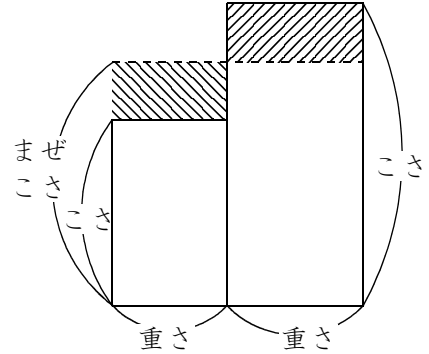


演習問題集6年上第14回・くわしい解説

目次		
ステップ①	1	(1) p.2
ステップ①	1	(2) p.3
ステップ①	1	(3) p.4
ステップ①	1	(4) p.6
ステップ①	1	(5) p.7
ステップ①	1	(6) p.8
ステップ①	1	(7) p.9
ステップ①	2 p.10
ステップ①	3 p.11
ステップ①	4 p.12
ステップ①	5 p.15
ステップ①	2	(1) p.17
ステップ①	3	(2) p.18
ステップ①	4	(3) p.19
ステップ②	2 p.20
ステップ②	3 p.21
ステップ②	4 p.22
ステップ②	5 p.23
ステップ②	6 p.24
ステップ③	1 p.25
ステップ③	2 p.26
ステップ③	3 p.27

ステップ① 1 (1)

ビーカー図では解きにくいので、右のような面積図で解きます。

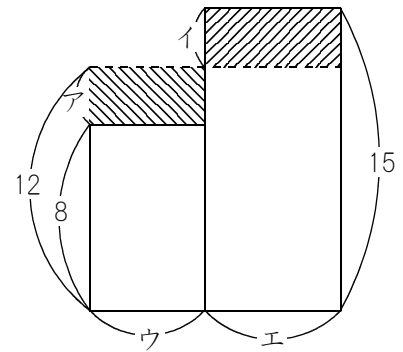


(1)の問題では、右のような面積図になります。

ア：イ = $(12 - 8) : (15 - 12) = 4 : 3$ ですから、
ウ：エは逆比になって、3：4です。

よって、8%の食塩水を③g、15%の食塩水を④gとすると、差の60gは、 $④ - ③ = ①$ にあたります。

全体の食塩水は、 $④ + ③ = ⑦$ にあたるので、 $60 \times 7 = 420$ (g)です。



ステップ① 1 (2)

1 個の仕入れ値は 1000 円です。

1 個の定価は，仕入れ値の 2 割増しなので， $1000 \times (1 + 0.2) = 1200$ (円)です。

安売りしたときは定価の 1 割引きなので，1 個あたり $1200 \times (1 - 0.1) = 1080$ (円)です。

50 個仕入れると，仕入れ値の合計は $1000 \times 50 = 50000$ (円)です。…(ア)

定価で 35 個売ると， $1200 \times 35 = 42000$ (円)です。…(イ)

安売りで 15 個売ったので， $1080 \times 15 = 16200$ (円)です。…(ウ)

売り上げは，(イ)と(ウ)の合計ですから， $42000 + 16200 = 58200$ (円)です。…(エ)

(ア)より，50000 円で仕入れて，(エ)より，58200 円で売ったのですから，全体の利益は， $58200 - 50000 = 8200$ (円)です。

ステップ① 1 (3)

分数に $\frac{154}{15}$ と $\frac{55}{84}$ をかけたところ、答えが整数になったそうです。

分数を $\frac{\triangle}{\bigcirc}$ とすると、 $\frac{\triangle}{\bigcirc} \times \frac{154}{15} = \text{整数}$ 、 $\frac{\triangle}{\bigcirc} \times \frac{55}{84} = \text{整数}$ となります。

$\frac{\triangle \times 154}{\bigcirc \times 15} = \text{整数}$ 、 $\frac{\triangle \times 55}{\bigcirc \times 84} = \text{整数}$ となりますが、分数×分数が整数になるため

には、たとえば $\frac{27}{8} \times \frac{32}{3} = \frac{\overset{9}{\cancel{27}} \times \overset{4}{\cancel{32}}}{\cancel{8}_1 \times \cancel{3}_1} = \frac{36}{1} = 36$ のように、約分されて、分母が

1 にならなければなりません。

そこで、まず \triangle はどのような数にならなければいけないのか、考えてみます。

$\frac{\triangle \times 154}{\bigcirc \times 15}$ の \triangle は分母の15と約分されて、 $\frac{\overset{\text{何か}}{\triangle} \times 154}{\bigcirc \times \underset{1}{\cancel{15}}}$ となるためには、 \triangle は15の倍数に

ならなければなりません。

同じようにして、 $\frac{\triangle \times 55}{\bigcirc \times 84}$ の \triangle は分母の84と約分されて、 $\frac{\overset{\text{何か}}{\triangle} \times 55}{\bigcirc \times \underset{1}{\cancel{84}}}$ となるためには、

\triangle は84の倍数にならなければなりません。

以上のことから、 \triangle は15の倍数でもあるし、84の倍数でもあるので、 \triangle は15と84の公倍数になります。

次に、 \bigcirc はどのような数にならなければいけないのか、考えてみます。

$\frac{\triangle \times 154}{\bigcirc \times 15}$ の \bigcirc は分子の154と約分されて、 $\frac{\triangle \times \overset{\text{何か}}{\cancel{154}}}{\underset{1}{\bigcirc} \times 15}$ となるためには、 \bigcirc は154の約数に

ならなければなりません。

同じようにして、 $\frac{\triangle \times 55}{\bigcirc \times 84}$ の \bigcirc は分子の55と約分されて、 $\frac{\triangle \times \overset{\text{何か}}{\cancel{55}}}{\underset{1}{\bigcirc} \times 84}$ となるためには、

\bigcirc は55の約数にならなければなりません。

(次のページへ)

以上のことから、○は154の約数でもあるし、55の約数でもあるので、○は154と55の公約数になります。

分数 = $\frac{\triangle}{\bigcirc}$ の、分子である△は15と84の公倍数で、○は154と55の公約数であることがわかりました。

$$A = \frac{15と84の公倍数}{154と55の公約数}$$

ところで問題には、最も小さい分数を求めなさいと書いてありました。

分数を小さくするためには、分子をなるべく小さく ($\frac{4}{7}$ より $\frac{1}{7}$ の方が小さい)、分母をなるべく数を大きく ($\frac{1}{3}$ より $\frac{1}{10}$ の方が小さい) する必要があります。

ですから、 $A = \frac{15と84の公倍数}{154と55の公約数}$ ということになり、答えは $\frac{420}{11} = 38\frac{2}{11}$ になります。

ステップ① 1 (4)

右の連除法において、 $9 \times \text{ア} \times \text{イ} = 360$ ですから、
 $\text{ア} \times \text{イ} = 360 \div 9 = 40$ です。

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) \text{A} \quad \text{B}} \\ \underline{\text{ア} \quad \text{イ}} \quad \rightarrow 360 \end{array}$$

「 $A < B$ 」ですから、「 $\text{ア} < \text{イ}$ 」です。

よって、 $(\text{ア}, \text{イ}) = (1, 40), (2, 20), (4, 10), (5, 8)$ が、考えられます。

$(\text{ア}, \text{イ}) = (1, 40)$ のとき、 $A \div 9 = 1$ 、 $B \div 9 = 40$ ですから、 $A = 1 \times 9 = 9$ 、 $B = 40 \times 9 = 360$ となり、 A 、 B がどちらも2けたの整数であるという条件に反します。

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) \text{A} \quad \text{B}} \\ \underline{1 \quad 40} \end{array}$$

$(\text{ア}, \text{イ}) = (2, 20)$ のとき、 ア も イ もまだ2でわり切れるので、最大公約数は $9 \times 2 = 18$ となり、条件に反します。

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) \text{A} \quad \text{B}} \\ 2 \overline{) \underline{2 \quad 20}} \\ \underline{1 \quad 10} \end{array}$$

$(\text{ア}, \text{イ}) = (4, 10)$ のとき、 ア も イ もまだ2でわり切れるので、最大公約数は $9 \times 2 = 18$ となり、条件に反します。

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) \text{A} \quad \text{B}} \\ 2 \overline{) \underline{4 \quad 10}} \\ \underline{2 \quad 5} \end{array}$$

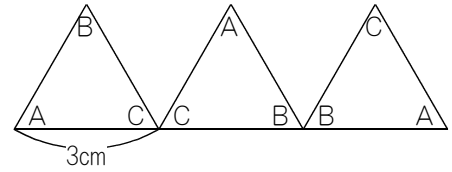
$(\text{ア}, \text{イ}) = (5, 8)$ のとき、 $A \div 9 = 5$ 、 $B \div 9 = 8$ ですから、 $A = 5 \times 9 = 45$ 、 $B = 8 \times 9 = 72$ となり、OKです。

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) \text{A} \quad \text{B}} \\ \underline{5 \quad 8} \end{array}$$

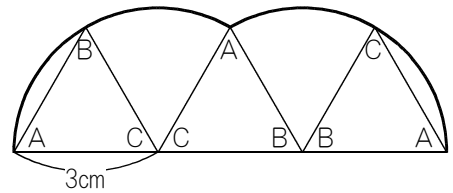
したがって、 A は45です。

ステップ① 1 (5)

三角形ABCがころがっていくと、右の図のような頂点になります。



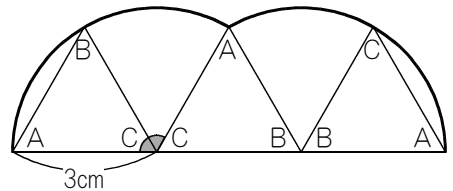
点Aが動いたあとは、右の図の太線のようになります。



かげをつけた角度は、 $180 - 60 = 120$ (度)です。

$\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$ ですから、太線の長さは、

$3 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{3} \times 2 = 4 \times 3.14 = 12.56$ (cm)です。

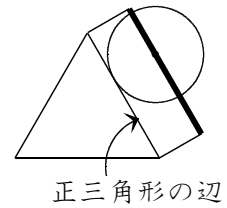


ステップ① 1 (6)

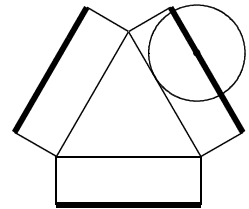
「センターラインの公式」を利用して、解くことにします。

センターラインの公式
 円の動いた部分の面積 = 円の中心の動いた長さ × 直径

正三角形の辺を利用して、右の図のように円の中心を通る長方形を描きます。

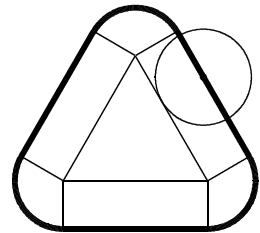


正三角形のすべての辺について、長方形を描きます。



円の中心が動いたのは、右の図の太線の部分になります。

直線部分は、正三角形の1辺の長さと同じ3cmが3本あり、
 曲線部分は、合わせると円周になります。



円の半径は1cmですから、円の中心が動いた長さは、
 $3 \times 3 + 1 \times 2 \times 3.14 = 9 + 6.28 = 15.28$ (cm)です。

円の直径は $1 \times 2 = 2$ (cm)ですから、センターラインの公式により、
 円の動いた部分の面積 = 円の中心の動いた長さ × 直径 = $15.28 \times 2 = 30.56$ (cm²)です。

ステップ① 1 (7)

底面は、底辺が4 cmで高さが2 cmの三角形なので、底面積は、 $4 \times 2 \div 2 = 4 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

この立体の高さを、5 cmと5 cmと8 cmの平均にして、 $(5 + 5 + 8) \div 3 = 6 \text{ (cm)}$ にします。

底面積は 4 cm^2 で、高さは6 cmですから、この立体の体積は、 $4 \times 6 = 24 \text{ (cm}^3\text{)}$ です。

参考 この問題のように、高さを「平均」にして求めることができる立体の底面は、次のような形の場合などがOKです。

- ・円
- ・三角形
- ・点対称な四角形。具体的には、正方形，長方形，平行四辺形，ひし形。

ステップ① 2

(1) 仕事全体を，30と20の最小公倍数である60にします。

Aは30日で60の仕事をするので，1日あたり， $60 \div 30 = 2$ ずつ仕事をします。

Bは20日で60の仕事をするので，1日あたり， $60 \div 20 = 3$ ずつ仕事をします。

右の表のようにまとめておきましょう。

全体	60
A1日	2 ずつ
B1日	3 ずつ

A，B2人がいっしょに仕事をするので，1日あたり， $2 + 3 = 5$ ずつ仕事をするようになります。

仕事全体は60ですから， $60 \div 5 = 12$ (日)で仕事を終えることができます。

(2) (1)で，仕事全体を60にすると，

Aは1日あたり2ずつ，Bは1日あたり3ずつ仕事をする
ことがわかっています。

全体	60
A1日	2 ずつ
B1日	3 ずつ

(2)では，Aは何日か休んでいます。Bは14日間ずっと働いています。

Bは1日あたり3ずつ仕事をするので，14日間ずっと働くと， $3 \times 14 = 42$ の仕事をします。

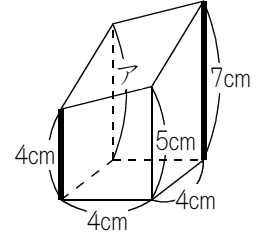
仕事全体は60ですから，Aがした仕事は， $60 - 42 = 18$ です。

Aは1日あたり2ずつ仕事をするのですから，18の仕事をするには， $18 \div 2 = 9$ (日)かかります。

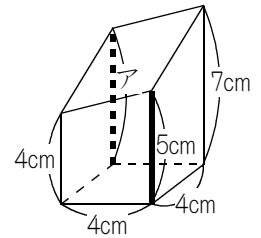
よって，Aが休んだのは， $14 - 9 = 5$ (日間)です。

ステップ① 3

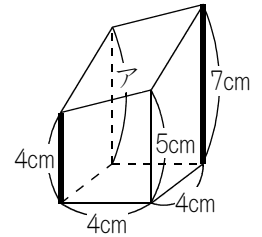
(1) 右の図の太線の長さの和と、



右の図の太線の長さの和が、等しいことを利用します。

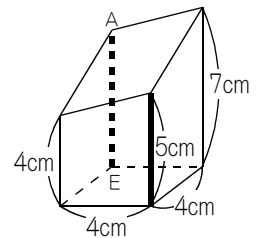


右の図の太線の長さの和は、 $4+7=11$ (cm)です。



よって、右の図の太線の長さの和も 11 cmです。

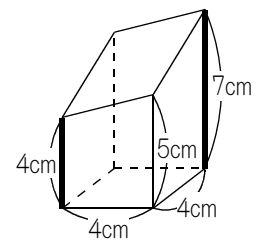
$AE + 5 = 11$ ですから、 $AE = 11 - 5 = 6$ (cm)です。



(2) この立体の体積は、「底面積×高さの平均」で求めます。

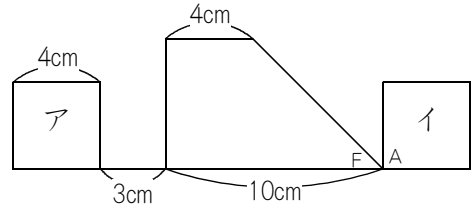
高さの平均は、4本ぶんの高さの平均を使わなくても、右の図の太線の長さの平均でOKです。

高さの平均は $(4+7) \div 2 = 5.5$ (cm) ですから、
 この立体の体積 = 底面積 × 高さの平均 = $\underbrace{(4 \times 4)}_{\text{底面積}} \times 5.5 = 88$ (cm²) です。



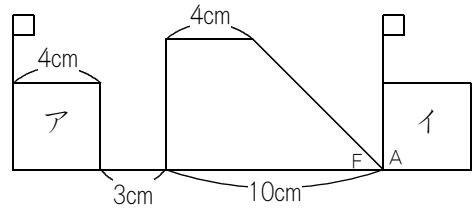
ステップ① 4 (1)

点Aが点Fに重なるまで動くのですから、
右の図のアからイまで動くことになります。



右の図の旗から旗まで動くことになるので、
正方形が動いた長さは、 $4+3+10=17$ (cm)です。

毎秒1cmで動くのですから、正方形が動いて
いるのは、 $17 \div 1 = 17$ (秒間)です。

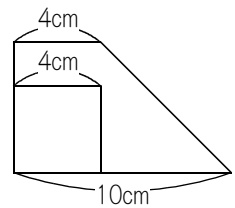


ステップ① 4 (2)

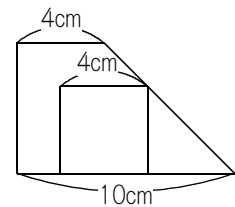
重なり部分の面積が 16 cm^2 であることに注意しましょう。

正方形 $A B C D$ の面積は $4 \times 4 = 16 (\text{cm}^2)$ で、重なり部分の面積も 16 cm^2 ですから、正方形が台形の中に全部入っている時間が何秒間かを求めることになります。

正方形が台形の中に全部入っているのは、右の図の状態から、

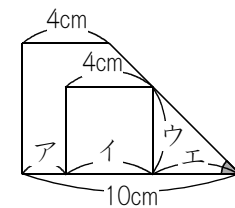


右の図の状態までです。



よって、正方形は右の図の A の長さだけ動きました。

この A の長さは、 10 cm から I と E を引くことによって求められます。



I は 4 cm で、正方形ですから U も 4 cm です。

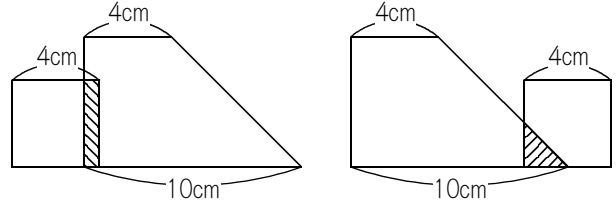
かげをつけた部分の角度は 45 度ですから直角二等辺三角形になるので、 E も 4 cm です。

よって A は、 $10 - (I + E) = 10 - (4 + 4) = 2 (\text{cm})$ です。

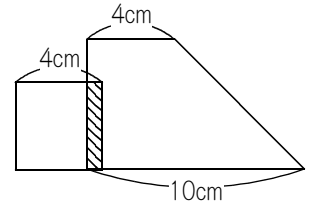
正方形は秒速 1 cm で動くのですから、正方形が台形の中に全部入っているのは、 $2 \div 1 = 2$ (秒間) です。

ステップ① 4 (3)

重なり部分の面積が 2 cm^2 となるのは、重なり始めてから少しあとのときと、重なり終わりの少し前のときの2回あります。

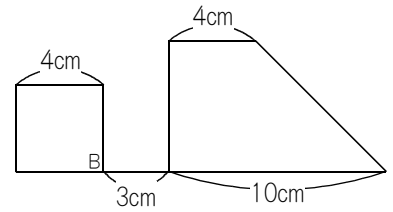


重なり始めてから少しあとのときは、右の図の斜線部分のような長方形の面積が 2 cm^2 で、たての長さは 4 cm ですから、横の長さは $2 \div 4 = 0.5\text{ (cm)}$ です。



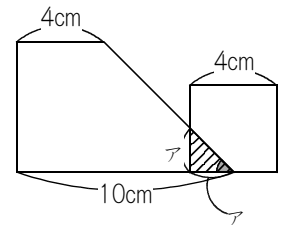
点Bは、はじめは台形から 3 cm はなれたところにいます。点Bは $3 + 0.5 = 3.5\text{ (cm)}$ 動いたことになります。

毎秒 1 cm ですから、 $3.5 \div 1 = 3.5\text{ (秒後)}$ に、重なり部分の面積が 2 cm^2 になります。



重なり終わりの少し前のときは、右の図の斜線部分のような三角形の面積が 2 cm^2 です。

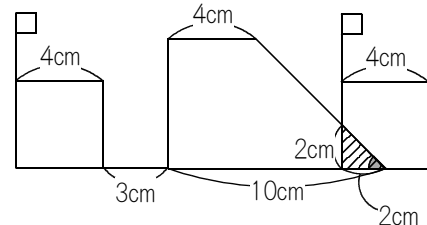
右の図のかげをつけた角度は 45 度なので、斜線部分の三角形は直角二等辺三角形になり、底辺と高さは同じ長さになるので両方ともアにすると、 $\text{ア} \times \text{ア} \div 2 = 2$ です。



よって、 $\text{ア} \times \text{ア} = 4$ となり、 $2 \times 2 = 4$ ですから $\text{ア} = 2$ です。

正方形が動き始めてからだと、右の図の旗から旗までになり、 $4 + 3 + (10 - 2) = 15\text{ (cm)}$ 動いています。

毎秒 1 cm ですから、 $15 \div 1 = 15\text{ (秒後)}$ に、重なり部分の面積が 2 cm^2 になります。



したがって、重なり部分の面積が 2 cm^2 になるのは、動き始めてから **3.5 秒後と 15 秒後** です。

ステップ① 5

(1) $264 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 11$, $308 = 2 \times 2 \times 7 \times 11$ です。

(2) (1)で、264と308の素因数分解をしましたね。

これは、ただ意味なく素因数分解をしてもらったのではなく、(2)でそれを利用してほしいので、素因数分解をしてもらったのです。

264と308の素因数分解を見ると、両方とも11を持っています。

よって11は、積が264になる3つの数のうちのいずれかだし、積が308になる3つの数のうちのいずれかでもあるので、イが11になります。

イが11だと、 $ア \times イ \times ウ = 308$ なので、 $ア \times ウ = 308 \div イ = 308 \div 11 = 28$ です。

$ア \times ウ = 28$ になるようなア、ウは、どちらも3以上11以下の数であることから、 $(ア, ウ) = (4, 7), (7, 4)$ のいずれかです。

もし $(ア, ウ) = (4, 7)$ だったら、積が315になる3つの数のうちの1つが4になりますが、「 $315 \div 4$ 」はわり切れないのでダメです。

よって $(ア, ウ) = (7, 4)$ となり、**ア = 7, イ = 11, ウ = 4**であることがわかりました。

(次のページへ)

(3) (2)までで、右の表のようになることがわかりました。

カ	キ	ク	→162
7	11	4	→308
ケ	エ	コ	
↓	↓	↓	
315	264	オ	

カ×7×ケ = 315, キ×11×エ = 264 ですから,
カ×ケ = 45, キ×エ = 24 です。

カ×ケ = 45 で、3以上11以下の数だと、(カ, ケ) = (5, 9), (9, 5)のどちらかですが、カが5だと、カ×キ×ク = 162で、「162÷5」はわり切れないのでダメですから、(カ, ケ) = (9, 5)です。

キ×エ = 24 で、3以上11以下の数だと、(キ, エ) = (3, 8), (8, 3), (4, 6), (6, 4)のどれかですが、4はすでにウで使っているし、キが8だと、カ×キ×ク = 162で、「162÷8」はわり切れないのでダメですから、(キ, エ) = (3, 8)です。

エは **8** であることがわかりました。

ここままで、右の表のようになることがわかりました。

9	3	ク	→162
7	11	4	→308
5	8	コ	
↓	↓	↓	
315	264	オ	

9×3×ク = 162 ですから、ク = 6 です。

コは、3以上11以下の数のうちまだ使っていない数である10です。

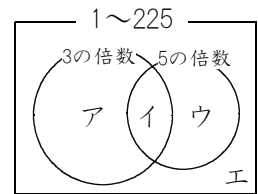
したがってオは、ク×4×コ = 6×4×10 = **240** です。

ステップ② 1 (1)

「既約分数」とは、約分することができない分数のことです。

225 を素因数分解すると $3 \times 3 \times 5 \times 5$ ですから、分子が3の倍数や5の倍数のときに約分できてしまいます。

右のようなベン図において、エの部分の個数を求めることになります。



イの部分は、3の倍数でも5の倍数でもありますから、3と5の最小公倍数である15の倍数になり、 $225 \div 15 = 15$ (個)あります。

「ア+イ」の部分は3の倍数ですから、 $225 \div 3 = 75$ (個)になり、 $ア = 75 - 15 = 60$ (個)です。

「イ+ウ」の部分は5の倍数ですから、 $225 \div 5 = 45$ (個)になり、 $ウ = 45 - 15 = 30$ (個)です。

1 から 225 までに整数は 225 個ありますから、エの部分は、 $225 - (ア + イ + ウ) = 225 - (60 + 15 + 30) = 225 - 105 = 120$ (個)です。

 ステップ② 1 (2)

「 $3 \times 6 \times 9 \times 12 \times 15 \times \dots \times 96 \times 99$ 」という式には、3の倍数ばかり並んでいることがわかりますね。

$3 = 3 \times 1$, $6 = 3 \times 2$, $9 = 3 \times 3$, \dots というように書き直すとこの式は、次のようになります。

$$(3 \times 1) \times (3 \times 2) \times (3 \times 3) \times (3 \times 4) \times (3 \times 5) \times \dots \times (3 \times 32) \times (3 \times 33)$$

かけ算というのは順番を変えてもよいので、次のように「 $3 \times$ 」のみをまとめてもOKです。

$$(3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times \dots \times 3 \times 3) \times (1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots \times 32 \times 33) \rightarrow (\star)$$

ところで、「0が何個並ぶか」＝「10で何回わり切れるか」＝「2と5で何回わり切れるか」＝「5で何回わり切れるか」です。

(\star)の式において、左側の $(3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times \dots \times 3 \times 3)$ は、5で1回もわり切れません。

よって(\star)の式が5で何回わり切れるかは、式の右側の $(1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots \times 32 \times 33)$ の部分が、5で何回わり切れるかによって決まります。

$$33 \div 5 = 6 \text{ あまり } 3$$

$$6 \div 5 = 1 \text{ あまり } 1$$

$$6 + 1 = 7$$

よって、(\star)の式は5で7回わり切れることがわかりました。

もとの「 $3 \times 6 \times 9 \times 12 \times 15 \times \dots \times 96 \times 99$ 」は、0が7個並ぶことになります。

ステップ② 1 (3)

たとえば、125は立方数ですね。 $125 = 5 \times 5 \times 5$ だからです。

216も立方数ですね。 $216 = 6 \times 6 \times 6$ だからです。

216を素因数分解すると、 $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$ です。

216を素因数分解した積の中には、「2, 2, 2, 3, 3, 3」があります。

これを同じもの3セットにすると、「2, 3」と「2, 3」と「2, 3」になります。

つまり、 $216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = (2 \times 3) \times (2 \times 3) \times (2 \times 3)$ となり、

(2×3) を計算すると6になりますから、 $216 = 6 \times 6 \times 6$ となるのです。

同じようにして、立方数である1728を、「 $\square \times \square \times \square$ 」の形にしてみましよう。

1728を素因数分解すると、 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$ です。

これを3セットにして、 $1728 = (2 \times 2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 3) \times (2 \times 2 \times 3)$ とすると、

$2 \times 2 \times 3 = 12$ ですから、 $1728 = 12 \times 12 \times 12$ となります。

では、(3)の360について、考えてみます。

$360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$ ですから、3セットにすることはできません。2は3個ですからOKですが、3は2個しかないのであと1個必要ですし、5は1個しかないのであと2個必要です。

つまり、360に3と5と5をかけると、

$$\underbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5)}_{360} \times 3 \times 5 \times 5$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$= (2 \times 3 \times 5) \times (2 \times 3 \times 5) \times (2 \times 3 \times 5) \text{ となり、立方数になるのです。}$$

360に3と5と5をかける、つまり、 $3 \times 5 \times 5 = 75$ をかけたら、立方数になることがわかりました。そしてこのとき、 $A = 2 \times 3 \times 5 = 30$ です。

ところでこの問題の場合は、Aとして2番目に小さい数を求める問題です。

1番小さいAは30です。

Aは30の倍数になりますから、2番目に小さいAは、 $30 \times 2 = 60$ です。

ステップ② 2

- (1) 蛇口から1分間に入る水の量を $\square{\text{入}}$ とします。また、ポンプ1台で1分間にくみ出す水の量を $\square{\text{ボ}}$ とします。

4500 Lの水を、ポンプ4台でくみ出すと60分で空になります。これを式にすると、

$$4500 \div (\square{\text{ボ}} \times 4 - \square{\text{入}}) = 60 \quad 4500 \div 60 = 75 \text{ ですから, } \square{\text{ボ}} \times 4 - \square{\text{入}} = 75 \text{ ……(ア)}$$

4500 Lの水を、ポンプ9台でくみ出すと25分で空になります。これを式にすると、

$$4500 \div (\square{\text{ボ}} \times 9 - \square{\text{入}}) = 25 \quad 4500 \div 25 = 180 \text{ ですから, } \square{\text{ボ}} \times 9 - \square{\text{入}} = 180 \text{ ……(イ)}$$

(ア)と(イ)をくらべると、 $180 - 75 = 105$ (L)の水を、ポンプ $9 - 4 = 5$ (台)でくみ出すことがわかります。

よって、ポンプ1台1分あたり、 $105 \div 5 = 21$ (L)をくみ出します。

- (2) (1)で、ポンプ1台1分あたり、21 Lずつ水をくみ出すことがわかりました。

(ア)の式において、 $\square{\text{ボ}} = 21$ ですから、 $21 \times 4 - \square{\text{入}} = 75$ となり、 $\text{入} = 21 \times 4 - 75 = 9$ です。

(イ)の式を利用して $\square{\text{入}}$ を求めることができます。 $21 \times 9 - \square{\text{入}} = 180$ ですから、 $\square{\text{入}} = 21 \times 9 - 180 = 9$ です。

(2)では、20分以内にタンクを空にするのですから、ちょうど20分で空になるようなポンプの台数を求めます。

ポンプの台数を \square 台とすると、 $4500 \div (\square{\text{ボ}} \times \square - \square{\text{入}}) = 20$ となり、 $\square{\text{ボ}} \times \square - \square{\text{入}} = 4500 \div 20 = 225$ です。

$$\square{\text{ボ}} = 21, \square{\text{入}} = 9 \text{ ですから, } 21 \times \square - 9 = 225 \text{ となり, } 21 \times \square = 234, \square = 11.1\cdots \text{ です。}$$

よって、ポンプが11.1…台あれば、ちょうど20分でタンクを空にできます。

20分以内にタンクを空にするには、少なくとも $11 + 1 = 12$ (台)のポンプが必要になります。

ステップ② 3

弟は自分の所持金の $\frac{3}{8}$ を使ったことを考えて、はじめの弟の所持金を 8 にします。

弟は 3 を使ったことになり、使ったあとの所持金は、 $\text{8} - \text{3} = \text{5}$ です。

使ったあとの、兄と弟の所持金の比は2:1で、弟は 5 になっているので、兄の所持金は、 $5 \times 2 = \text{10}$ です。

兄は400円使ったら、所持金は 10 になったのですから、はじめの兄の所持金は、 $(\text{10} + 400)$ 円です。

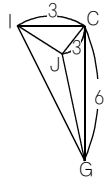
はじめの兄の所持金は $(\text{10} + 400)$ 円、はじめの弟の所持金は 8 であることがわかりました。

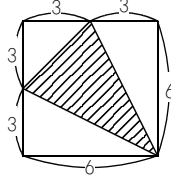
はじめの兄と弟の所持金の合計は、 $\text{10} + 400 + \text{8} = \text{18} + 400$ (円)で、これが4000円ですから、 $\text{18} = 4000 - 400 = 3600$ (円)になり、 1 あたり、 $3600 \div 18 = 200$ (円)です。

求めたいのははじめの兄の所持金ですから、 $(\text{10} + 400)$ 円です。

よって答えは、 $200 \times 10 + 400 = \text{2400}$ (円)です。

ステップ② 4

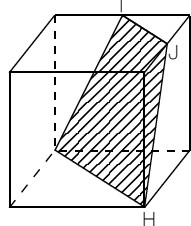
- (1) 立方体を3点G, I, Jを通る平面で切ると, 点Cをふくむ立体は,  のよ
うな三角すいになります。

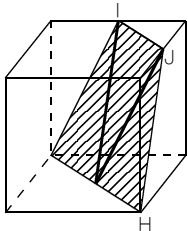
3:3:6=1:1:2の三角すいの場合, 展開図は  のようになり, 斜線
部分が切り口です。

斜線部分の面積は, 正方形全体から白い部分を引いた残りですから,
 $6 \times 6 - (3 \times 3 \div 2 + 6 \times 3 \div 2 + 6 \times 3 \div 2) = 36 - (4.5 + 9 + 9) = 36 - 22.5 = 13.5 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

参考 切り口部分の面積は, 正方形の $\frac{3}{8}$ であることをおぼえておくと超ラクです。

$$6 \times 6 \times \frac{3}{8} = 13.5 \text{ (cm}^2\text{)} \text{ のように求めることができます。}$$

- (2) 立方体を3点H, I, Jを通る平面で切ると, 切り口は  のような
台形になります。

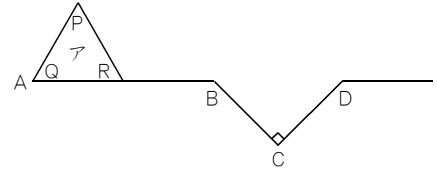


のように分けると, (1)の斜線部分が3個あることになりまから,

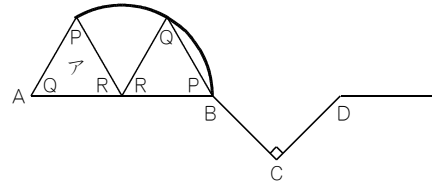
この切り口の面積は, $13.5 \times 3 = 40.5 \text{ (cm}^2\text{)}$ です。

ステップ② 5

正三角形の1つの頂点をPと名付けてありますが、他の頂点もQ, Rと名付けた方が問題を解きやすくなります。

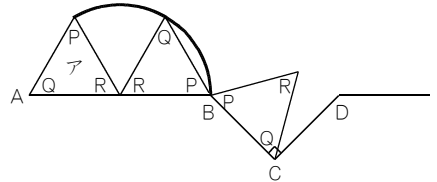


正三角形は、まず右の図のように転がり、Pは太線のように動きます。

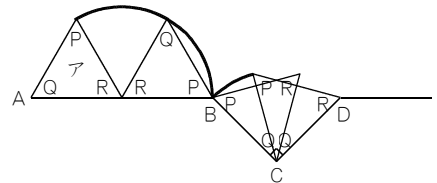


Pが動いた線は、半径が4cmで、中心角が $180 - 60 = 120$ (度)のおうぎ形の弧です。…(※1)

正三角形は、次に右の図のように転がりますが、Pは動いていません。

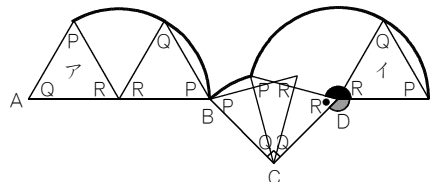


正三角形は、次に右の図のように少しだけ転がり、Pは太線のように少しだけ動きます。



Pが動いた線は、半径が4cmで、中心角が $90 - 60 = 30$ (度)のおうぎ形の弧です。…(※2)

正三角形は、次に右の図のように大きく転がり、Pは太線のように大きく動きます。



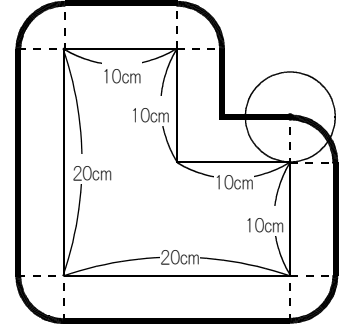
Pが動いた線は、半径が4cmで、中心角は黒くぬった角度ですが、かげをつけた角度は135度で、 \bullet をつけた角度は正三角形ですから60度なので、黒くぬった角度は、 $360 - (135 + 60) = 360 - 195 = 165$ (度)です。…(※3)

(※1), (※2), (※3)により、中心角の合計は、 $120 + 30 + 165 = 315$ (度)です。

$\frac{315}{360} = \frac{7}{8}$ ですから、Pが動いた長さは、 $4 \times 2 \times 3.14 \times \frac{7}{8} = 7 \times 3.14 = 21.98$ (cm)です。

ステップ② 6

(1) 円の中心は、右の図の太線のように動きます。



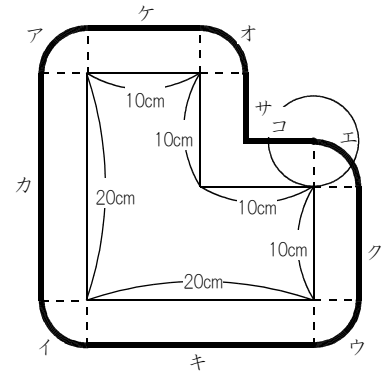
右の図のように記号を書くと、

ア, イ, ウ, エ, オはどれも四分円の弧で、半径は4cmですから、 $4 \times 2 \times 3.14 \div 4 \times 5 = 10 \times 3.14 = 31.4$ (cm)です。…(※1)

カ, キは20cmですから、 $20 \times 2 = 40$ (cm)です。…(※2)

ク, ケは10cmですから、 $10 \times 2 = 20$ (cm)です。…(※3)

コ, サは $10 - 4 = 6$ (cm)ですから、 $6 \times 2 = 12$ (cm)です。…(※4)



(※1), (※2), (※3), (※4)合わせて、 $31.4 + 40 + 20 + 12 = 103.4$ (cm)です。

(2) 「センターラインの公式」を利用して解きましょう。

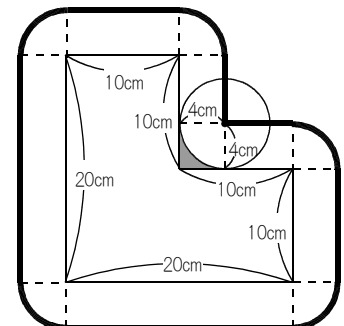
センターラインの公式

$$\text{円の動いた部分の面積} = \text{円の中心の動いた長さ} \times \text{直径}$$

ただし、くぼんでいるところ(右の図のかげの部分)の面積を引くことを忘れずに。

かげをつけた部分の面積は、
 $4 \times 4 - 4 \times 4 \times 3.14 \div 4 = 16 - 12.56 = 3.44$ (cm²)ですから、

$$\begin{aligned} & \text{円の中心の動いた長さ} \times \text{直径} - 3.44 \\ &= 103.4 \times 8 - 3.44 \\ &= 827.2 - 3.44 \\ &= \mathbf{823.76} \text{ (cm}^2\text{)} \text{です。} \end{aligned}$$



ステップ③ 1

1個の原価は400円ですから、「仕入れた金額 = $400 \times (\text{仕入れた個数})$ 」です。

1個の定価は520円ですから、「売り上げた金額 = $520 \times (\text{売り上げた個数})$ 」です。

問題によると、仕入れた金額と売り上げた金額は等しいのですから、

「 $400 \times (\text{仕入れた個数}) = 520 \times (\text{売り上げた個数})$ 」になります。

たとえば、「 $A \times 2 = B \times 3$ 」のとき、 $A : B$ は $3 : 2$ になりますね。

同じようにして、 $(\text{仕入れた個数}) : (\text{売り上げた個数}) = 520 : 400 = 13 : 10$ です。

問題には、「仕入れた個数全体の75%より2個多く売れた」と書いてあります。

仕入れた個数を13とすると、その75%は、 $\text{13} \times 0.75 = \text{9.75}$ になり、それより2個多いのが10ですから、2個が、 $\text{10} - \text{9.75} = \text{0.25}$ にあたります。

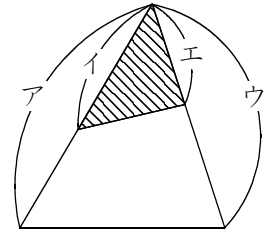
1あたり、 $2 \div 0.25 = 8$ (個)です。

求めたいのは仕入れた個数ですから13にあたるので、 $8 \times 13 = 104$ (個)です。

ステップ③ 2

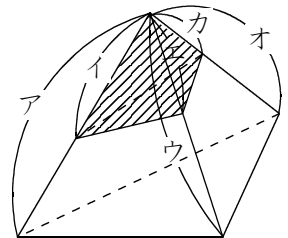
すぐるで「えんぴつ形」と名付けている三角形の面積の求め方があります。

右の図の斜線部分の面積は，全体の三角形の面積の $\frac{イ}{ア} \times \frac{エ}{ウ}$ になる，という求め方です。



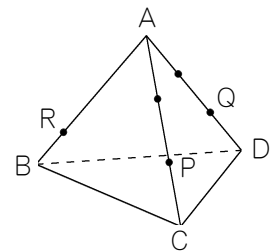
立体の場合も，「えんぴつ形」が利用できます。

右の図の斜線部分の体積は，全体の三角すいの体積の $\frac{イ}{ア} \times \frac{エ}{ウ} \times \frac{カ}{オ}$ になります。



この問題の場合は， $\frac{AP}{AC} = \frac{2}{3}$ ， $\frac{AQ}{AD} = \frac{2}{3}$ ですから，

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{AR}{AB} = \frac{1}{3} \text{ となります。}$$



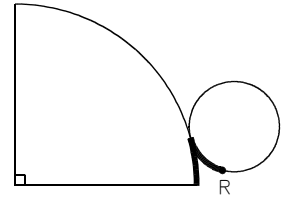
よって， $\frac{AR}{AB} = \frac{1}{3} \div \frac{2}{3} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ となりますから， $AR : AB = 3 : 4$ です。

したがって， $AR = 3$ ， $AB = 4$ とすると， $RB = 4 - 3 = 1$ ですから， $AR : RB = 3 : 1$ です。

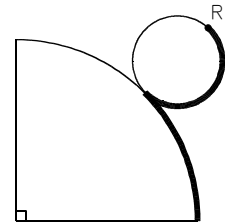
ステップ③ 3

注意 「点Rはもとの位置に戻るとは限りません」というのは、円Iが1周して戻ってきたとき、はじめの円Iの状態のように、点Rが左はしに戻ってくるとは限らない、という意味です。

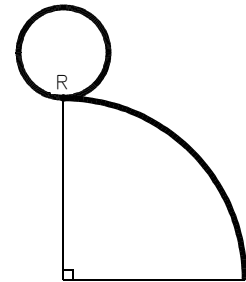
円Iが転がっていくとき、右の図の太線と太線は同じ長さです。



右の図の太線と太線も同じ長さです。



このように考えていくと、右の図の太線と太線も同じ長さになります。



つまり、半径8cmの四分円の弧の長さと、円Iの円周は同じ長さです。

半径8cmの四分円の弧の長さは、 $8 \times 2 \times 3.14 \div 4 = 4 \times 3.14$ (cm) ですから、円Iの円周も 4×3.14 (cm) です。

円Iの半径を□cmとすると、 $\square \times 2 \times 3.14 = 4 \times 3.14$ ですから、 $\square \times 2 = 4$ となり、 $\square = 4 \div 2 = 2$ (cm) です。

よって、円Iの半径は2cmであることがわかりました。

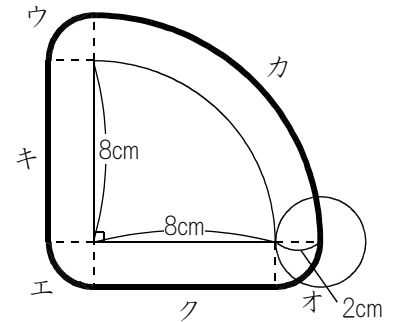
円Iが動いたあとの図形の面積を、「センターラインの公式」を利用して求めることにします。

センターラインの公式
 円の動いた部分の面積 = 円の中心の動いた長さ × 直径

(次のページへ)

半径 2 cm の円イが四分円のまわりを転がって1周すると、
 円の中心は右の図の太線のように動きます。

ウ, エ, オは半径 2 cm の四分円なので,
 $2 \times 2 \times 3.14 \div 4 \times 3 = 3 \times 3.14$ (cm) です。…(※1)



カは半径 $8 + 2 = 10$ (cm) の四分円なので, $10 \times 2 \times 3.14 \div 4 = 5 \times 3.14$ (cm) です。…(※2)

キ, クは長さ 8 cm なので, $8 \times 2 = 16$ (cm) です。…(※3)

(※1), (※2), (※3)により, 円イの中心が動いた長さは,
 $3 \times 3.14 + 5 \times 3.14 + 16 = (3 + 5) \times 3.14 + 16 = 8 \times 3.14 + 16 = 25.12 + 16 = 41.12$ (cm) です。

センターラインの公式により,
 円の動いた部分の面積 = 円の中心の動いた長さ \times 直径 = $41.12 \times 4 = 164.48$ (cm²) です。