmの四分円を引けば求められますから、

$$2 \times 2 - 2 \times 2 \times 3.14 \div 4 = 4 - 3.14 = 0.86 \text{ (cm}^2\text{)} \text{ です。} \dots(\star)$$

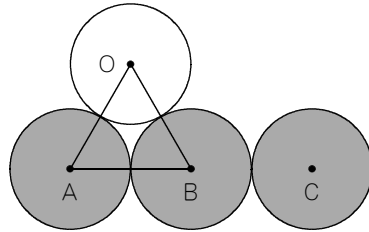
(1)で、円の中心の動いた長さが23.14cmであることがわかっていて、円の直径は $2 \times 2 = 4 \text{ (cm)}$ ですから、

$$\begin{aligned} & \text{センターラインの公式} \\ & = \text{円の中心が動いた長さ} \times \text{円の直径} \\ & = 23.14 \times 4 \\ & = 92.56 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

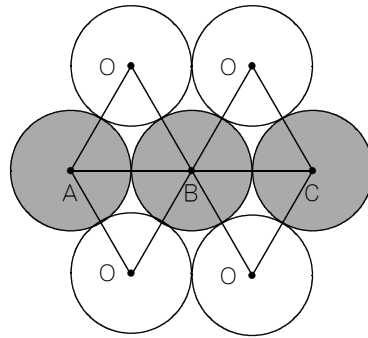
よって、円が動いた部分の面積は、 $92.56 + \star - \star = 92.56 + 12.56 - 0.86 = 104.26 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

重要問題チェック 13

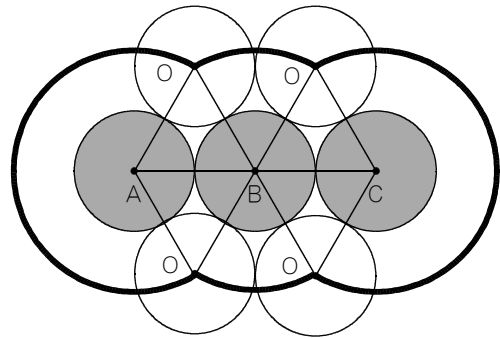
円Oが右の図のようにくぼみにハマったとき、
三角形ABOは正三角形になっています。



右の図のように正三角形をどんどん書くと、



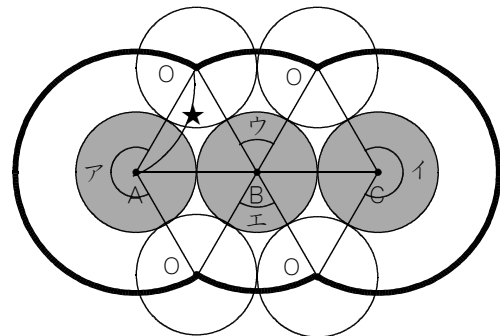
円の中心Oは、右の図の太線のように動く
ことがわかります。



右の図のア、イの角度はどちらも、
 $360 - 60 \times 2 = 240$ (度)です。

ウ、エの角度はどちらも 60 度です。

よって中心角の合計は、
 $240 \times 2 + 60 \times 2 = 600$ (度)です。



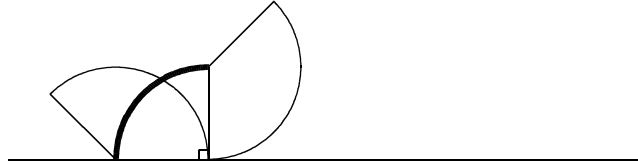
円の中心が動いた部分の弧の半径は円の半径とはちがって、上の図の★の部分ですから、
 $3 \times 2 = 6$ (cm)です。よって円の中心が動いた部分の長さは、

$$6 \times 2 \times 3.14 \times \frac{600}{360} = 6 \times 2 \times 3.14 \times \frac{5}{3} = 20 \times 3.14 = 62.8 \text{ (cm) です。}$$

重要問題チェック 14

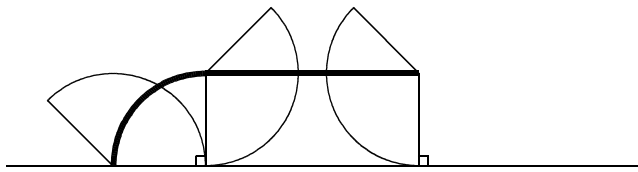
おうぎ形が起き上がったとき，倒れる直前のときの「直角」に注意しましょう。

おうぎ形が起き上がるまでに，
点Oは右の図のように動きます。

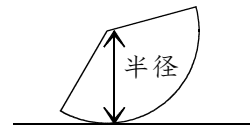


動いた部分は，半径が3cmで，
中心角が90度のおうぎ形の弧です。

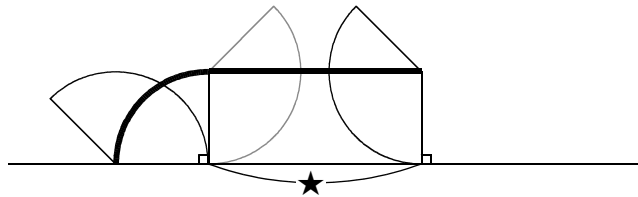
その後，直線上をころがって，
右の図のようになるまでに，点O
はまっすぐ進みます。



まっすぐになる理由は，おうぎ形がころがっている途中でも，
下の直線から半径の長さだけはなれているところを点Oが動いて
いくからです。

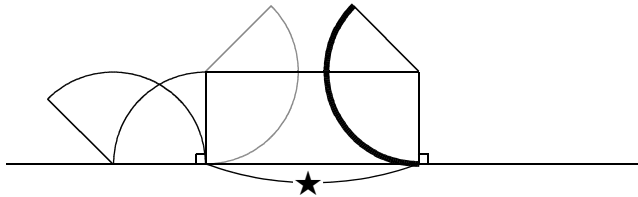


点Oがまっすぐに進んだ長さは，
右の図の★の長さと同じです。

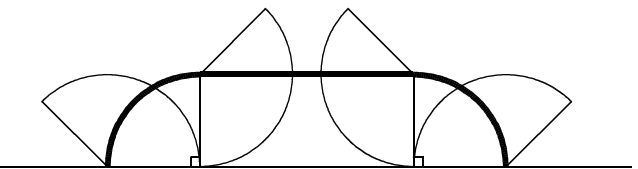


★はおうぎ形の弧がなぞった部分
ですから，おうぎ形の弧の長さと同じです。

よって，半径が3cmで，中心角が
120度のおうぎ形の弧です。



最後に，おうぎ形が倒れておしまい
です。



おうぎ形が倒れるときに点Oは，
半径が3cmで，中心角が90度のおうぎ形の弧をえがきます。

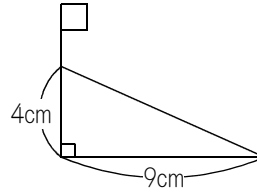
点Oは半径が3cmで，中心角が90度，120度，90度のおうぎ形の弧をえがきますから，
中心角の合計は， $90 + 120 + 90 = 300$ (度)です。

よって点Oの動いた長さは，

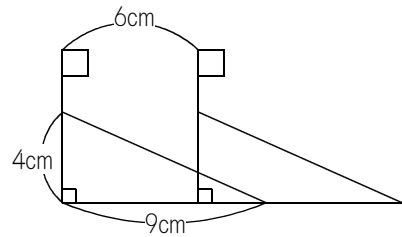
$$3 \times 2 \times 3.14 \times \frac{300}{360} = 3 \times 2 \times 3.14 \times \frac{5}{6} = 5 \times 3.14 = 15.7 \text{ (cm) です。}$$

重要問題チェック 15

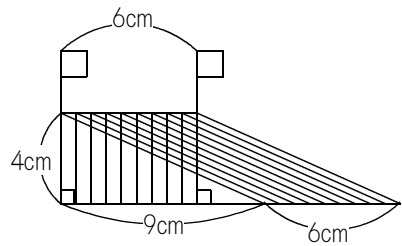
右の図のように、直角三角形の1つの頂点に
 はた
 旗を立てると、



直角三角形が6 cm動くと、旗も6 cm動きます。

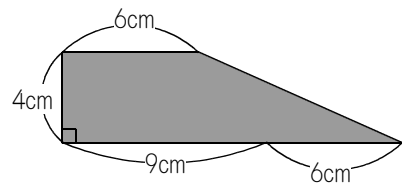


直角三角形は右の図のように動きます。



直角三角形が動いたあとは、右の図のよう
 な台形になります。

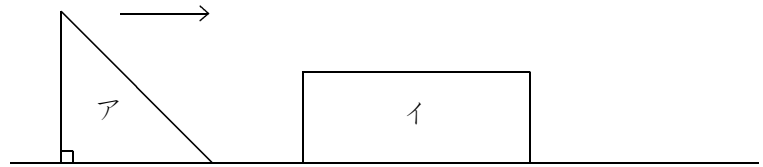
台形の上底は6 cm, 下底は $9 + 6 = 15$ (cm),
 高さは4 cmですから、面積は、 $(6 + 15) \times 4 \div 2 = 42$ (cm²)
 です。



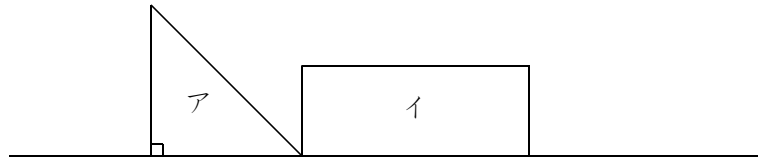
重要問題チェック 16 (1)

アとイの図形を少しずつ動かしていきましょう。

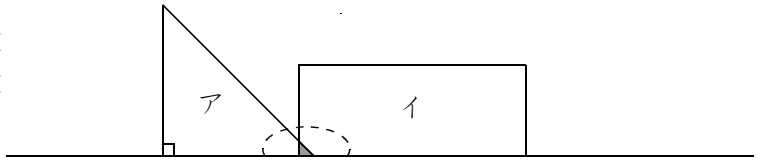
右の図のような状態から、アが矢印の方向へ動きます。



アがイにくっついて、

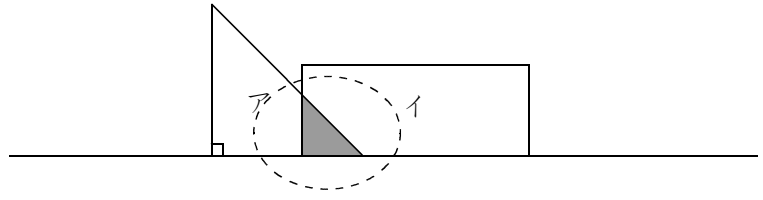


さらにアが右にほんのちょっと動くと、アとイはほんのちょっと重なります。



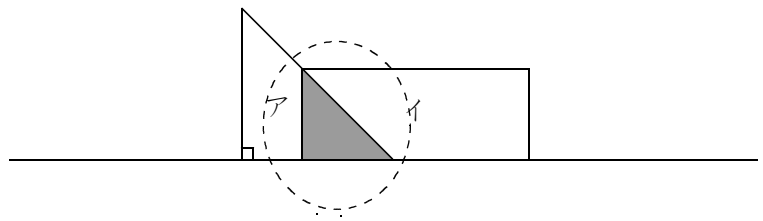
重なった部分は、三角形です。…(ア)

重なり部分の三角形が、だんだん大きくなって、

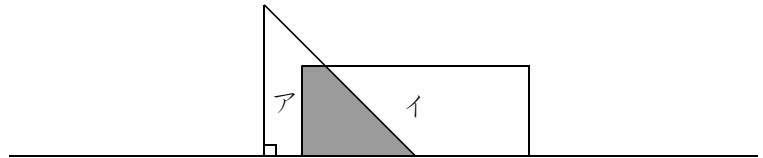


右の図のようになります。

重なり部分は、まだ三角形です。



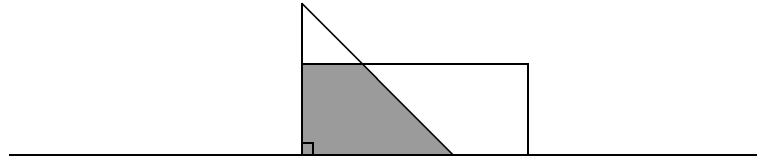
さらに動くと、重なり部分は右の図のような台形になります。



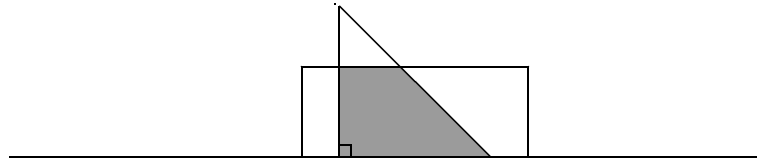
台形は、四角形です。…(イ)

(次のページへ)

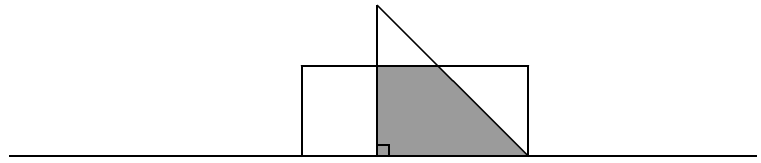
さらに動いて右の図のようになっても，重なり部分はまだ台形のままです。



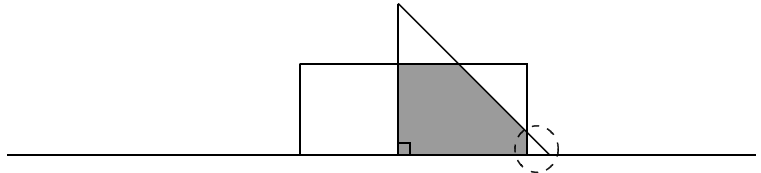
さらに動いていっても，



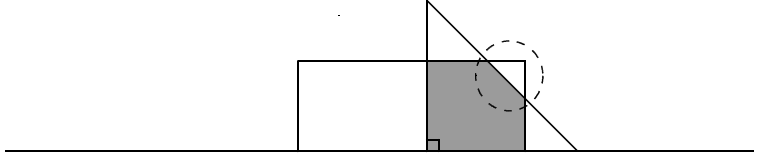
まだ台形のままですが，



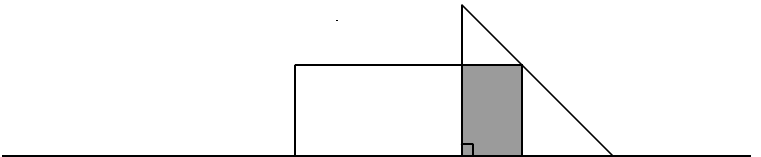
さらに動いていくと，点線部分のようなすき間ができて，重なり部分は五角形になります。…(ウ)



さらに動くと，右の図の点線の白い部分がだんだん小さくなっていって，

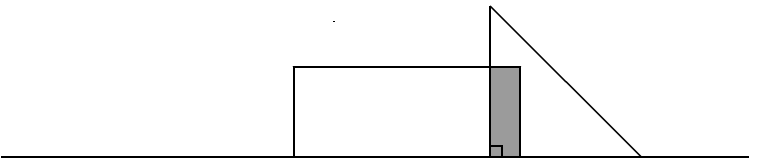


重なり部分は右の図のような長方形になります。

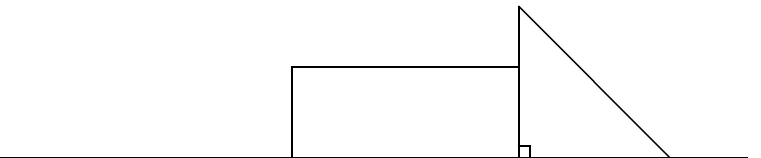


長方形は，四角形です。…(エ)

そして重なり部分の長方形の横の長さが短くなっていって，



重なり部分がなくなります。

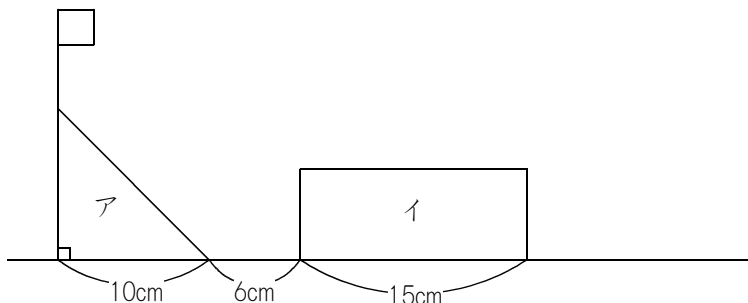


よって，重なり部分は「(ア)三角形→(イ)四角形→(ウ)五角形→(エ)四角形」のように変化するので，答えは ①四，②五，③四 です。

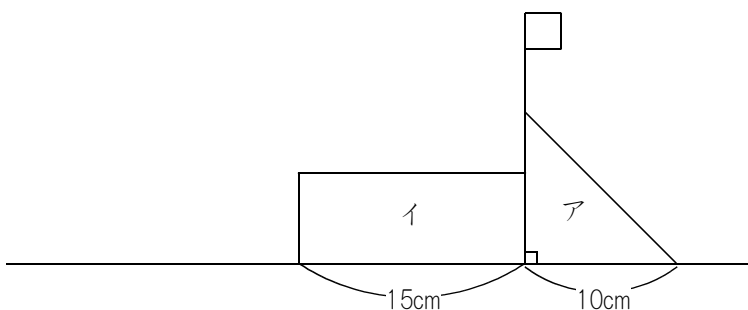
重要問題チェック 16 (2)

アの動かし始めは、右の図のようになっています。

アの図形のとっぺんに旗を立てました。



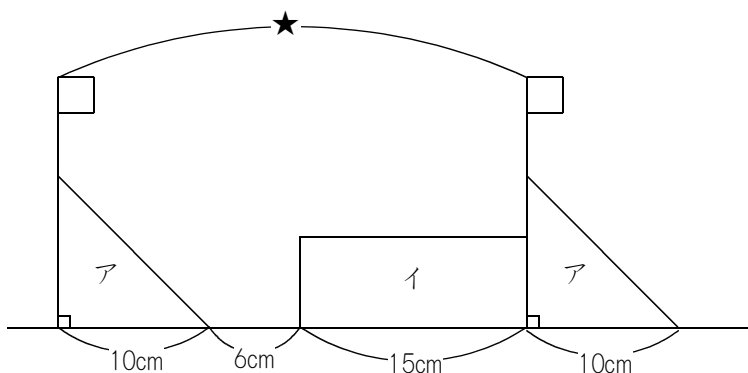
重なり終わりにには、右の図のようになっています。



三角形アは、右の図のように動きました。

動いた長さは旗から旗までの、★の長さになります。

★は、 $10 + 6 + 15 = 31$ (cm)です。

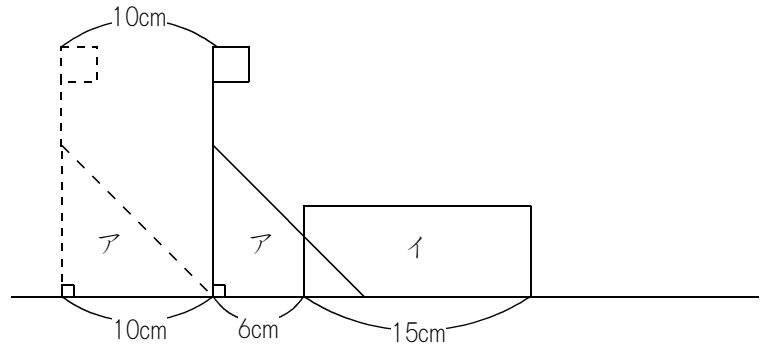


毎秒1cmで動くのですから、重なる終わるのは、 $31 \div 1 = 31$ (秒後)です。

重要問題チェック 16 (3)①

毎秒1cmで動くのですから、10秒後には、 $1 \times 10 = 10$ (cm)動きます。

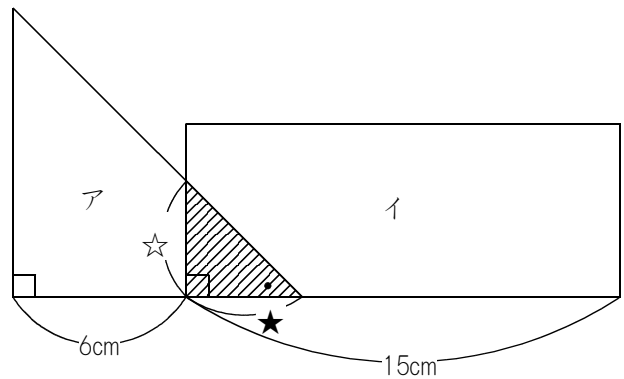
はじめの状態から10cm動くと、
右の図のようになります。



拡大した右の図において、しゃ線をつけた部分が重なり部分です。

アは底辺が10cmの三角形ですから
★は $10 - 6 = 4$ (cm)です。

・は45度ですから、しゃ線をつけた
三角形は直角二等辺三角形なので、☆
は★と同じ長さなので、4cmです。

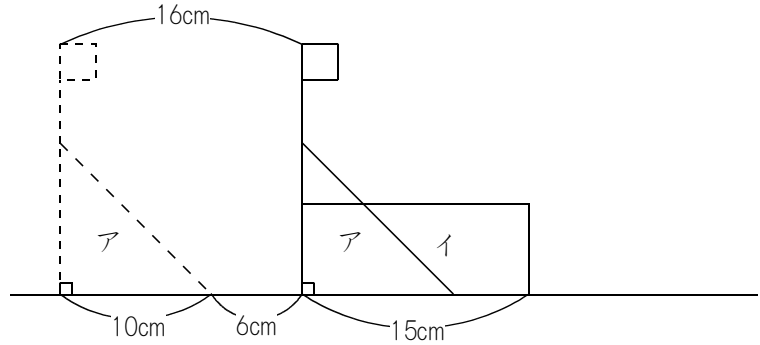


よって、しゃ線部分の面積は、 $4 \times 4 \div 2 = 8$ (cm²)です。

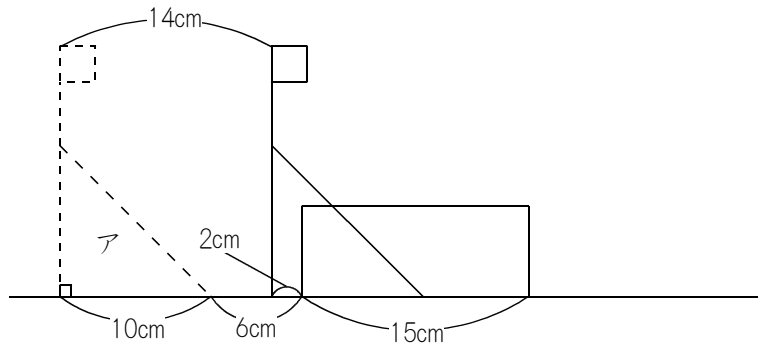
重要問題チェック 16 (3)②

毎秒1cmで動くのですから、14秒後には、 $1 \times 14 = 14$ (cm)動きます。

もし右の図まで動いたとしたら、 $10 + 6 = 16$ (cm)動いたこととなりますが、いまは14cmだけ動いたので、右の図よりも $16 - 14 = 2$ (cm)だけ左にもどったところにアがあります。

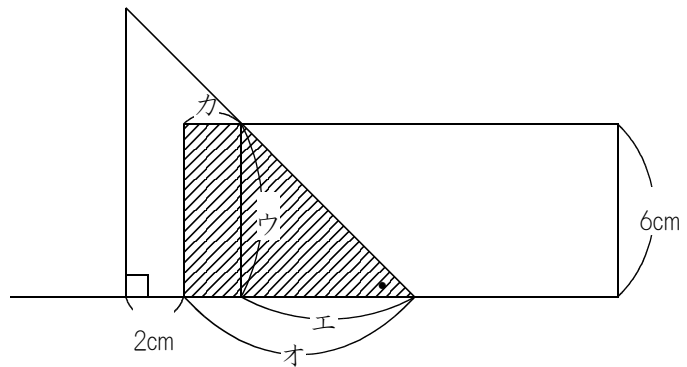


よって、右の図のようになったときの、重なるの面積を求めることになります。



拡大した右の図において、しゃ線をつけた部分が重なり部分です。

ウは6cmで、 \bullet は45度ですから直角二等辺三角形になっているのでエも6cmです。



三角形アの底辺は10cmですから、オは $10 - 2 = 8$ (cm)です。

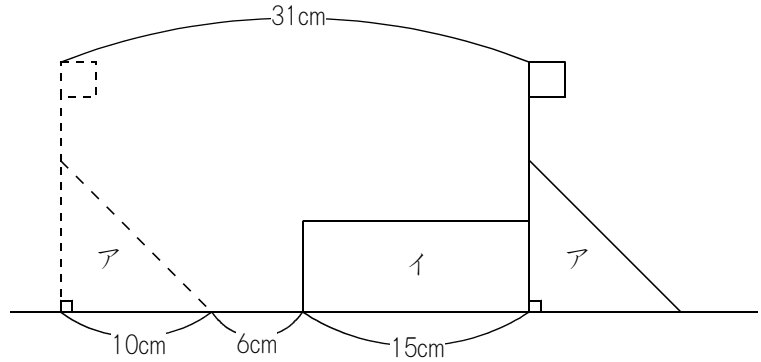
エは6cmでオは8cmですから、カは $8 - 6 = 2$ (cm)です。

しゃ線をつけた部分は台形で、上底がカの2cm、下底がオの8cm、高さはウの6cmですから、この台形の面積は、 $(2 + 8) \times 6 \div 2 = 30$ (cm^2)です。

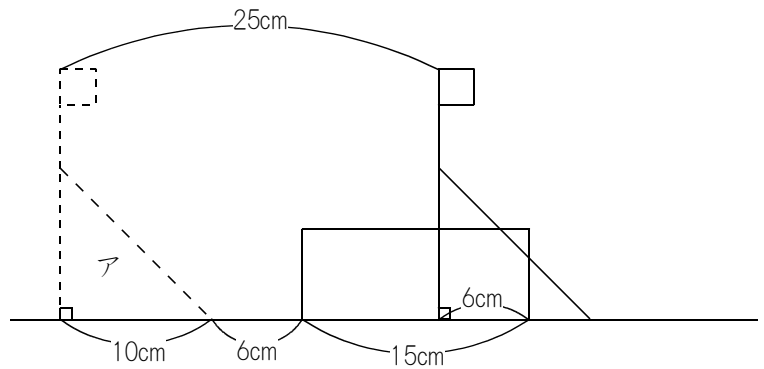
重要問題チェック 16 (3)③

毎秒1cmで動くのですから、25秒後には、 $1 \times 14 = 25$ (cm)動きます。

もし右の図まで動いたとしたら、 $10 + 6 + 15 = 31$ (cm)動いたこととなりますが、いまは25cmだけ動いたので、右の図よりも、 $31 - 25 = 6$ (cm)だけ左にもどったところにアがあります。

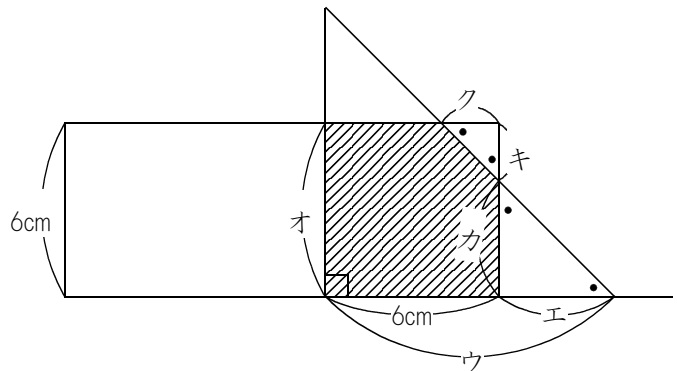


よって、右の図のようになったときの、重なり面積を求めることになります。



拡大した右の図において、しゃ線をつけた部分が重なり部分です。

三角形アの底辺は10cmなので、ウは10cm、エは $10 - 6 = 4$ (cm)です。



• はすべて45度ですから、直角二等辺三角形三角なのでカも4cm、キは $オ - カ = 6 - 4 = 2$ (cm)、クも2cmです。

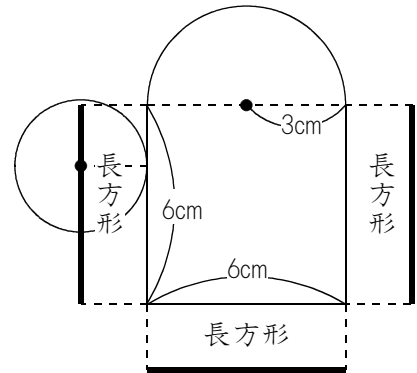
しゃ線をつけた部分の面積は、1辺6cmの正方形から、底辺と高さが2cmの直角二等辺三角形を引いた残りの面積ですから、 $6 \times 6 - 2 \times 2 \div 2 = 34$ (cm^2)です。

ステップアップ演習 1 (1)

まず，円の中心が動いた線の長さを求めて，そのあと「センターラインの公式」を利用して，面積を求めることにします。

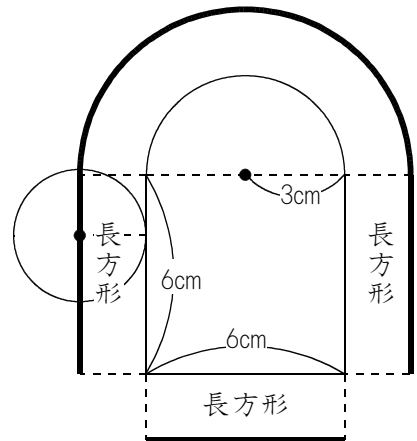
この図形の直線部分は，右の図のように長方形を書きます。

直線部分は，6cmが3本ありますから， $6 \times 3 = 18$ (cm)です。…(ア)



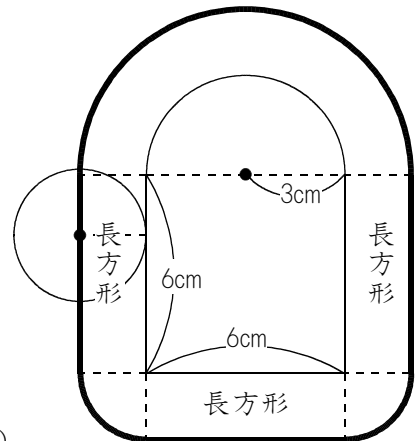
半円の弧の部分は，右の図のように半円の中心を通るような弧を書きます。

半径は $3 + 2 = 5$ (cm) ですから，半円の弧は， $5 \times 2 \times 3.14 \div 2 = 5 \times 3.14$ (cm) です。…(イ)



あとは，円と同じ半径の四分円の弧を2個書いて出来上がりです。

2個合わせて， $\underbrace{2 \times 2 \times 3.14 \div 4}_{\text{四分円の弧}} \times 2 = 2 \times 3.14$ (cm) です。…(ウ)



(次のページへ)

$$\begin{aligned} & \text{(ア), (イ), (ウ)合わせて,} \\ & 18 + 5 \times 3.14 + 2 \times 3.14 \\ = & 18 + (5 + 2) \times 3.14 \\ = & 18 + 7 \times 3.14 \\ = & 18 + 21.98 \\ = & 39.98 \text{ (cm) です。} \end{aligned}$$

円の中心が動いた長さは 39.98 であることがわかりました。

円の直径は $2 \times 2 = 4$ (cm) ですから,

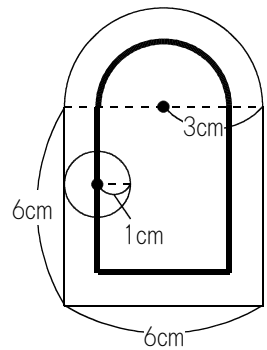
$$\begin{aligned} & \text{円が動いたあとの図形の面積は,} \\ = & \text{円の中心が動いた長さ} \times \text{円の直径} \\ = & 39.98 \times 4 \\ = & \mathbf{159.92} \text{ (cm}^2\text{) です。} \end{aligned}$$

ステップアップ演習 1 (2)

「センターラインの公式」を利用する解き方と、利用しない解き方の両方を解説します。

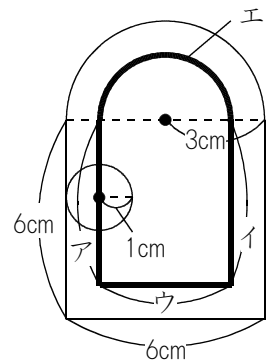
—— センターラインの公式を利用する解き方 ——

円の中心は右の図の太線のように動きます。



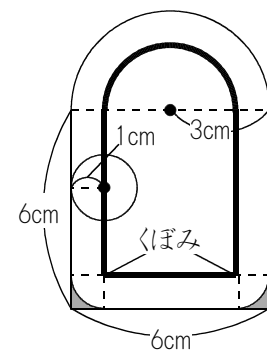
右の図のアは $6-1=5$ (cm), イも 5cm, ウは $6-1 \times 2=4$ (cm), エは半径が $3-1=2$ (cm)の半円の弧ですから, $2 \times 2 \times 3.14 \div 2=6.28$ (cm)です。

合わせて, $5+5+4+6.28=20.28$ (cm)です。



注意 アやイを $6-1 \times 2=4$ (cm)としたり, 逆にウを $6-1=5$ (cm)にしったりするミスが多いです。注意しましょう。

円の直径は $1 \times 2=2$ (cm)なので, センターラインの公式により,
 円が動いたあとの図形の面積
 = 円の中心が動いた長さ \times 円の直径
 = 20.28×2
 = 40.56 (cm²)になりますが, 中心が動いたあとが右の図のようにくぼんでいる場合は, かげをつけた部分の面積を引けば, センターラインの公式を利用することができます。



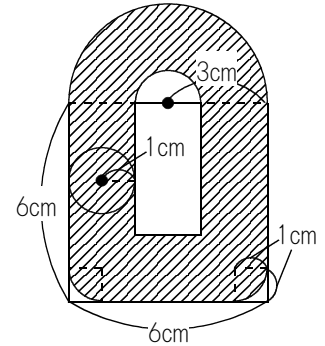
かげをつけた部分の面積は, $1 \times 1 - 1 \times 1 \times 3.14 \div 4 = 0.215$ (cm²)
 で, 2個あるので $0.215 \times 2 = 0.43$ (cm²)ですから, $40.56 - 0.43 = 40.13$ (cm²)です。

(次のページへ)

—— センターラインの公式を利用しない解き方 ——

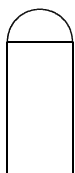


円が通った部分は、右の図のしゃ線をつけた部分です。





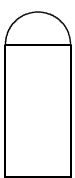

図形全体の面積から、白い部分の面積を引けば求められます。

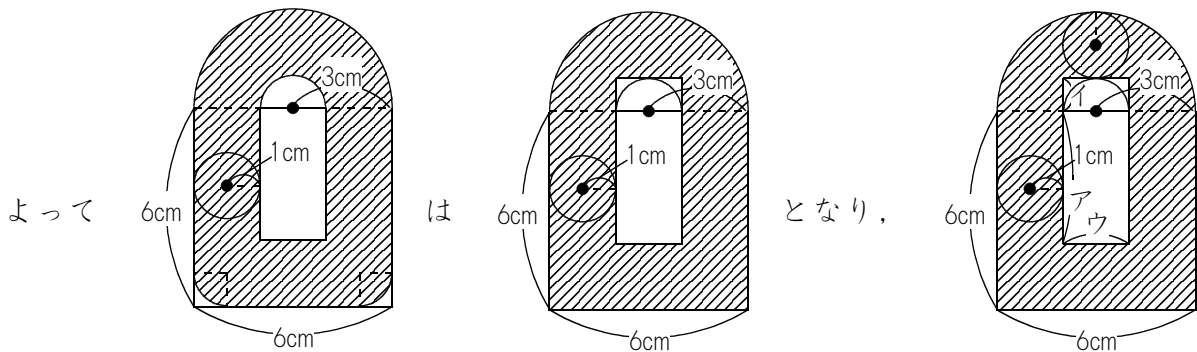


図形全体は、

$$\begin{aligned} & 1 \text{ 辺 } 6 \text{ cm の正方形} + \text{半径 } 3 \text{ cm の半円} \\ &= 6 \times 6 + 3 \times 3 \times 3.14 \div 2 \\ &= 36 + 14.13 \\ &= 50.13 \text{ (cm}^2\text{)} \text{です。} \dots(\star) \end{aligned}$$

白い部分は、 と  と  です。

  の向きを変えて   として、 の上の部分にくっつけると  と
いう長方形になります。



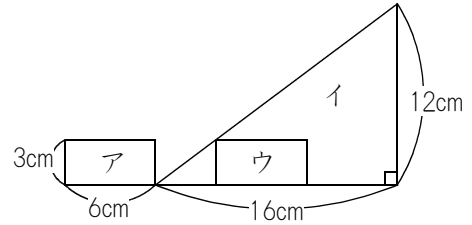
と名付けると、アは $6 - 2 = 4$ (cm)、イは $3 - 2 = 1$ (cm)、ウは $6 - 2 \times 2 = 2$ (cm)です。

よって白い部分の面積は、 $(4 + 1) \times 2 = 10$ (cm²)です。

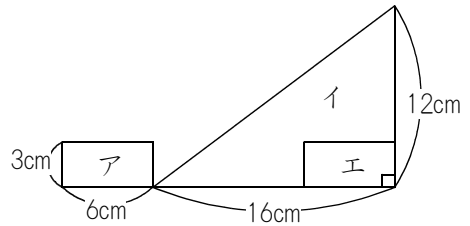
図形全体の面積は(★)で求めた通り 50.13 cm^2 ですから、しゃ線をつけた部分の面積は、 $50.13 - 10 = 40.13$ (cm²)です。

ステップアップ演習 2 (1)

アが完全にイの中に入っているのは、
右の図のウの状態から、



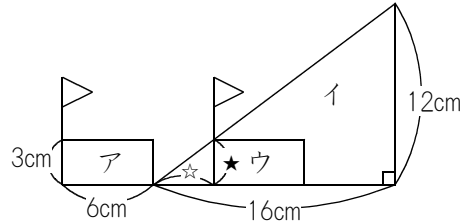
エの状態までです。



まず、ウの状態がスタートから何秒後なのかを求めます。

イの三角形の高さと底辺の比は、
 $12 : 16 = 3 : 4$ です。

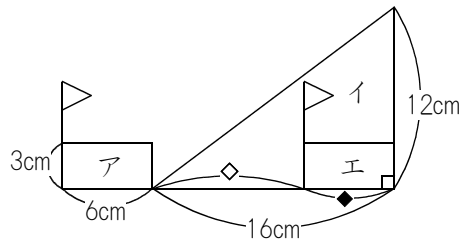
相似なので、右の図の★と☆の長さの比も
 $3 : 4$ で、★は3cmですから、☆は4cmです。



旗から旗までは、 $6 + ☆ = 6 + 4 = 10$ (cm)で、秒速2cmですから、 $10 \div 2 = 5$ (秒後)です。

次に、エの状態がスタートから何秒後かを求めます。

右の図の◆は6cmですから、
◇は $16 - ◆ = 16 - 6 = 10$ (cm)です。



旗から旗までは、 $6 + ◇ = 6 + 10 = 16$ (cm)で、秒速2cmですから、 $16 \div 2 = 8$ (秒後)です。

注意 旗を長方形の左上ではなく右上に取り付けると、旗から旗まで16cmであることは計算しなくてもわかります。

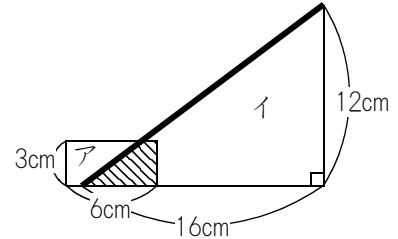
よって、アが完全にイに入っているのは、5秒後から8秒後までです。

ステップアップ演習 2 (2)

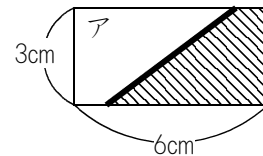
長方形アの面積は $3 \times 6 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$ なので、アの半分の面積は、 $18 \div 2 = 9 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

よって、1回目は右の図のしゃ線部分の面積が 9 cm^2 になったときを求めることになります。

太線部分のななめの線は、「高さ：底辺」が、 $12 : 16 = 3 : 4$ になっています。

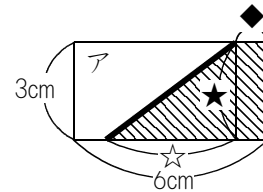


拡大すると、右の図の太線部分も、「高さ：底辺」は、やはり $3 : 4$ です。



しゃ線部分を、三角形と長方形に分けます。

右の図の★は 3 cm で、「★：☆」は $3 : 4$ なので、☆は 4 cm です。

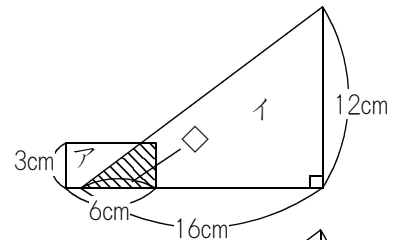


よって三角形のしゃ線部分の面積は、 $4 \times 3 \div 2 = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

しゃ線部分全体は 9 cm^2 なので、長方形のしゃ線部分は、 $9 - 6 = 3 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

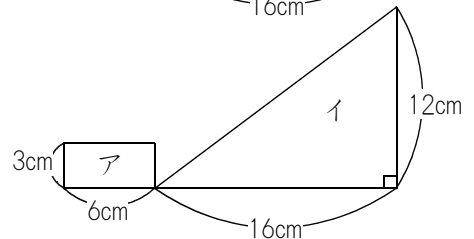
よって◆は、 $3 \div 3 = 1 \text{ (cm)}$ です。

右の図の◇は、 $\star + \blacklozenge = 4 + 1 = 5 \text{ (cm)}$ です。



はじめは右の図のところに長方形アがありましたから、長方形アは 5 cm 動きました。

毎秒 2 cm ですから、 $5 \div 2 = 2.5 \text{ (秒後)}$ です。



(次のページへ)

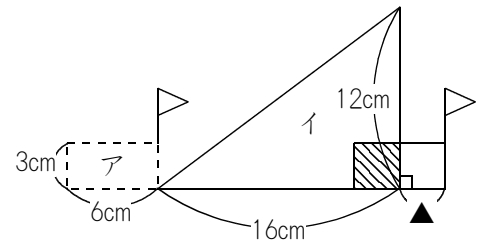
2回目は右の図のしゃ線部分の面積がアの半分になったときを求めます。

▲は、 $6 \div 2 = 3$ (cm) ですから、旗から旗までの長さは、 $16 + 3 = 19$ (cm) です。

よって、長方形アは 19 cm 動きました。

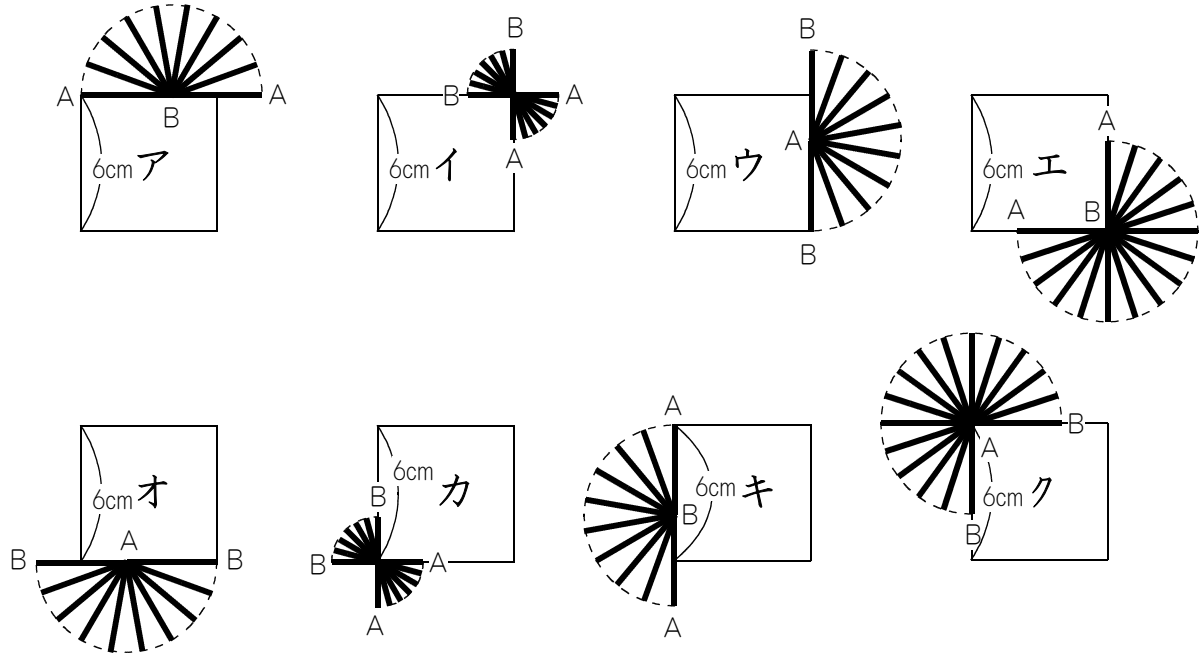
毎秒 2 cm ですから、 $19 \div 2 = 9.5$ (秒後) です。

したがって、答えは **2.5** 秒後と **9.5** 秒後です。



ステップアップ演習 3

棒ABは、下の図のように動いていきます。



ア … $4 \times 2 \times 3.14 \div 2 = 4 \times 3.14$ (cm)

イ … $2 \times 2 \times 3.14 \div 4 = 1 \times 3.14$ (cm)

ウ … Aは動かない

エ … $4 \times 2 \times 3.14 \div 4 \times 3 = 6 \times 3.14$ (cm)

オ … Aは動かない

カ … $2 \times 2 \times 3.14 \div 4 = 1 \times 3.14$ (cm)

キ … $4 \times 2 \times 3.14 \div 2 = 4 \times 3.14$ (cm)

ク … Aは動かない

合わせて、

$$\underbrace{4 \times 3.14}_{\text{ア}} + \underbrace{1 \times 3.14}_{\text{イ}} + \underbrace{6 \times 3.14}_{\text{エ}} + \underbrace{1 \times 3.14}_{\text{カ}} + \underbrace{4 \times 3.14}_{\text{キ}}$$

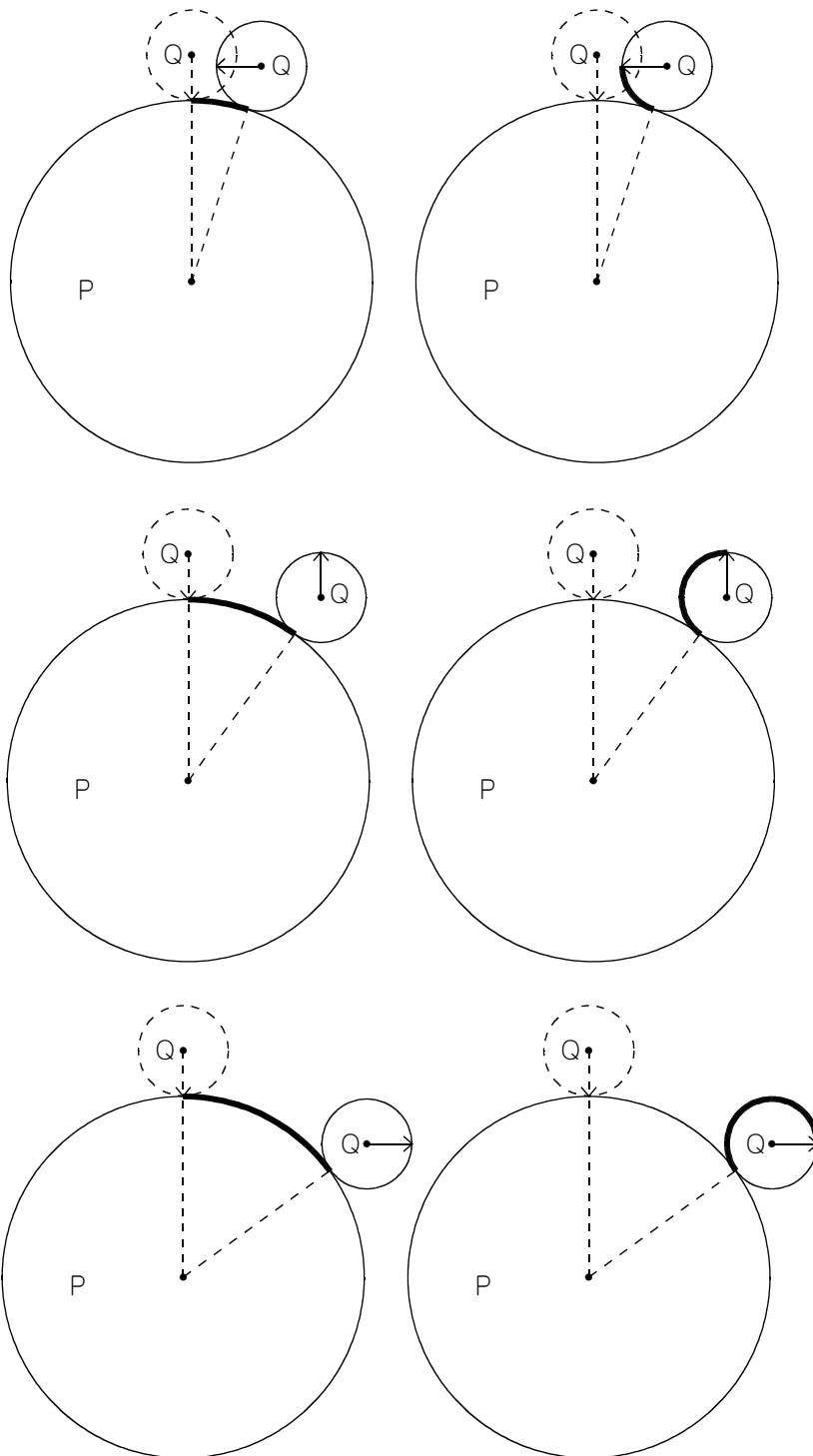
$= (4 + 1 + 6 + 1 + 4) \times 3.14$

$= 16 \times 3.14$

$= 50.24$ (cm)

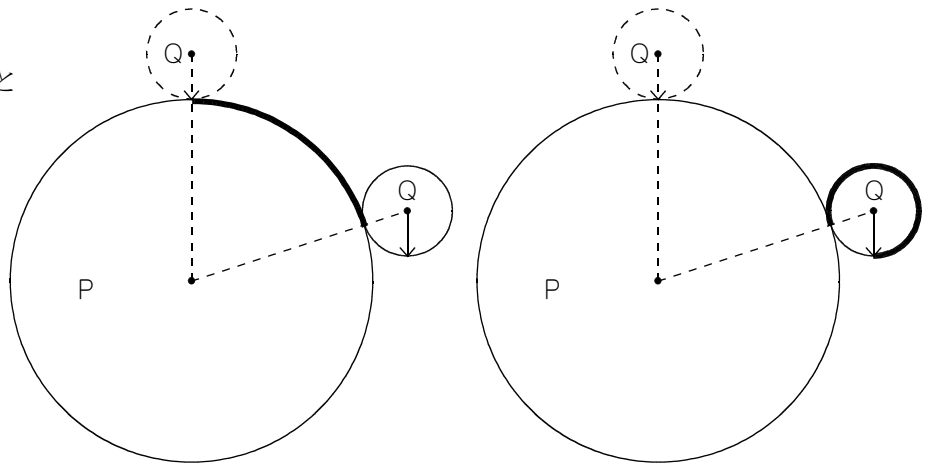
ステップアップ演習 4 (1)

① 下の図で、左と右の2つの図の太線と太線は同じ長さです。

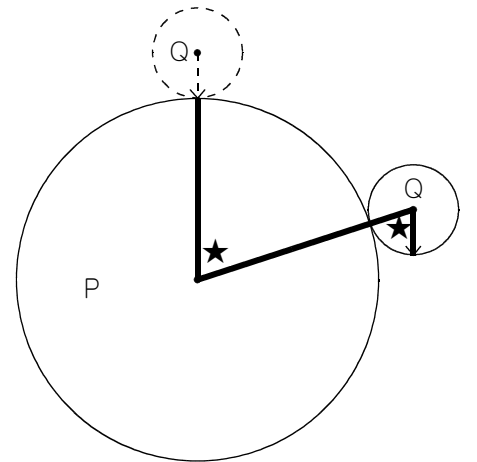


(次のページへ)

よって、右の図の太線と太線も同じ長さです。

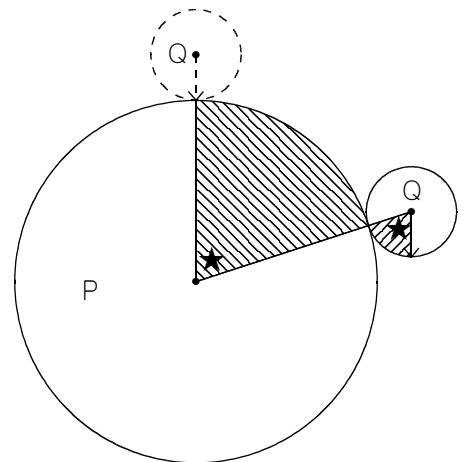


右の図の太線部分はゼット形をしているので、★と★は同じ角度です。



よって、右の図の大小2つのおうぎ形は相似です。

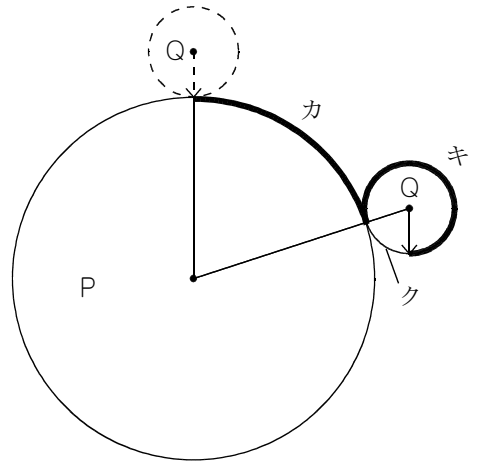
半径の比は $8:2=4:1$ なので、弧の長さの比も $4:1$ です。



(次のページへ)

したがって、右の図のカとキは同じ長さで、カとクの長さの比は4:1であることがわかりました。

よって、キとクの長さの比は4:1です。

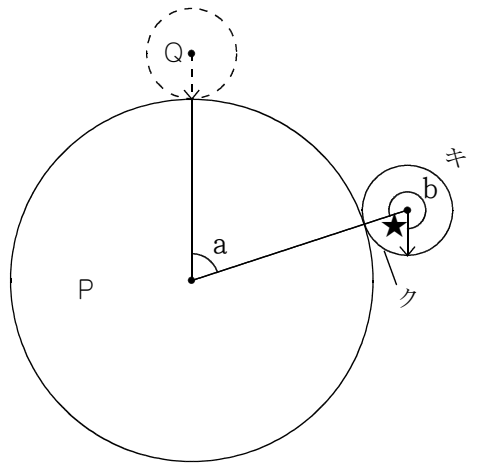


キとクの長さの比は4:1ですから、右の図のbと★の角度の比も4:1です。

★の角度は、 $360 \div (4+1) \times 1 = 72$ (度)です。

★とaは同じ角度ですから、aも72度です、

★は72度ですから、bは $360 - 72 = 288$ (度)です。

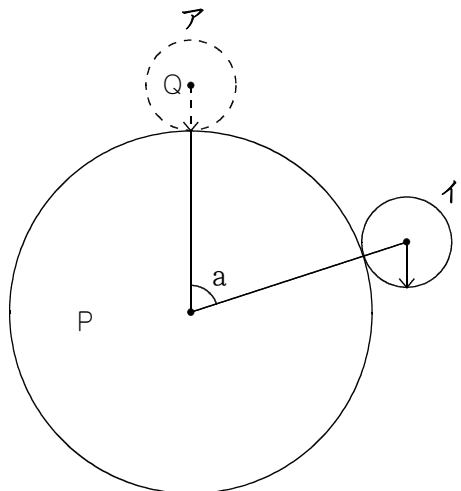


② ①で、aは72度で、アは矢印が下を向いていて、イも矢印が下を向いています。

よって、円Qが1回転している間に、円Qは円Pのまわりを72度ぶんなぞっていることがわかりました。

もし円Qが2回転したら、円Qは円Pのまわりを $72 \times 2 = 144$ (度)なぞることになります。

よって、円Qが円Pのまわりを1周、つまり360度なぞったときに、円Qは、 $360 \div 72 = 5$ (回転)します。

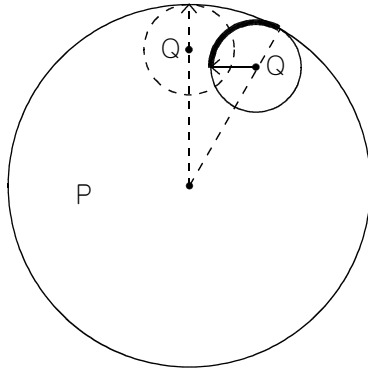
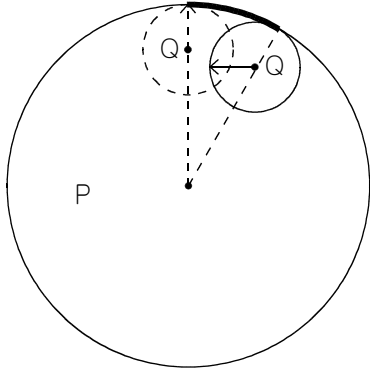


別解 半径8cmの円の外側を半径2cmの円がころがるときは、「大半径÷小半径+1」の公式で求めることができますから、 $8 \div 2 + 1 = 5$ (回転)です。

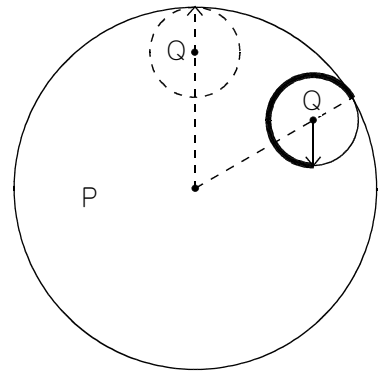
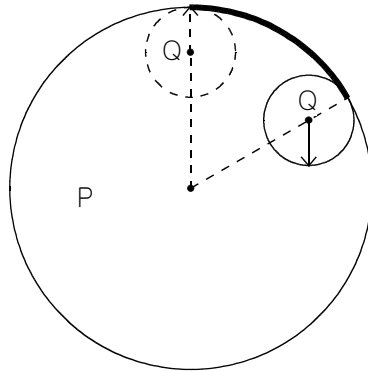
そして5回転でもどってくるということは、aは $360 \div 5 = 72$ (度)です。

ステップアップ演習 4 (2)

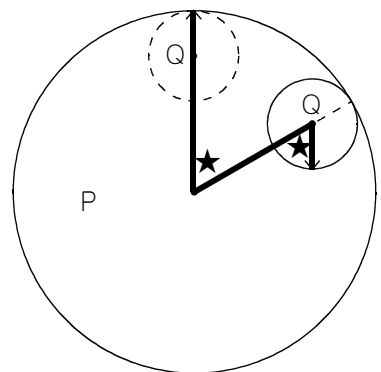
① 下の図は，左と右の2つの図の太線と太線は同じ長さです。



よって，右の図の太線と太線も同じ長さです。



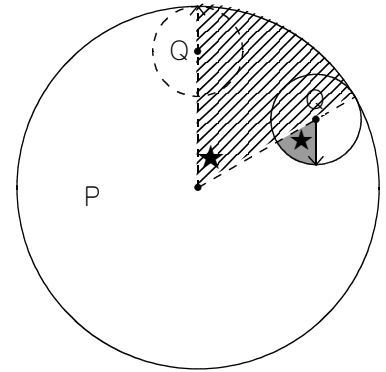
右の図の太線部分はゼット形をしているので，★と★は同じ角度です。



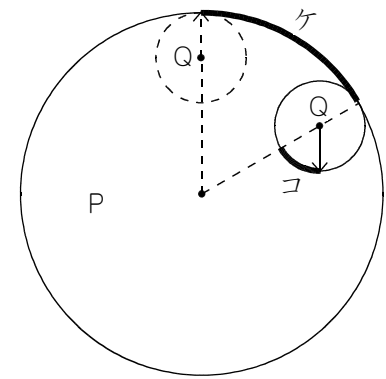
(次のページへ)

よって、右の図のしゃ線をつけたおうぎ形と、
かげをつけたおうぎ形は相似です。

半径の比は $8:2=4:1$ なので、弧の長さの比も $4:1$ です。

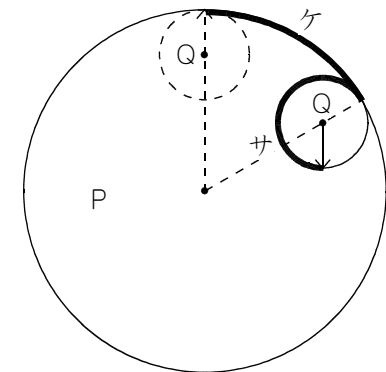


右の図のケ:コが $4:1$ ですから、ケの長さを④、
コの長さを①とします。



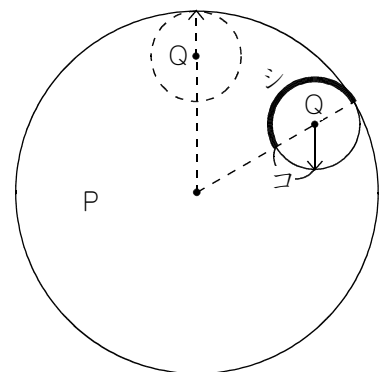
右の図のケとサは同じ長さでした。

ケの長さを④としたのですから、サの長さも④です。



よって、右の図のシの長さは $④ - ① = ③$ にあたります。

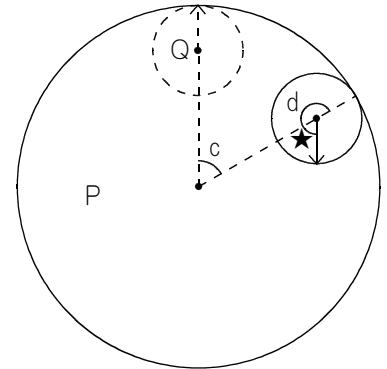
シは③、コは①で、シの中心角は 180 度ですから、コの
中心角は、 $180 \div 3 = 60$ (度) です。



(次のページへ)

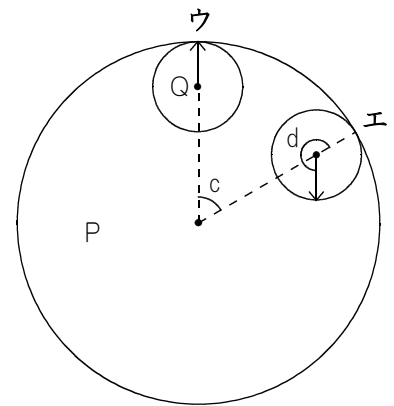
右の図の★は60度ですから、cも60度です。

dは、 $180 + \star = 180 + 60 = 240$ (度)です。



- ② 右の図のウからエまで転がると、円Qの矢印は↑から↓となったのですから、半回転しました。

cは60度であることがすでにわかっていますから、円Qが半回転する間に、円Qは円Pの内側を60度ころがったこととなります。



円Qが半回転する間に円Pの内側を60度ころがったのですから、円Qが1回転する間に、円Pの内側を $60 \times 2 = 120$ (度)ころがります。

円Pの内側を1周=360度ころがってもとの位置に戻るまでに、円Qは、 $360 \div 120 = 3$ (回転)することとなります。

別解 半径8cmの円の内側を半径2cmの円がころがる時は、「大半径÷小半径-1」の公式で求めることができますから、 $8 \div 2 - 1 = 3$ (回転)です。

そして3回転でもどってくるということは、3回転している間に円Pの内側を360度ころがるということですから、1回転している間に円Pの内側を、 $360 \div 3 = 120$ (度)ころがります。

半回転している間に円Pの内側を $120 \div 2 = 60$ (度)ころがりますから、cは60(度)、★も60度なので、dは $180 + \star = 180 + 60 = 240$ (度)です。

