シリーズ6年上第17回・くわしい解説

目　次

すぐる学習会
https://www.suguru.jp

重要問題チェック $\boxed{1}$

(1)　「百の位を四捨五入」ではなく，四捨五入して「百の位まで」求めることに注意しましょう。

百の位までにするのですから，十の位である「５」を見て，５ですから切り上げをします。

よって 3456 は 3500 になります。

(2)　「一万の位を四捨五入」ではなく，四捨五入して「一万の位まで」求めることに注意しましょう。

一万の位までにするのですから，千の位である「２」を見て，２ですから切り捨てをします。

よって 62809 は 60000 になります。

(3)　「小数第２位を四捨五入」ではなく，四捨五入して「小数第２位まで」求めることに注意しましょう。

小数第２位までにするのですから，小数第３位である「1」を見て，１ですから切り捨てをします。

よって 3.14159 は 3.14 になります。

重要問題チェック $\boxed{2}$

(1)　最小の整数は，切り上げをして 300 になる，最も小さい数です。

切り上げて百の位が３になるのですから，切り上げる前は２です。

切り上げになるためには，十の位は５以上でなければなりません。最も小さい数は５です。

十の位を５にしたら，一の位はどんな数であっても四捨五入すると 300 になりますから，一の位は０から９まで何でもよく，最も小さい数である０にします。

よって，百の位は２，十の位は５，一の位は０ですから，最小の整数は 250 です。

最大の整数は，切り捨てをして 300 になる，最も大きい数です。

切り捨てて百の位が３になるのですから，切り捨てする前も３です。

切り捨てになるためには，十の位は４以下でなければなりません。最も大きい数は４です。

十の位を４にしたら，一の位はどんな数であっても四捨五入すると 300 になりますから，一の位は０から９まで何でもよく，最も大きい数である９にします。

よって，百の位は３，十の位は４，一の位は９ですから，最大の整数は 349 です。

(2)　四捨五入して９になる数の範囲は，8.5 以上 9.5 未満です。

$\boxed{\text{注意}}$　9.5 未満ではなく，9.4 以下にしてしまうミスが非常に多いです。注意しましょう。たとえば 9.49 でも四捨五入すると９になるし，9.499 でも四捨五入すると９になります。

B ÷ 14 ＝ 8.5 以上 9.5 未満　となり，8.5 × 14 ＝ 119，9.5 × 14 ＝ 133　ですから，
B ＝ 119 以上 133 未満です。

B は 119 以上ですから，最小の整数は 119 です。また，133 未満ですから最大の整数は 132 です。

$\boxed{\text{注意}}$　132 ÷ 14 ＝ 9.42 … ですから，132 を四捨五入すると確かに９になります。

重要問題チェック $\boxed{3}$

このような問題では，Ａ－Ｂ＝Ｃ，Ｄ×Ｄ＝Ａ，Ｄ×Ｅ＝Ｆ，Ｅ×Ｂ＝Ｇの４つの式のうち，文字の種類が最も少ない「Ｄ×Ｄ＝Ａ」に注目します。

もしＤ＝１だったら，Ａ＝1×1＝１となり，ＤとＡが同じ数になってしまうのでダメです。
Ｄ＝２だったら，Ａ＝2×2＝４となり，これはＯＫです。
Ｄ＝３だったら，Ａ＝3×3＝９となり，これもＯＫです。
Ｄ＝４だったら，Ａ＝4×4＝16となり，９よりも大きくなるのでダメです。
もちろんＤ＝５以上の場合もダメです。

結局，(Ｄ，Ａ)として考えられるのは，(2，4)と(3，9)だけです。

(Ｄ，Ａ)＝(2，4)の場合，「Ｄ×Ｅ＝Ｆ」の式に注目すると，
2×1＝２はＤとＦが同じになるからダメ，
2×2＝４はＤとＥが同じなのでダメ，
2×3＝６はＯＫ，
2×4＝８はＡとＥが同じなのでダメ。
2×5＝10は９以上になっているのでダメ。

よって，(Ｄ，Ａ)＝(2，4)のとき，(Ｅ，Ｆ)＝(3，6)です。
「Ｅ×Ｂ＝Ｇ」の式に注目すると，
3×1＝３はＥとＧが同じになるからダメ，
3×2＝６はＤとＢが同じなのでダメ，
3×3＝９はＥとＢが同じなのでダメ，
3×4＝12は９以上になっているのでダメ。

よって，(Ｄ，Ａ)＝(2，4)の場合は，すべてダメになりました。

(次のページへ)

次に，(Ｄ，Ａ)＝(3，9)の場合を考えます。
「Ｄ×Ｅ＝Ｆ」の式に注目すると，
3×1＝3はＤとＦが同じになるからダメ，
3×2＝6はＯＫ，
3×3＝9はＤとＥが同じなのでダメ，
3×4＝12は9以上になっているのでダメ。

よって，(Ｄ，Ａ)＝(3，9)のとき，(Ｅ，Ｆ)＝(2，6)です。
「Ｅ×Ｂ＝Ｇ」の式に注目すると，
2×1＝2はＥとＧが同じになるからダメ，
2×2＝4はＥとＢが同じなのでダメ，
2×3＝6はＤとＢが同じなのでダメ，
2×4＝8はＯＫ，
2×5＝10は9以上になっているのでダメ。

よって，(Ｄ，Ａ，Ｅ，Ｆ)＝(3，9，2，6)のとき，(Ｂ，Ｇ)＝(4，8)です。

まだ使っていない式は「Ａ－Ｂ＝Ｃ」です。
Ａ＝9，Ｂ＝4ですから，Ｃ＝9－4＝5です。

これで，(Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆ，Ｇ)は，(9，4，5，3，2，6，8)であることがわかりました。

重要問題チェック $\boxed{4}$

このような問題では，勝敗表を書いて整理します。

右の勝敗表において，★のところはＡはＤに勝ったか負けたかを表し，☆のところはＣはＢに勝ったか負けたかを表します。

Ａ対Ａ，Ｂ対Ｂ，…，Ｅ対Ｅという試合はないので，しゃ線を引いてあります。

は＼に	A	B	C	D	E
A	＼			★	
B		＼			
C		☆	＼		
D				＼	
E					＼

問題に，ＡはＤに勝ったと書いてありました。

逆に言うと，ＤはＡに負けたのですから，右の表のように書きこむことができます。

は＼に	A	B	C	D	E
A	＼			○	
B		＼			
C			＼		
D	×			＼	
E					＼

同じようにして，「ＢはＡに勝った」＝「ＡはＢに負けた」。

は＼に	A	B	C	D	E
A	＼	×		○	
B	○	＼			
C			＼		
D	×			＼	
E					＼

「ＣはＢに勝った」＝「ＢはＣに負けた」。

は＼に	A	B	C	D	E
A	＼	×		○	
B	○	＼	×		
C		○	＼		
D	×			＼	
E					＼

「ＤはＥに勝った」＝「ＥはＤに負けた」。

はに	A	B	C	D	E
A	＼	×		○	
B	○	＼	×		
C		○	＼		
D	×			＼	○
E				×	＼

「ＥはＣに負けた」＝「ＣはＥに勝った」。

はに	A	B	C	D	E
A	＼	×		○	
B	○	＼	×		
C		○	＼		○
D	×			＼	○
E			×	×	＼

他に，「勝ち数が同じチームはありませんでした」と書いてありました。

どのチームも，自分以外の４チームと試合をするので，４試合するはずです。

よってＡからＥの５チームの勝敗は，「４勝０敗」「３勝１敗」「２勝２敗」「１勝３敗」「０勝４敗」のいずれかになります。

まず，「４勝０敗」となるチームが１チームあるはずですが，Ａ，Ｂ，Ｄ，Ｅにはすでに負けがあります。
よって，「４勝０敗」となるのはＣチーム以外にはありえません。

はに	A	B	C	D	E
A	＼	×		○	
B	○	＼	×		
C		○	＼		○
D	×			＼	○
E			×	×	＼

（次のページへ）

よって，ＣはＡ，Ｄにも勝ちました。

逆に，Ａ，ＤはＣに負けました。

また，「０勝４敗」となるチームが１チームあるはずですが，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄにはすでに勝ちがあります。
よって，「０勝４敗」となるのはＥチーム以外にはありえません。

は＼に	A	B	C	D	E
A		×	×	○	
B	○		×		
C	○	○		○	○
D	×		×		○
E			×	×	

よって，ＥはＡ，Ｂにも負けました。

逆に，Ａ，ＢはＥに勝ちました。

残った対戦はＢ対Ｄですが，もしＢがＤに負けたとしたらＡもＢもＤも２勝２敗となり，「勝ち数が同じチームがない」という条件に反します。

は＼に	A	B	C	D	E
A		×	×	○	○
B	○		×		○
C	○	○		○	○
D	×		×		○
E	×	×	×	×	

よって，ＢはＤに勝ち，逆にＤはＢに負けたことになります。

Ａは２勝２敗，Ｂは３勝１敗，Ｃは４勝０敗，Ｄは１勝３敗，Ｅは０勝４敗ですから，勝ち数が多い方から順に並べると，Ｃ，Ｂ，Ａ，Ｄ，Ｅになります。

は＼に	A	B	C	D	E
A		×	×	○	○
B	○		×	○	○
C	○	○		○	○
D	×	×	×		○
E	×	×	×	×	

重要問題チェック $\boxed{5}$

　まず，Ｃ「ぼくとＡの間にゴールした人は２人いた」に注目します。

　ＣとＡのどちらが早くゴールしたかはわからないので，「Ｃ○○Ａ」か，「Ａ○○Ｃ」が考えられます。

　次に，Ｄ「ぼくはＣの次にゴールした」に注目すると，「ＣＤ」の順番だったことがわかります。

　「Ｃ○○Ａ」の場合は「ＣＤ○Ａ」となり，「Ａ○○Ｃ」の場合は「Ａ○○ＣＤ」となります。

　ところで「Ａ○○ＣＤ」ですが，５人で走ったのですから，この場合Ａは１位になってしまいます。ところが，Ａ「ぼくは１位ではなかった」と言っていますからこれはダメです。

　よって，「ＣＤ○Ａ」の並びのみが合っていることになります。

　また，Ｅ「ぼくはＡの次にゴールした」に注目すると，「ＣＤ○ＡＥ」となり，○には残りの人であるＢが入るので，「ＣＤＢＡＥ」の順にゴールしたことがわかりました。

　答えは，Ａ４位，Ｂ３位，Ｃ１位，Ｄ２位，Ｅ５位です。

重要問題チェック $\boxed{6}$

どこに注目すればうまく解けるかを考えましょう。

ア	4	イ
ウ	エ	オ
2.2	カ	8

「カ」に注目すると，「4＋エ＋カ」と「2.2＋カ＋8」は等しいことがわかります。

ア	4	イ
ウ	エ	オ
2.2	カ	8

てんびんの片方のお皿には「4とエとカ」が，もう片方のお皿には「2.2とカと8」が乗っていて，つり合っているイメージです。

両方のお皿から「カ」を取り除いても，まだつり合っています。

つまり，「4とエ」が，「2.2と8」とつり合っているので，エは，2.2＋8－4＝ 6.2 です。

次に「ア」に注目すると，「ア＋ 6.2 ＋ 8」と「ア＋ウ＋ 2.2」が等しく，「ア」を取り除くと「6.2 ＋ 8」と「ウ＋ 2.2」が等しいことになるので，ウは 6.2＋8－2.2＝ 12 です。

ア	4	イ
ウ	6.2	オ
2.2	カ	8

次に「イ」に注目すると，「2.2 ＋ 6.2 ＋ イ」と「イ＋オ＋ 8」が等しく，「イ」を取り除くと「2.2 ＋ 6.2」と「オ＋ 8」が等しいことになるので，オは 2.2＋6.2－8＝ 0.4 です。

ア	4	イ
12	6.2	オ
2.2	カ	8

これで横１列がそろいました。

12＋6.2＋0.4＝ 18.6 です。

⇨

ア	4	イ
12	6.2	0.4
2.2	カ	8

たて・横・ななめのどの３つの和も，すべて 18.6 であることがわかりました。

したがって，アは 18.6－(12＋2.2)＝ 4.4，または，18.6－(6.2＋8)＝ 4.4，
イは 18.6－(2.2＋6.2)＝ 10.2，または，18.6－(0.4＋8)＝ 10.2，
カは 18.6－(4＋6.2)＝ 8.4，または，18.6－(2.2＋8)＝ 8.4 です。
ア＝ 4.4，イ＝ 10.2，ウ＝ 12，エ＝ 6.2，オ＝ 0.4，カ＝ 8.4 であることがわかりました。

ア 4.4	4	イ 10.2
ウ 12	エ 6.2	オ 0.4
2.2	カ 8.4	8

(次のページへ)

$\boxed{\text{別解}}$　右の図の４とオの平均が2.2になることを知っていると，もっとカンタンに解くことができます。

(4＋オ)÷2＝2.2 ですから，オ＝2.2×2－4＝0.4 です。

ア	4	イ
ウ	エ	オ
2.2	カ	8

同じようにして，(4＋ウ)÷2＝8 ですから，ウ＝8×2－4＝12 です。

ア	4	イ
ウ	エ	0.4
2.2	カ	8

エは 12 と 0.4 の平均であることもおぼえておきましょう。

エ＝(12＋0.4)÷2＝6.2 です。

ア	4	イ
12	エ	0.4
2.2	カ	8

6.2 はアと８の平均でもあるので，ア＝6.2×2－8＝4.4 です。

6.2 はイと 2.2 の平均でもあるので，イ＝6.2×2－2.2＝10.2 です。

6.2 は４とカの平均でもあるので，カ＝6.2×2－4＝8.4 です。

ア	4	イ
12	6.2	0.4
2.2	カ	8

ア＝4.4，イ＝10.2，ウ＝12，エ＝6.2，オ＝0.4，カ＝8.4 であることがわかりました。

ア 4.4	4	イ 10.2
ウ 12	エ 6.2	オ 0.4
2.2	カ 8.4	8

ステップアップ演習$\boxed{1}$

(1)　$\boxed{1}$のカードは最も小さいので，１回戦で必ず負けます。

１回戦で負けている，Ｂ，Ｃ，Ｅ，Ｈが，１を持っている可能性がある人です。

(2)　$\boxed{7}$のカードは，$\boxed{8}$のカードの次に強いカードです。

よって，$\boxed{7}$のカードを持っている人は，$\boxed{8}$のカードを持っている人にだけ負けます。

$\boxed{8}$のカードを持っている人は優勝した人なのでＧです。

よって$\boxed{7}$のカードを持っているのは，Ｇに負けた人です。

Ｇは１回戦でＨに，２回戦でＦに，３回戦(決勝)でＤに勝ちました。

よって$\boxed{7}$のカードを持っている可能性のある人は，Ｄ，Ｆ，Ｈです。

ステップアップ演習 $\boxed{2}$ (1)

全部で 140 票のうち，すでに 130 票まで開票されています。残りは 140－130＝10(票)です。

まず，当選確実な人を求めます。

当選確実とは，今後どんなマズい状況になっても，ちゃんと上位 3 位までに入れることが確実ということです。

――― Ａが当選確実かどうか ―――

A	B	C	D	E	F
34	28	26	23	11	8

⇩

A	B	C	D	E	F
34	34	34	34	11	8

Ａにとってマズい状況なのは，上位４人がすべて同じ票数になることです。

つまり，右の表のようになるとマズいわけです。

この表のようになるためには，Ｂはあと 34－28＝6(票)，Ｃはあと 34－26＝8(票)，Ｄはあと 34－23＝11(票)とる必要があるので，Ｂ，Ｃ，Ｄ合わせて，6＋8＋11＝25(票)とらないといけませんが，残りはあと 10 票なので，こういう状況になることはありません。

つまり，上位４人がすべて同じ票数になることはなく，Ａは３位までには確実に入るので，Ａは当選確実です。

――― Ｂが当選確実かどうか ―――

A	B	C	D	E	F
34	28	26	23	11	8

⇩

A	B	C	D	E	F
34	28	28	28	11	8

Ｂにとってマズい状況なのは，Ａは当選確実だから放っておくとして，残りＢ，Ｃ，Ｄの３人が同じ票数になることです。

つまり，右の表のようになるとマズいわけです。

この表のようになるためには，Ｃはあと 28－26＝2(票)，Ｄはあと 28－23＝5(票)とる必要があるので，Ｃ，Ｄ合わせて，2＋5＝7(票)とらないといけませんが，残りはあと 10 票なので，このいう状況になることはありえます。
そして残り 10－7＝3(票)が，ＣやＤがとったりすると，Ｂの当選はなくなります。

よって，Ｂは当選確実というわけではないので，当選確実なのはＡだけです。

(次のページへ)

次に，落選確実な人を求めます。

上位３位までに入れば当選ですが，Ｆは現在８票なので，残り 10 票がすべてＦに入っても，8＋10＝ 18(票)にしかならず，当選はできません。

A	B	C	D	E	F
34	28	26	23	11	8

Ｅも，残り 10 票をすべてもらっても，11＋10＝ 21(票)にしかならず，当選できません。

しかしＤは，残り 10 票をすべてもらうと 23＋10＝ 33(票)となり，上位３位に入るので当選できます。

つまりＤは，落選確実というわけではありません。まだ当選する可能性はあります。

よって落選確実なのは，ＥとＦです。

これで，当選確実なのはＡで，落選確実なのはＥ，Ｆであることがわかりました。

ステップアップ演習 $\boxed{2}$ (2)

Ｃは今のところ３位なので，当選の有力候補ですが，当選確実というわけではありません。Ｄの存在がコワイです。
残り 140－130＝10(票)のゆくえによって，Ｄが当選することもありえます。

A	B	C	D	E	F
34	28	26	23	11	8

この状況からＤが追い上げて，Ｃと同じ票数になったとすると右の表のようになります。

A	B	C	D	E	F
34	28	26	26	11	8

Ｄは 26－23＝3(票)を連続してとったので，残りの票数は 10－3＝7(票)です。

7票を半分にすると3.5票ですが，Ｃに３票，Ｄに４票投票されると，Ｃは 26＋3＝29(票)，Ｄは 26＋4＝30(票)となり，ＣはＤとの勝負に負けてＣは落選になると思われますが，表をよく見ると，なんと！このときＣはＢに勝っているので３位となり，当選してしまうのです。

A	B	C	D	E	F
34	28	29	30	11	8

つまり，Ｃにとってのライバルはだけでなく，ＢもＤもライバルだったのです。

そこで，130票まで開票されている状態からＣとＤが追い上げて，Ｂと同じ票数になったとします。

A	B	C	D	E	F
34	28	26	23	11	8

⇩

Ｃは 28－26＝2(票)，Ｄは 28－23＝5(票)とったので，合わせて 2＋5＝7(票)。残っているのは，10－7＝3(票)です。

表1

A	B	C	D	E	F
34	28	28	28	11	8

⇩

この３票のゆくえによってだれが当選するかが決まります。

Ｃにとってマズイ状況なのは，この３票がＢ，Ｃ，Ｄに１票ずつ入って，右の表のような状況になることです。

表2

A	B	C	D	E	F
34	29	29	29	11	8

つまり，表１の状態から２票とれば，当選確実ということです。

Ｃは２票とったら表１の状態になり，さらに２票とれば当選確実ですから，Ｃは最低あと 2＋2＝4(票)とれば，当選確実ということがわかりました。

ステップアップ演習 $\boxed{3}$ (1)

同じルールで，「１になったらそこで終了」という問題が有名ですが(「コラッツの予想」といいます)，この問題は１になっても終了ではなく，続いていきます。

①　はじめ　1回目　2回目　3回目　4回目　5回目　6回目　7回目　8回目
　20 → 10 → 5 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1 → 4

となるので，８回操作した時点で4になります。

②　さらに続けていくと，
はじめ　1回目　2回目　3回目　4回目　5回目　6回目　7回目　8回目　9回目　10回目
20 → 10 → 5 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1 → 4 → 2 → 1

最初から４回目までを除くと，あとは「4→2→1」のくり返しです。

全部で 100 回操作するのですから，最初から４回ぶんを取り除くと，残りは 100－4＝ 96(回)です。

「4→2→1」の３回ぶんを１セットとすると，96÷3＝ 32(セット)ぴったりです。

よって 100 回操作したときは，セットの最後である「1」になります。

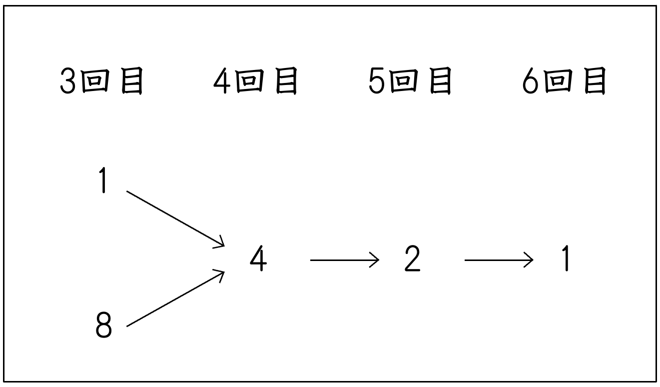
ステップアップ演習 3 (2)

６回目から，前にもどっていきます。

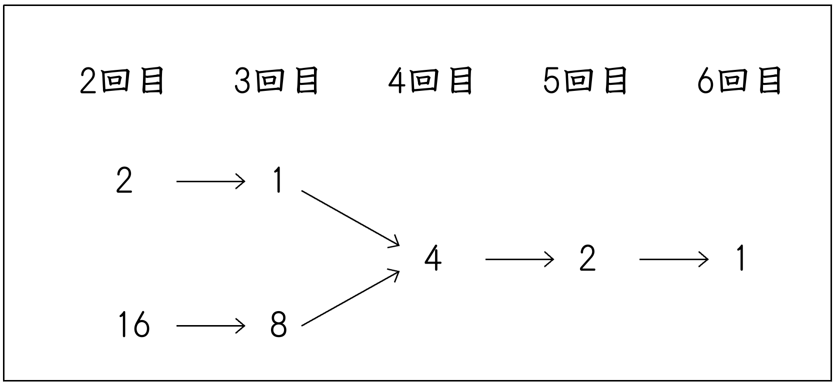
６回目で１になったので，５回目は１×2＝２です。

４回目は，2×2＝４です。

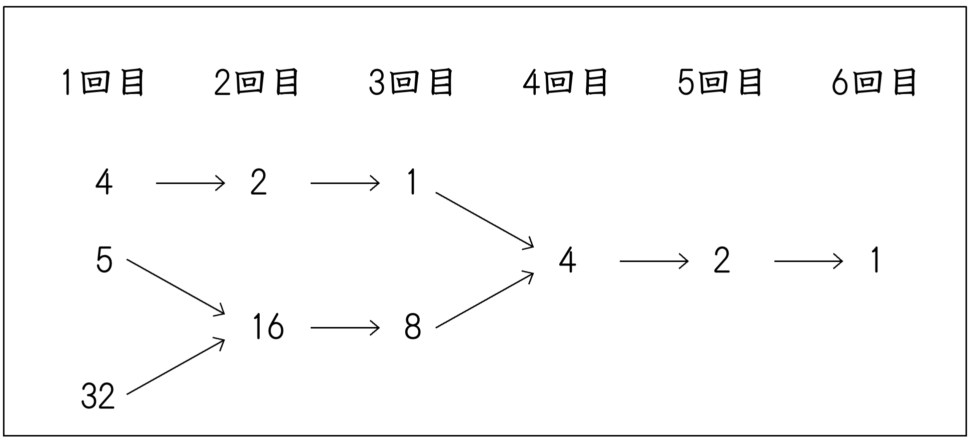
３回目は，
奇数×3＋1＝４のとき，奇数＝１です。
偶数÷2＝４のとき，偶数＝８です。



２回目は，３回目が１だったときは２のみです。
３回目が８だったときは，奇数×3＋1＝８は割り切れないのでダメなので，偶数÷2＝８のときのみで，8×2＝16 です。



１回目は，２回目が２だったときは４のみです。
２回目が 16 だったときは，奇数×3＋1＝16 のときは，(16－1)÷3＝５です。
偶数÷2＝16 のときは，16×2＝32 です。

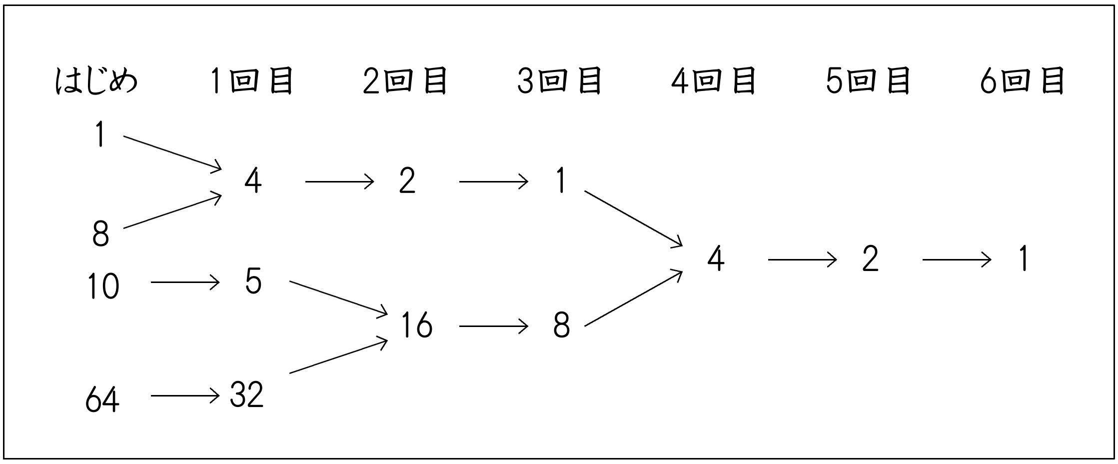


（次のページへ）

はじめは，１回目が４だったときは，１と８です。

１回目が５だったときは，奇数×3＋1＝５のときは割り切れないのでダメです。
偶数÷2＝５のときは，5×2＝10 です。

１回目が 32 だったときは，奇数×3＋1＝32 のときは割り切れないのでダメです。
偶数÷2＝32 のときは，32×2＝64 です。



よって答えは，1，8，10，64 です。

ステップアップ演習 $\boxed{4}$ (1)

ふつうの十進法では，0から9までの，10種類の数字を使って数を表します。

ところがこの問題では，4の数字を使わないので，残り9種類の数字を使って数を表すことになるので，9進法ということになります。

しかし，ふつうの9進法ではありません。ふつうの9進法では，0から8までの9種類の数字を使います。

そこで「ふつうの9進法」と「この問題の9進法」とをくらべたものが，右の表です。

ふつう	0	1	2	3	4	5	6	7	8
	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
この問題	0	1	2	3	5	6	7	8	9

この問題での「176号室」というのは，この問題においての書き方で「176」になったわけで，ふつうの9進法では「176」ではありません。

右の表を見るとわかる通り
この問題での「1」は，ふつうの9進法でも「1」であり，
この問題での「7」は，ふつうの9進法では「6」，
この問題での「6」は，ふつうの9進法では「5」ですから，
この問題での「176」は，ふつうの9進法では「165」になります。

よって，ふつうの9進法で表される「165」を，十進法に直すことになります。
右の図のように位取りを書くと，81が1個，9が6個，1が5個ですから，81×1＋9×6＋1×5＝ 140。

1	6	5
↑	↑	↑
81の位	9の位	1の位

よって，はじめからかぞえて140番目の部屋であることがわかりました。

ステップアップ演習$\boxed{4}$(2)

この問題も(1)と同じように，「ふつうの９進法」と「この問題の９進法」とをくらべる表を利用します。

ふつう	0	1	2	3	4	5	6	7	8
	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
この問題	0	1	2	3	5	6	7	8	9

(2)は，はじめからかぞえて258番目の部屋が何号室かを求める問題です。

つまり，258という数を９進法で表しなさいという問題です。

この問題は機械的な計算方法もありますが，以下では９進法の意味を考えて解く方法で説明します。

９進法の位取りは，右の図のようになります。
いまは258を９進法で表すのですから，729の位には何も入れません。
258÷81＝３ あまり 15 ですから，81の位には３を入れて，残り15です。
15÷9＝１ あまり ６ ですから，９の位には１を入れ，１の位には６を入れます。

□	□	□	□
↑	↑	↑	↑
729の位	81の位	9の位	1の位

よって，258を９進法で表すと，316となります。

ただし，この表し方は，「ふつうの９進法」の場合です。

この問題の場合は，右の表のように，数字を変えなければなりません。

ふつう	0	1	2	3	4	5	6	7	8
	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
この問題	0	1	2	3	5	6	7	8	9

「ふつうの９進法」での３は，「この問題での９進法」でも３です。
「ふつうの９進法」での１は，「この問題での９進法」でも１です。
「ふつうの９進法」での６は，「この問題での９進法」では７です。

よって，258番目の部屋は，「316」号室ではなく「317」号室になります。

ステップアップ演習 $\boxed{5}$ (1)

2ケタと3ケタの数に分けて考えます。

2ケタの整数は，10から99までで，99－10＋1＝90(個)あります。

$\boxed{\text{注意}}$　99－10＝89(個)ではありません。注意しましょう。

2ケタの整数が90個あるのですから，バラバラにすると 2×90＝180(個)です。

300個目の数字を知りたいのですが，2ケタの数字は180個あったのですから，3ケタの数字の 300－180＝120(個)目を求めることになります。

3ケタの数1つは3個の数字を持っているので，120個目ということは，120÷3＝40(個)目の3ケタの数を求めればよいわけです。

3ケタの数は100から始まります。

もし100から200までだったら，200－100＋1＝101(個)あります。

100から $\boxed{}$ までだったら，($\boxed{}$ －100＋1)個です。これが40個になればよいので，$\boxed{}$ －100＋1＝40です。

40－1＝39　　39＋100＝139 ですから，100から139までが，3ケタの数が40個あり，数字が120個あることになります。

よって答えは139をバラバラにして1，3，9にしたときの最後の数字である9です。

ステップアップ演習 $\boxed{5}$ (2)

たとえば，109，110，111，112 の中に，数字の「1」は何個あるでしょうか。

109 には 1 個，110 には 2 個，111 には 3 個，112 には 2 個ありますから，
全部で 1＋2＋3＋2＝ 8 (個)になりますね。

別の数え方もあります。百の位だけ，十の位だけ，一の位だけ数えていく方法です。

百の位は，$\underline{\underline{1}}09$，$\underline{\underline{1}}10$，$\underline{\underline{1}}11$，$\underline{\underline{1}}12$ ですから 4 個あります。
十の位は，109，$1\underline{\underline{1}}0$，$1\underline{\underline{1}}1$，$1\underline{\underline{1}}2$ ですから 3 個あります。
一の位は，109，110，$11\underline{\underline{1}}$，112 ですから 1 個あります。

よって全部で，4＋3＋1＝ 8 (個)です。

(2)の問題も，百の位・十の位・一の位だけ数えていく方法で解きます。

10 から 99 までの 2 ケタの数を，0 をつけ加えて「010 から 099 まで」としても，「1」の個数には影響せず，しかもすべて 3 ケタの数として扱えますから便利です。

そうすると，「10 から 300 まで」は「010 から 300 まで」になります。

百の位の「1」は，「$\underline{\underline{1}}$ A B」という数が何個あるかを数えることになります。
「　A B」は，00 から 99 までの 100 個ありますから，百の位の「1」は 100 個あることになります。

十の位の「1」は，「A $\underline{\underline{1}}$ B」という数が何個あるかを数えることになります。
「A　B」は，「0　0」から「2　9」までの 30 個ありますから，十の位の「1」は 30 個あることになります。

一の位の「1」は，「A B $\underline{\underline{1}}$」という数が何個あるかを数えることになります。
「A B　」は，「0 1　」から「2 9　」までの 29 個ありますから，一の位の「1」は 29 個あることになります。

百の位の「1」は 100 個，十の位の「1」は 30 個，一の位の「1」は 29 個ありますから，全部で 100＋30＋29＝ 159 (個)の「1」があります。

ステップアップ演習 $\boxed{6}$

連続整数の和で表す方法は，「１以外の奇数の約数の個数」通りできます。

70 の約数は，1，2，5，7，10，14，35，70 ですが，このうち奇数の約数は，1，5，7，35 の 4 個です。

よって「１以外の奇数の約数」は，5，7，35 の 3 個ありますから，70 を連続整数の和で表す方法は，3 通りあります。

5 の場合は，70 を 5 個の連続整数の和で表します。
70÷5＝ 14 ですから，まん中を 14 にして，「○＋○＋14＋○＋○」となります。
よって，「12＋13＋14＋15＋16」になります。

7 の場合は，70 を 7 個の連続整数の和で表します。
70÷7＝ 10 ですから，まん中を 10 にして，「○＋○＋○＋10＋○＋○＋○」となります。
よって，「7＋8＋9＋10＋11＋12＋13」になります。

35 の場合は，70 を 35 個の連続整数の和で表します。
70÷35＝ 2 ですから，まん中を 2 にして，「○＋○＋…＋○＋2＋○＋○＋…＋○」になります。
35 個のうち，「2」の 1 個以外は，35－1＝ 34(個)ですから，2 の左側にも右側にも，34÷2＝ 17(個)ずつあります。

よって「○＋○＋…＋○＋2＋○＋○＋…＋○」のうち，一番左の数は，2 よりも 17 小さい数なので，2－17＝ －15 です。
(気温が 2 ℃だったのが，17 ℃下がれば，－15 ℃になることがわかりますね。)

また，「○＋○＋…＋○＋2＋○＋○＋…＋○」のうち，一番右の数は，2 よりも 17 大きい数なので，2＋17＝ 19 です。

したがって「○＋○＋…＋○＋2＋○＋○＋…＋○」は，
「(－15)＋(－14)＋…＋(－1)＋0＋1＋2＋3＋4＋…＋19」となります。

(－1) と 1 は相殺(そうさい)され，(－2) と 2 は相殺され，…，(－15) と 15 は相殺されるので，残るのは，15 よりも大きい「16＋17＋18＋19」です。

結局 70 を連続整数の和で表す方法は，12＋13＋14＋15＋16，7＋8＋9＋10＋11＋12＋13，16＋17＋18＋19 の 3 通りあります。

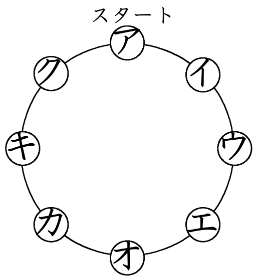
ステップアップ演習 $\boxed{7}$

この問題のような「継子立て（ままこだて）」の問題を解くためには，「２の累乗（るいじょう）」の考え方に慣れておく必要があります。

「２の累乗」とは，２を何回かかけてできる数のことで，たとえば8は，8＝２×２×２ですから，２の累乗です。

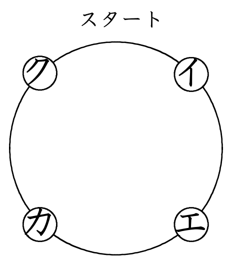
同じようにして，2，4＝２×２，16＝２×２×２×２，32＝２×２×２×２×２，… なども，２の累乗です。

「継子立て」の問題の場合は，この「2の累乗」の枚数だけカードがあったときに，最後に残るカードがカンタンにわかるのです。

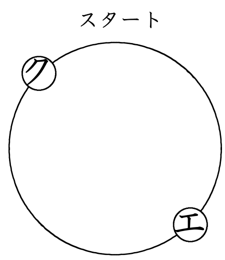
たとえば，

のように８枚のカードがあったとします。

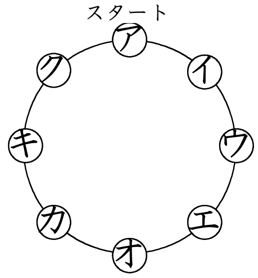
「８」という数は，「２の累乗」です。

アから，ア，ウ，オ，キと取ると，

となり，

さらに，イ，カを取ると，

となり，最後にエを取ると，クが残ります。



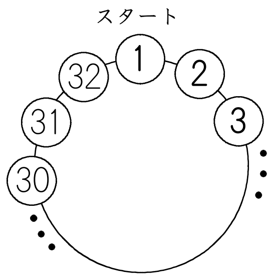
クというのは，はじめに取ったアのカードの一番後ろにあるカードですね。

(次のページへ)

このようにして，「2の累乗」枚のカードがあったときには，

はじめに取るカードの，一番後ろにあるカードが最後に残る。

ということがわかりました。



よって，たとえば右の図のように32枚のカードが並んでいたとして，1のカードから取っていったとしたら，最後に残るのは $\boxed{32}$ のカードであることが，(実際に取らなくても)わかります。

なぜなら，$\boxed{32}$ は2の累乗(2×2×2×2×2)だからです。

ここで1つ，困ったことがあります。

この問題では，$\boxed{1}$ から $\boxed{90}$ までの90枚のカードが並べてあるのですが，$\boxed{90}$ というのは2の累乗ではないのです。困った困った。

そこで，$\boxed{1}$ のカードを取ったら残りは89枚，$\boxed{3}$ のカードも取ったら残りは88枚，というふうに枚数を減らしていって，「2の累乗」枚のカードが残るようにします。

90よりも小さいが最も近い「2の累乗」は，2×2×2×2×2×2＝64です。

よって，カードが64枚残るように，90－64＝26(枚)のカードを取り除きます。

$\boxed{1}$，$\boxed{3}$，$\boxed{5}$，…のようにして，26枚のカードを取り除くのですから，26枚目のカードは，(等差数列のN番目の公式を利用して)はじめ＋公差×(N－1)＝1＋2×(26－1)＝51です。

よって，$\boxed{51}$ のカードまで取り除いたときに，残ったカードの枚数は64枚という，「2の累乗」枚になります。

「2の累乗」枚のカードがあったときには，

はじめに取るカードの，一番後ろにあるカードが最後に残る。

ということがわかっていましたね。

はじめに取るカードとは，$\boxed{51}$ まで取ったときの次に取る，$\boxed{53}$ のカードです。

よって，最後に残るのは，$\boxed{53}$ のカードから見て一番後ろにある，$\boxed{52}$ のカードになりますから，答えは52です。