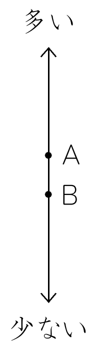
演習問題集6年上第17回・くわしい解説

目　次

すぐる学習会
https://www.suguru.jp

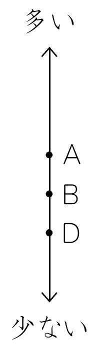
ステップ① $\boxed{1}$



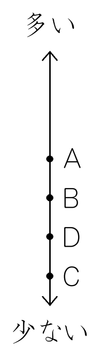
右のような図に整理しましょう。

上の方が多く，下の方が少ないことにします。

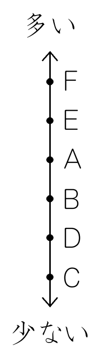
ＡはＢより多いので，ＡがＢより上にあるようにします。



ＢはＤより多いので，Ｂの下にＤを書きます。



ＣはＤより少ないので，Ｄの下にＣを書きます。



ＥはＦより少ないがＡより多いので，Ａの上にＥを書き，Ｅの上にＦを書きます。

６人を所持金の多い方から順に並べると，Ｆ，Ｅ，Ａ，Ｂ，Ｄ，Ｃになります。

ステップ① 2

ア〜ケに適当にＡ〜Ｉの席を書くのではなくて，並び方をブロックのようにくっつけた図をいくつか書いてから考えるようにしましょう。

Ｆのすぐ前がＣなので，

C
F

です。

また，Ａのすぐ前がＦなので，

C
F
A

です。

さらにＩのすぐ左がＡなので，

C	
F	
A	I

です。…(ア)

Ｄのすぐ右がＨなので，

D	H

です。…(イ)

Ｅのすぐ左がＢなので，

B	E

です。

また，Ｇのすぐ前がＥなので，

B	E
	G

です。…(ウ)

(ア)，(イ)，(ウ)から，

C	
F	
A	I

と

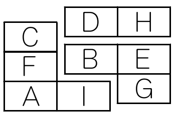
D	H

と

B	E
	G

がわかったので，これらをうまくくっつけて，

にハマるようにします。

すると，

のようにくっつけるとうまくハマり，

C	D	H
F	B	E
A	I	G

となります。

よって答えは，Ａキ，Ｂオ，Ｃア，Ｄイ，Ｅカ，Ｆエ，Ｇケ，Ｈウ，Ｉク です。

ステップ① $\boxed{3}$

２人は本当のことを言って，１人はうそを言っています。まず，うそを言っているのがだれなのかを考えましょう。

もしＡがうそを言っていたとすると，Ａ「私は２位ではありませんでした。」がうそですから，Ａは２位です。しかし，Ｃ「私は２位でした。」と言っていますから，ＡもＣも２位になり，これはおかしいです。よって，Ａは本当のことを言っています。

もしＢがうそを言っていたとすると，Ｂ「私は１位でした。」がうそですから，Ｂは１位ではありません。また，Ｃ「私は２位でした。」と言っていますから，Ｂは２位でもありません。よってＢは３位になります。
しかも，Ｃは２位ですから，Ａは１位です。
これで，うそを言っていたのはＢであり，Ａは１位，Ｂは３位，Ｃは２位であることがわかりました。

一応，Ｃがうそを言っていたときのことも考えると，Ｃ「私は２位でした。」がうそですから，Ｃは２位ではありません。また，Ａ「私は２位ではありません。」から，Ａも２位ではなく，Ｂ「私は１位でした。」から，Ｂも２位ではありません。
Ａ，Ｂ，Ｃのだれも２位ではないことになり，これはおかしいです。

ステップ①$\boxed{4}$

１から９までの和は，(はじめ＋おわり)×Ｎ÷2＝(1＋9)×9÷2＝45です。

よって，Ａ，Ｂ，Ｃ３人の持っている数の和は45です。

３人とも数字の和は同じなので，Ａ，Ｂ，Ｃそれぞれの数の和は，45÷3＝15です。

Ａは$\boxed{5}$を，Ｂは$\boxed{7}$を持っているので，右の図のようになります。

				和
A	5			15
B	7			15
C				15

Ａは$\boxed{5}$を持っているので，残り２枚の合計は 15－5＝10です。
２枚の合計が10になる組み合わせは，
(1，9)，(2，8)，(3，7)，(4，6)のようにたくさんあるので，とりあえずあとまわしにします。

Ｂは$\boxed{7}$を持っているので，残り２枚の合計は 15－7＝8です。
２枚の合計が8になる組み合わせは，(1，7)，(2，6)，(3，5)ですが，7はＢ自身が持っているし，5はＡが持っているので，残り２枚は，(2，6)しかありえません。

右の図のようになります。
ここで，Ａの残り２枚の組み合わせについて，もう一度考えてみましょう。

				和
A	5			15
B	7	2	6	15
C				15

Ａの残り２枚の組み合わせは，(1，9)，(2，8)，(3，7)，(4，6)でしたね。
(1，9)はＯＫですが，
(2，8)はＢが2を持っているからダメ，
(3，7)はＢが7を持っているからダメ，
(4，6)はＢが6を持っているからダメです。

よってＡの残り２枚は(1，9)になり，右の図のようになります。

				和
A	5	1	9	15
B	7	2	6	15
C				15

Ｃは１から９のうちの，ＡやＢが持っていないカードを持っているので，答えは3，4，8です。

ステップ①$\boxed{5}$

一の位にくり上がりがないとすれば，Ｂ＋Ａ＝Ａですから，Ｂ＝０です。

$$\begin{array}{rrr} & A & B \\ + & A & A \\ \hline C & B & A \end{array}$$

一の位にくり上がりがあるとすれば，Ｂ＋Ａ＝10＋Ａですから，
Ｂ＝10となり，ダメです。

よってＢは０であることがわかったので，右の筆算のようになります。

$$\begin{array}{rrr} & A & 0 \\ + & A & A \\ \hline C & 0 & A \end{array}$$

一の位ではくり上がりがないので，十の位は Ａ＋Ａ＝10となり，
Ａ＝５で，Ｃはくり上がりした１です。

$$\begin{array}{rrr} & A & 0 \\ + & A & A \\ \hline C & 0 & A \end{array}$$

よって，Ａ＝５，Ｂ＝０，Ｃ＝１です。

ステップ① $\boxed{6}$ (1)

最小の整数は，切り上げをして3000になる，最も小さい数です。

切り上げて千の位が3になるのですから，切り上げる前は2です。

切り上げになるためには，百の位は5以上でなければなりません。最も小さい数は5です。

百の位を5にしたら，十の位と一の位はどんな数であっても四捨五入すると3000になりますから，十の位と一の位は0から9まで何でもよく，最も小さい数である0にします。

よって，千の位は3，百の位は5，十の位と一の位は0ですから，最小の整数は2500です。

最大の整数は，切り捨てをして3000になる，最も大きい数です。

切り捨てて千の位が3になるのですから，切り捨てする前も3です。

切り捨てになるためには，百の位は4以下でなければなりません。最も大きい数は4です。

百の位を4にしたら，十の位と一の位はどんな数であっても四捨五入すると3000になりますから，十の位と一の位は0から9まで何でもよく，最も大きい数である9にします。

よって，千の位は3，百の位は4，十の位と一の位は9ですから，最大の整数は3499です。

Ａは，2500以上3499以下であることがわかりました。

ステップ① $\boxed{6}$ (2)

(1)と同じようにして，Ｂはいくつ以上いくつ以下であるかを求めます。

Ｂの最小の整数は，切り上げをして 600 になる，最も小さい数です。
切り上げて百の位が６になるのですから，切り上げる前は５です。
切り上げになるためには，十の位は５以上でなければなりません。最も小さい数は５です。
十の位を５にしたら，一の位はどんな数であっても四捨五入すると 600 になりますから，一の位は０から９まで何でもよく，最も小さい数である０にします。

よって，百の位は5，十の位は5，一の位は０ですから，最小の整数は 550 です。

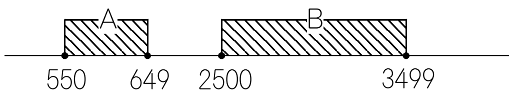
最大の整数は，切り捨てをして 600 になる，最も大きい数です。
切り捨てて百の位が６になるのですから，切り捨てする前も６です。
切り捨てになるためには，十の位は４以下でなければなりません。最も大きい数は４です。
十の位を４にしたら，一の位はどんな数であっても四捨五入すると 600 になりますから，一の位は０から９まで何でもよく，最も大きい数である９にします。

よって，百の位は6，十の位は4，一の位は９ですから，最大の整数は 649 です。

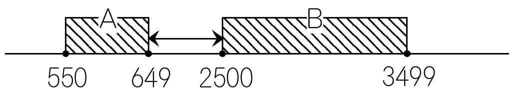
Ｂは，550 以上 649 以下であることがわかりました。

Ａは(1)で求めた通り 2500 以上 3499 以下です。

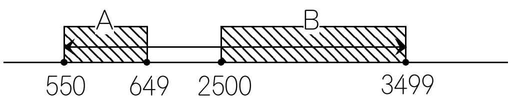
ＡとＢの範囲は右の図のようになります。



ＡとＢの差が最も小さくなるのは右の図のようにＡが 649，Ｂが 2500 のときで，差は 2500－649＝ 1851 です。



ＡとＢの差が最も大きくなるのは右の図のようにＡが 550，Ｂが 3499 のときで，差は 3499－550＝ 2949 です。



よってＡとＢの差は，1851 以上 2949 以下です。

ステップ① $\boxed{7}$

(1)　学級委員を１人選ぶときは，ライバルを１人作って２人が同数になった状況を考えます。

29÷2＝14 あまり 1 ですから，2人とも14票という，マズい状況では当選が決まりません。

しかしそれよりも１票でも多かったら，当選が決まります。

よって，Ａは少なくとも 14＋1＝15(票)獲得すれば，当選確実です。

(2)　学級委員を２人選ぶときは，ライバルを１人作って３人が同数になった状況を考えます。

29÷3＝9 あまり 2 ですから，3人とも9票という，マズい状況では当選が決まりません。

しかしそれよりも１票でも多かったら，当選が決まります。

よって，Ａは少なくとも 9＋1＝10(票)獲得すれば，当選確実です。

ステップ① $\boxed{8}$ (1)

0，1，2，3，4 の 5 個で作られる数は，五進数です。

五進数は，5 になるとくり上がる数です。

たとえば，金貨・銀貨・銅貨があったとして，銅貨 1 枚は 1 円だったとします。
すると，2 円は銅貨 2 枚になり，3 円は銅貨 3 枚になり，4 円は銅貨 4 枚になりますが，銅貨 5 枚は，銀貨 1 枚と取り替えることができると考えるのです。つまり，銀貨 1 枚は，5 円の価値があるわけです。
同じようにして，銀貨 5 枚は，金貨 1 枚と取り替えることができると考えます。銀貨 1 枚は 5 円の価値があったのですから，金貨 1 枚は，5×5＝ 25（円）の価値があります。

たとえば，「214 という 五進数の数を十進数に直してください。」という問題があったとします。
このときは，「214」という五進数の数を，「金貨が 2 枚，銀貨が 1 枚，銅貨が 4 枚」というように置き換えて考えます。金貨，銀貨，銅貨は 1 枚あたり，それぞれ 25 円，5 円，1 円の価値があるのですから，「214」は，25×2＋5×1＋1×4＝ 59（円）の価値がある，と考えるのです。

このように，N 進数を十進数に直す問題は，「金貨・銀貨・銅貨などのコインの価値を，普通のお金に直す」ことだと考えることができます。

逆に，十進数を N 進数に直す問題は，「普通のお金を，金貨・銀貨・銅貨などのコインの価値に直す」ことだと考えられます。

これで，「214」は，59円の価値があることがわかりました。

59 円は，1 円，2 円，3 円，……という数列の，59 番目にありますね。

「214」は，左から 59 番目にあることがわかりました。

ステップ① $\boxed{8}$ (2)

214 円という金額は，1 円，2 円，3 円……という数列の，214 番目にあります。

(1)で理解したように，十進数を，五進数のようなＮ進数に直すときは，「金貨・銀貨・銅貨などのコインの価値に直す」ことでしたね。

何進数であっても，銅貨は 1 枚 1 円です。
銀貨 1 枚は，銅貨 5 枚ぶんの価値があるので 5 円です。
金貨 1 枚は，銀貨 5 枚ぶんの価値があるので 5×5＝ 25（円）です。

この問題は，金貨よりももっと価値の高いコインが必要です。プラチナ貨とします。

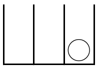
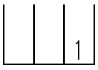
プラチナ貨 1 枚は，金貨 5 枚ぶんの価値があるので 25×5＝ 125（円）です。

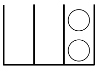
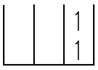
214÷125＝ 1 あまり 89 ですから，プラチナ貨は 1 枚必要で，あと 89 円あまっています。
89÷25＝ 3 あまり 14 ですから，金貨は 3 枚必要で，あと 14 円あまっています。
14÷5＝ 2 あまり 4 ですから，銀貨は 2 枚必要で，あと 4 円あまっているのは，銅貨 4 枚です。

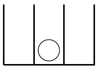
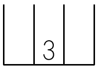
よって，プラチナ貨 1 枚，金貨 3 枚，銀貨 2 枚，銅貨 4 枚になるので，「 1324 」と表すことができます。

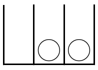
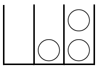
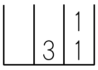
ステップ①　9

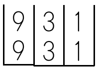
図のそれぞれのマスが，何という数を表しているのかを考えていきましょう。

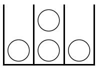
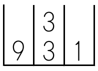
１の例  から，〇がついているマスは１を表すことになり， となります。

２の例  から， となります。

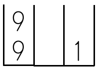
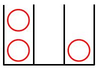
３の例  から， となります。

４の例  ，５の例  は， が合っていることの確かめになっています。

これらの例から，この図は3になるとくり上がりになる，「三進数」であることがわかるので，さらに数を書いていくと  となります。

(1)  は  を表しているので，９＋３＋３＋１＝16 です。

(2) 19÷９＝２ あまり １ なので，19 は９が２個と１が１個です。

よって  となるので，答えは  です。

ステップ① $\boxed{10}$

(1)　７の倍数を小さい方から順に 10 個書くと，７，14，21，28，35，42，49，56，63，70 です。

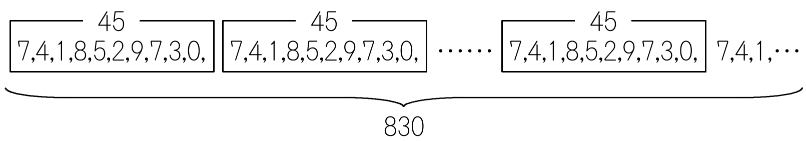
一の位だけ書いていくと，７，４，１，８，５，２，９，６，３，０です。

よって，１番目から 10 番目までの数字の和は，７＋４＋１＋８＋５＋２＋９＋６＋３＋０＝ 45 です。

(2)　７の倍数を小さい方から順に一の位だけ書いていくと，
７，４，１，８，５，２，９，６，３，０，７，４，１，…となり，「7，４，１，８，５，２，９，６，３，０」の 10 個が，くり返されます。

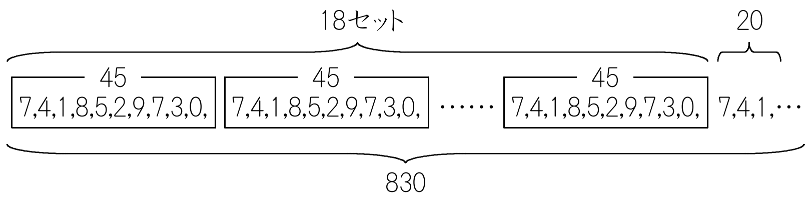
１セットの，「7，４，１，８，５，２，９，６，３，０」の和は，(1)で求めた通り 45 です。

和が 830 になるのですから，右の図のようになります。



830 の中に 45 が何セット入っているかを求めるので，830÷45＝ 18 あまり 20 となり，18 セットと，あと 20 あまります。

右の図のようになり，
和が 20 になるのは，
７＋４＋１＋８＝ 20 ですから，
７，４，１，８の４個です。



１セットに数は 10 個あり，それが 18 セットと，残り４個で和が 830 になるのですから，10×18＋４＝ 184(番目)まで数字をたしたことになります。

ステップ② 1

(1)　右の図のマルをつけた部分に注目します。

```
    A B C
×     D C
    C D C
  D A B
  D E D C
```

Ｄ＋Ｂ＝Ｄ　となっているので，Ｂ＝0です。

(2)　(1)で，Ｂ＝０であることがわかりました。

よって，右の図のようになります。

```
    A 0 C
×     D C
    C D C
  D A 0
  D E D C
```

右の図のマルをつけた部分に注目すると，Ｃ×Ｃのかけ算をすると，一の位はＣのままです。

```
    A 0 C
×     D C
    C D C
  D A 0
  D E D C
```

そのようになるＣは，1×1＝1，5×5＝25，6×6＝36のみです。

Ｃ＝１なら，Ａ01×1はＡ01のままのはずですが，1Ｄ1になっているのでダメです。

```
    A 0 1
×     D 1
    1 D 1
  D A 0
  D E D 1
```

Ｃ＝５なら，Ａ05×５が5Ｄ5になっています。

よって，Ａ＝1，Ｄ＝2です。

Ｅ＝5＋Ａ＝5＋1＝6となり，Ａ＝1，Ｃ＝5，Ｄ＝2，Ｅ＝6です。

```
    A 0 5
×     D 5
    5 D 5
  D A 0
  D E D 5
```

Ｃ＝６なら，Ａ06×６が6Ｄ6になっています。

よって，Ａ＝1，Ｄ＝3です。

```
    A 0 6
×     D 6
    6 D 6
  D A 0
  D E D 6
```

右の図のようになりますが，3×6は18なので，矢印をつけた部分が0にならず，8になってしまうのでダメです。

```
    1 0 6
×     3 6
    6 3 6
  D 1 0
  D E 3 6
```

ステップ② 2

Ｃは今のところ３位なので，このままでは代表２人に入れません。
残り 60－45＝15(票)のゆくえによって，Ｃが当選することもありえます。

A	B	C	D	E
15	11	10	5	4

この状況からＣが追い上げて，Ｂと同じ票数になったとすると右の表のようになります。

A	B	C	D	E
15	11	11	5	4

Ｃは 11－10＝1(票)をとったので，残りの票数は 15－1＝14(票)です。

14 票を半分にすると７票ですが，ＢにもＣにも７票投票されると，ＢもＣも 11＋7＝18(票)となり，なんと！Ａよりも票が多くなり，ＢとＣが当選でＡが落選ということになってしまいます。

A	B	C	D	E
15	18	18	5	4

つまり，Ｃにとってのライバルは Ｂだけでなく，ＡもＢもライバルだったのです。

そこで，45 票まで開票されている状態からＢとＣが追い上げて，Ａと同じ票数になったとします。

Ｂは 15－11＝4(票)，Ｃは 15－10＝5(票)とったので，合わせて 4＋5＝9(票)。残っているのは，15－9＝6(票)です。

この６票のゆくえによってだれが当選するかが決まります。

表1

A	B	C	D	E
15	11	10	5	4

⇩

A	B	C	D	E
15	15	15	5	4

⇩

A	B	C	D	E
17	17	17	5	4

６票をＡ，Ｂ，Ｃの３人が分けあって，6÷3＝2(票)ずつとったら，Ａ，Ｂ，Ｃとも 15＋2＝17(票)になり，当選は決まりません。

それよりも１票でも多かったら，つまり 17＋1＝18(票)をとれば，少なくとも２位までには入るので，当選が決まります。

Ｃは，表１の通り，はじめは 10 票でした。

18 票になれば当選が決まりますから，最低あと 18－10＝8(票)とれば当選確実であることがわかりました。

ステップ② 3

太郎は６点で次郎も６点です。この２人の合計を考えます。
太郎と次郎の合計点数は，6＋6＝ 12（点）です。

問　題	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	得点
太郎君	A	B	A	B	A	A	B	B	6点
次郎君	A	A	B	B	B	A	A	B	6点
合　計									12点

２番，３番，５番，７番は，２人の答えが違っているので，太郎が正解か，次郎が正解かのどちらかです。
つまり，２番，３番，５番，７番のそれぞれの問題について，太郎が１点とって次郎が 0点か，太郎が０点で次郎が１点かのどちらかですが，どちらにしろ２人の合計は，１点です。

問　題	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	得点
太郎君	A	B	A	B	A	A	B	B	6点
次郎君	A	A	B	B	B	A	A	B	6点
合　計		1	1		1		1		12点

２番，３番，５番，７番の４問だけで，合計４点です。
太郎と次郎の合計点数は 12 点ですから，残りの，１番，４番，６番，８番の４問で，12－4＝８（点）を取らなければなりません。

問　題	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	得点
太郎君	A	B	A	B	A	A	B	B	6点
次郎君	A	A	B	B	B	A	A	B	6点
合　計		1	1		1		1		12点

8点

ところが，１問あたり，どんなにがんばっても（太郎・次郎とも正解した場合の）２点しか取れません。
2×4＝８ ですから，残り４問はすべて２点だったことになります。

１番，４番，６番，８番は，太郎・次郎とも正解だったことがわかりました。

問　題	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	得点
太郎君	A	B	A	B	A	A	B	B	6点
次郎君	A	A	B	B	B	A	A	B	6点
合　計	2	1	1	2	1	2	1	2	12点
正　解	A			B		A		B	

ところが花子さんの答えを見ると，その１番，４番，６番，８番の４問は，すべて間違っています。

問　題	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	得点
太郎君	A	B	A	B	A	A	B	B	6点
次郎君	A	A	B	B	B	A	A	B	6点
合　計	2	1	1	2	1	2	1	2	12点
正　解	A			B		A		B	
花子さん	B	B	B	A	A	B	A	A	4点

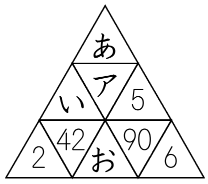
８問中４問は間違っているのに，花子さんは４点を取りました。
ということは，残り４問はすべて正解していたことになりますから，右の表のように，正解がわかりました。

問　題	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	得点
太郎君	A	B	A	B	A	A	B	B	6点
次郎君	A	A	B	B	B	A	A	B	6点
合　計	2	1	1	2	1	2	1	2	12点
正　解	A	B	B	B	A	A	A	B	
花子さん	B	B	B	A	A	B	A	A	4点

明子さんは８点なので，すべての問題を正解しました。
よって明子さんの答えは，左から順に，
ＡＢＢＢＡＡＡＢ であることがわかりました。

問　題	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	得点
太郎君	A	B	A	B	A	A	B	B	6点
次郎君	A	A	B	B	B	A	A	B	6点
合　計	2	1	1	2	1	2	1	2	12点
正　解	A	B	B	B	A	A	A	B	
明子さん	A	B	B	B	A	A	A	B	8点

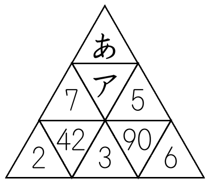
ステップ② 4 (1)



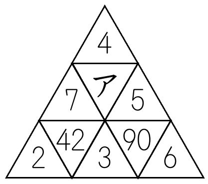
(図 3)から，
「**あ**×**い**× 5 ＝ア」，「**い**×2×**お** ＝ 42」，「5 ×**お**× 6 ＝ 90」である
ことがわかります。

このうち，「5 ×**お**× 6 ＝ 90」の式から，**お**＝ 90÷6÷5＝ 3 です。

「**い**×2×**お** ＝ 42」の式において，**お**＝ 3 ですから，「**い**×2×3 ＝ 42」となり，
い＝ 42÷3÷2＝ 7 です。



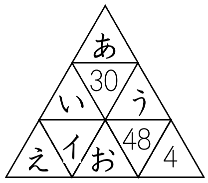
右の図のようになりますが，△の 6 か所には，
{2，3，4，5，6，7} が入るということが問題に書いてあった
ので，すでに 7，5，2，3，6 が入っているということは，
あには 4 が入ります。



右の図のようになるので，**ア**＝ 4×7×5＝ 140 です。

ステップ② $\boxed{4}$ (2)

① (図 4)から，
「あ×い×う ＝ 30」，「い×え×お ＝イ」，「う×お× 4 ＝ 48」である
ことがわかります。



「う×お× 4 ＝ 48」から，う×お＝ 48÷4＝ 12 です。

ここで，7 という数がどこに入るかを考えます。

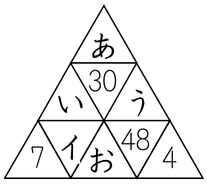
「あ×い×う＝ 30」ですから，あ，い，うは 30 の約数になり，あ，い，うの中には 7 は入りません。

また，「う×お＝ 12」ですから，う，おは 12 の約数になり，う，おの中には 7 は入りません。

よって，7 は あ，い，う，お のいずれでもないので，えに 7 を入れるしかありません。

(次のページへ)

ステップ② $\boxed{4}$ (2)



②　①で，「え」には7が入ることがわかりました。

また，「う×お＝12」と「あ×い×う＝30」という式が成り立つことが，①でわかっています。

この両方の式に「う」が入っています。

「う×お＝12」という式から，「う」は12の約数であることがわかり，「あ×い×う＝30」という式から，「う」は30の約数であることもわかります。

よって「う」は，12と30の公約数です。
12と30の最大公約数は6ですから，「う」は6の約数になります。

6の約数は，1，2，3，6ですが，「あ，い，う，え，お，かには，2，3，4，5，6，7が1つずつ入る」という条件から，「う」は1ではありません。

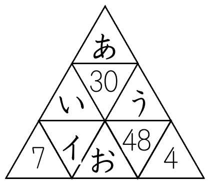
よって「う」として考えられるのは，2，3，6です。

「う×お＝12」という式から，(う，お)＝(2，6)，(3，4)，(6，2)が考えられますが，すでにかの位置には4が入っているので，(う，お)＝(2，6)，(6，2)になります。

(う，お)＝(2，6)のとき，「あ×い×う＝30」という式から，あ×い＝30÷2＝15になり，(あ，い)＝(3，5)，(5，3)が考えられます。
よって，(あ，い，う，お)＝(3，5，2，6)，(5，3，2，6)のどちらかです。

(う，お)＝(6，2)のとき，「あ×い×う＝30」という式から，あ×い＝30÷6＝5になりますが，このときはあかいのどちらかが1になってしまい，「あ，い，う，え，お，かには，2，3，4，5，6，7が1つずつ入る」という条件に合わなくなります。

以上のことから(あ，い，う，お)として考えられるのは(3，5，2，6)，(5，3，2，6)のどちらかであることがわかりました。



(あ，い，う，お)＝(3，5，2，6)のとき，
イ＝い×7×お＝5×7×6＝210です。

(あ，い，う，お)＝(5，3，2，6)のとき，イ＝い×7×お＝3×7×6＝126です。

よってイとして考えられるのは，210，126です。

ステップ② $\boxed{5}$ (1)

77 なら，7×7＝49 ですから，49 になります。

49 なら，4×9＝36 ですから，36 になります。

36 なら，3×6＝18 ですから，18 になります。

18 なら，1×8＝8 ですから，8 になります。

8 は 10 より小さい整数なので，ここでストップです。

よって，77 → 49 → 36 → 18 → 8 となるので，4 回の操作で終了です。

$\boxed{\text{注意}}$ 77，49，36，18，8 と，全部で 5 個の整数があるからといって，5 回と答えてはいけません。

操作の回数を答えるのですから，→の回数を答えることになります。

整数が 5 個あるなら，操作は 4 回。植木算ですね。

ステップ② $\boxed{5}$ (2)

2 回の操作で 5 になるのですから，ア→イ→5 となります。

イは 2 けたの整数で，十の位と一の位の数字をかけ合わせると 5 になるのですから，イは 15 か 51 かのいずれかです。

イが 15 のとき，アの十の位と一の位の数字をかけ合わせると 15 になるのですから，アは 35 か 53 かのいずれかです。

イが 51 のとき，アの十の位と一の位の数字をかけ合わせると 51 になるのですが，積が 51 になるのは，1×51，3×17，17×3，51×1 しかないので，どれも条件に合いません。

よってアとして考えられるのは，35，53 だけです。

ステップ② $\boxed{5}$ (3)

１回の操作で４になるのは，１×４＝４，２×２＝４，４×１＝４ですから，14，22，41 です。…(ア)

２回の操作で４になるのは，１回目で 14，22，41 になる数です。
１回目で 14 になる数は，２×７＝ 14，７×２＝ 14 ですから，27，72 です。…(イ)
１回目で 22 になる数はありません。
１回目で 41 になる数もありません。

３回の操作で４になるのは，１回目で 27，72 になる数です。
１回目で 27 になる数は，３×９＝ 27，９×３＝ 27 ですから，39，93 です。…(ウ)
１回目で 72 になる数は，８×９＝ 72，９×８＝ 72 ですから，89，98 です。…(エ)

４回の操作で４になるのは，１回目で 39，93，89，98 になる数です。
１回目で 39 になる数はありません。
１回目で 93 になる数もありません。
１回目で 89 になる数もありません。
１回目で 98 になる数もありません。

結局，何回かの操作で４になるのは，(ア)で求めた 14，22，41，(イ)で求めた 27，72，(ウ)で求めた 39，93，(エ)で求めた 89，98 です。

小さい順に並びかえて，答えは 14，22，27，39，41，72，89，93，98 です。

$\boxed{\text{注意}}$　小さい順に並びかえなくても，ちゃんと９個答えていたらマルです。

ステップ③ $\boxed{1}$ (1)

この問題では，５種類の数字を使うのですから，五進法です。

ふつうの五進法では，０，１，２，３，４の，５種類の数字を使って数を表します。

ところがこの問題では，０，１，３，５，７の５種類の数字を使うので，ふつうの五進法ではない，「この問題特有の」五進法ということになります。

そこで「ふつうの五進法」と「この問題の五進法」とをくらべたものが，右の表です。

ふつう	0	1	2	3	4
	↕	↕	↕	↕	↕
この問題	0	1	3	5	7

この問題での「375」というのは，この問題においての書き方で「375」になったわけで，ふつうの五進法では「375」ではありません。

右の表を見るとわかる通り
この問題での「３」は，ふつうの五進法では「２」であり，
この問題での「７」は，ふつうの五進法では「４」，
この問題での「５」は，ふつうの五進法では「３」ですから，
この問題での「375」は，ふつうの五進法では「243」になります。

よって，ふつうの五進法で表される「243」を，十進法に直すことになります。
右の図のように位取りを書くと，25が２個，５が４個，１が３個ですから，25×２＋５×４＋１×３＝73。

2	4	3
↑	↑	↑
25の位	5の位	1の位

よって，735ははじめからかぞえて73番目であることがわかりました。

ステップ③ $\boxed{1}$ (2)

この問題も(1)と同じように，「ふつうの五進法」と，「この問題の五進法」とをくらべる表を利用します。

ふつう	0	1	2	3	4
この問題	0	1	3	5	7

(2)は，はじめからかぞえて530番目の部屋が何号室かを求める問題です。

つまり，530という数を五進法で表しなさいという問題です。

この問題は機械的な計算方法もありますが，以下では五進法の意味を考えて解く方法で説明します。

五進法の位取りは，右の図のようになります。

□	□	□	□	□
625の位	125の位	25の位	5の位	1の位

いまは530を五進法で表すのですから，625の位には何も入れません。

530÷125＝4 あまり 30 ですから，125の位には4を入れて，残り30です。

30÷25＝1 あまり 5 ですから，25の位には1を入れ，5の位には1を入れます。

よって，530を五進法で表すと，4110となります。

	4	1	1	0
625の位	125の位	25の位	5の位	1の位

ただし，この表し方は，「ふつうの五進法」の場合です。

ふつう	0	1	2	3	4
この問題	0	1	3	5	7

この問題の場合は，右の表のように，数字を替えなければなりません。

「ふつうの五進法」での4は，「この問題での五進法」では7です。
「ふつうの五進法」での1は，「この問題での五進法」でも1です。
「ふつうの五進法」での0は，「この問題での五進法」でも0です。

よって，530番目の整数は，「4110」ではなく「7110」になります。

ステップ③ $\boxed{2}$(1)

(1)の問題は，20 枚のようすを全部書いて求めても，たいした手間ではありません。

右の図のようになるので，

① 上から７枚目にあった「７」というカードは，２回切ると上から 6 枚目にあります。

② ２回切って上から７枚目に移ったのは，「12」というカードです。このカードは，はじめに上から 12 枚目にありました。

1		1		1
2		11		6
3		2		11
4		12		16
5		3		2
6		13		7
7		4		12
8		14		17
9		5		3
10	➡	15	➡	8
11		6		13
12		16		18
13		7		4
14		17		9
15		8		14
16		18		19
17		9		5
18		19		10
19		10		15
20		20		20

このように求めることができますが，この解き方だと(2)で困ります。

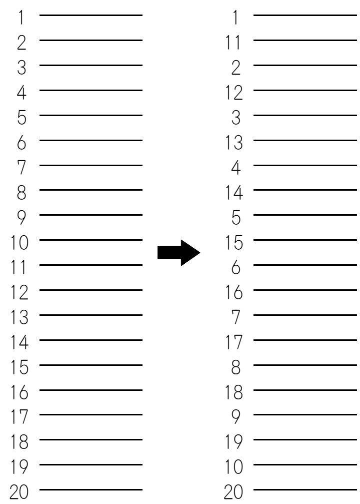
そこで，(1)を「公式を発見する」解き方でやり直して，(2)に備えることにします。

「公式を発見する」解き方については，(2)の解説を読みましょう。

ステップ③ $\boxed{2}$ (2)

まず，(1)の解き方を，20 枚全部書いて求めるのではなくて，「公式を発見する」やり方で解き直します。

１回切ると，右の図のようになります。



上 10 枚と，下 10 枚に分けて考えます。

上 10 枚は，たとえば上の１枚目は上から１枚目に，
上の２枚目は上から３枚目に，
上の３枚目は上から５枚目に，
上の５枚目は上から７枚目に，……
というように移りました。

上の□枚目なら，上から（□×2－1)枚目に移る，ということです。

下 10 枚は，たとえば下の１枚目は上から２枚目に，
下の２枚目は上から４枚目に，
下の３枚目は上から６枚目に，
下の４枚目は上から８枚目に，……
というように移りました。

下の□枚目なら，上から（□×2)枚目に移る，ということです。

このことを公式にすると，次のようになります。

上半分の場合 … 上の□枚目なら，上から（□×2－1)枚目に移る。 下半分の場合 … 下の□枚目なら，上から（□×2)枚目に移る。

(次のページへ)

この，

> 上半分の場合 … 上の□枚目なら，上から（$\square \times 2 - 1$)枚目に移る。
> 下半分の場合 … 下の□枚目なら，上から（$\square \times 2$)枚目に移る。

という公式を利用して，(1)を解いてみます。

20 枚の場合は，上半分・下半分とも 10 枚です。

① 上から 7 枚目のカードは上半分にあり，上の 7 枚目ですから，上から $\square \times 2 - 1 = 7 \times 2 - 1 = 13$(枚目)に移ります。
もう一度切ると，上から 13 枚目は下半分にあり，下の 3 枚目ですから，上から $\square \times 2 = 3 \times 2 = 6$(枚目)に移ります。

② 上から 7 枚目という，奇数枚目に移ったのですから，$\square \times 2 - 1 = 7$ とすれば，$\square = 4$ ですから，上の 4 枚目にありました。
さらにその前は，上から 4 枚目というのは偶数枚目に移ったのですから，$\square \times 2 = 4$ とすれば，$\square = 2$ ですから，下の 2 枚目にありました。

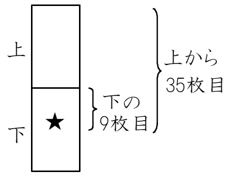
下の 2 枚目というのは，上からかぞえて $10 + 2 = 12$(枚目)になります。

これで，(1)を公式を利用して解くことができました。

では，(2)を考えてみます。上から 35 枚目にあったカードが，2 回切ると再び上から 35 枚目にもどったという問題でしたね。

上から 35 枚目にもどったという，奇数枚目に移ったということですから，
$\square \times 2 - 1 = 35$ とすれば，$\square = 18$ ですから，上の 18 枚目にありました。

さらにその前は，上から 18 枚目というのは偶数枚目に移ったということですから，
$\square \times 2 = 18$ とすれば，$\square = 9$ ですから，下の 9 枚目にありました。



つまり，上から 35 枚目にあったカードは，「下の 9 枚目にあった」と考えてもよいわけです。

よって，カードは上だけで $35 - 9 = 26$(枚)あることになり，カード全体の枚数は，$26 \times 2 = 52$(枚)です。