演習問題集6年上第2回・くわしい解説

目　次

すぐる学習会
https://www.suguru.jp

ステップ① $\boxed{1}$ (1)

この○と●の並びには，「○○●○●」の5個がくり返されています。

$\underbrace{\text{○○●○●}}_{5\text{個}}\quad\underbrace{\text{○○●○●}}_{5\text{個}}\quad\underbrace{\text{○○●○●}}_{5\text{個}}\quad\cdots\cdots$

88個並べたのですが，1セットは5個です。
88 ÷ 5 ＝ 17 あまり 3　ですから，88個までに，17セットと，あと3 個あります。

「○○●○●」が17セットと，残り3個です。
残りの3個は，○と○と●です。

1セットの「○○●○●」の中に，○は3個あります。
ですから，17セットの中に，○は 3×17 ＝ 51（個）あります。

残りの3個は○と○と●ですから，この中に○は2個あります。

したがって，○の個数は 51＋2＝ 53（個）になります。

ステップ① $\boxed{1}$ (2)

まず，ある年の10月12日から次の年の１月３日までは，何日間あるのかを求めましょう。

10月12日から10月31日までは，31－12＝19（日間）ではありません。（ここが一番まちがえやすいところです。）

たとえば10月３日から10月５日までなら，10月３日，10月４日，10月５日の，３日間です。5－3＝２（日間）ではなく，5－3＋1＝３（日間）となります。

同じようにして，10月12日から10月31日までは，31－12＋1＝20（日間）になります。

11月は30日間，12月は31日間，次の年の１月は３日までなので３日間です。

全部で，20＋30＋31＋3＝84（日間）になります。

ところで１週間は７日ですから，84÷7＝12　より，12週間ぴったりになります。

この問題の場合，10月12日は水曜日ですから，１週間は水曜日から始まることにします。「水木金土日月火」が１週間，ということです。

10月12日から次の年の１月３日までは，ちょうど12週間ですから，「水木金土日月火」がちょうど12セットあります。

よって，次の年の１月３日は，「水木金土日月火」のセットの最後の曜日である火曜日になります。

ステップ① $\boxed{1}$ (3)

たとえば，$\frac{3}{4}$ を小数になおすと，3÷4＝0.75です。
このように，分数を小数にするには，「分子÷分母」の計算をします。

$\frac{26}{55}$ の場合も，26÷55の計算をします。

26÷55＝ 0.4727272727272 … のように，わり切れない小数になります。

よってこの問題は，「4，7，2，7，2，7，2，…と数字が並んでいます。左から 100 番目の数字は何ですか。」という問題と同じです。

一番はじめの「4」だけ取り除くと，「7，2，7，2，7，2，…と数字が並んでいます。左から 99 番目の数字は何ですか。」という問題と同じです。

「7，2」の 2 個で 1 セットです。99÷2＝ 49 あまり 1 より，49 セットと，あと 1 個あまります。

99 番目の数字は，あまっている 1 個の数字である「7」になります。

ステップ① $\boxed{2}$

(1)　この数の並びには，「4，1，2，6」の４個がくり返されています。

43÷4＝10 あまり３ですから，43番目までに，「4，1，2，6」のセットが 10 セットと，あと３個あまっています。あまっている３個は，「4」と「1」と「2」です。

よって，左から 43 番目の数字は 2 です。

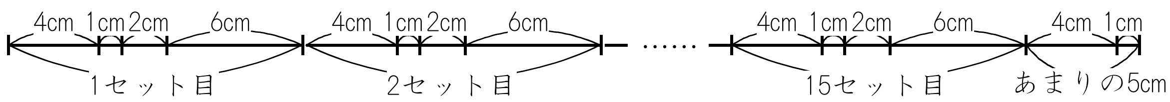
(2)　この問題を，棒にたとえて説明していきます。
下のように，棒がすき間なく並べてあるとします。

4 cm，1 cm，2 cm，6 cm，4 cm，1 cm，2 cm，6 cm，4 cm，1 cm，2 cm，……

１セットは「4 cm，1 cm，2 cm，6 cm」の４本です。
１セットの長さの和は，4＋1＋2＋6＝13（cm）　です。

200÷13＝15　あまり　5　ですから，200 cmの中に 15 セットあって，あと 5 cmあまっています。

１セットの中の，一番はじめの棒は 4 cm，次の棒の長さは 1 cmで，その合計は，4＋1＝5（cm）で，「あまりの 5 cm」ぴったりです。



よって，15 セットとあと２本で，ちょうど 200 cmになります。

１セットの中には，棒が４本ありますから，15 セットとあと２本では，4×15＋2＝62（本）の棒があることになります。

つまり，1番目から 62 番目までの数字の和が，200 になります。

ステップ① $\boxed{3}$

(1)　5，11，17，23，29，……のように，数が 30 個ならんでいます。

最後にならべた数は，30番目の数ですから，

等差数列のＮ番目＝はじめの数 ＋ $\boxed{\text{ふえる数}\times(N-1)}$

の公式で，求めることができます。

はじめの数は 5，ふえる数は 11－5＝ 6，Ｎは 30 ですから，

$5+\boxed{6\times(30-1)}=5+\boxed{6\times29}=5+174=179$

よって，最後にならべた数は，179 です。

(2)　(1)で，最後にならべた数は，179 であることがわかりました。

5，11，17，23，29，……，179 のように，数が 30 個ならんでいます。
この 30 個の数の和を求めるのですから，

等差数列の和＝（はじめの数＋おわりの数）×Ｎ÷２

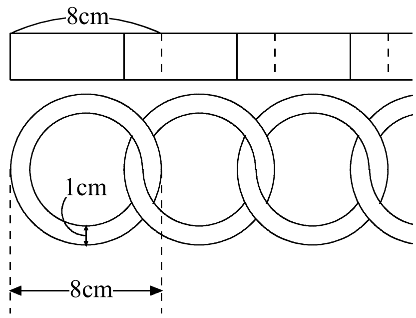
を利用します。

はじめの数は 5 で，おわりの数は 179 です。また，Ｎは個数ですから 30 です。

よって，(5＋179）×30÷2＝ 184×30÷ 2 ＝ 2760 になります。

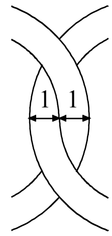
ステップ① $\boxed{4}$

(1)　輪のかわりに，8cmのテープにして考えましょう。
テープとテープのつなぎ目が何cmなのかが，
この問題の決め手になります。

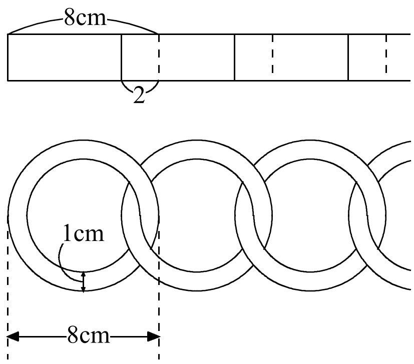


輪の太さは1cmです。

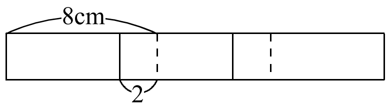
輪のつなぎ目は右図のようになっているので，
つなぎ目の長さは，1cmではなく2cmになります。



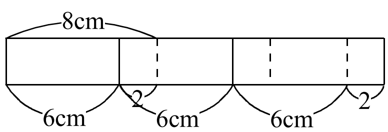
よって，右の図のようにテープのつなぎ目も
2cmにして考えていきます。
つまり，長さ8cmのテープを7本，つなぎ目を
2cmにしてつなげると，全体の長さは何cmになるか
という問題になります。



テープが3本の場合は，右の図のようになります。



テープが3本の場合は，右図のように，
8－2＝6（cm）が3本と，最後に2cmがあるので，
6×3+2 という式で求めることができます。

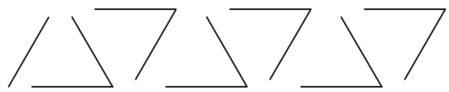


テープが7本の場合も同じように考えると，6×7+2＝44（cm）　になります。

(2)　(1)と同じように，6cmのテープが何本かと，最後に2cmがあると考えます。
6×□＋2＝140 ですから，140－2＝138　　138÷6＝23（本），つまり23個の輪を使ったときに，全体の長さが140cmになります。

ステップ①　$\boxed{5}$

(1)　右の図のように分けると，



はじめに１本だけ棒があり，そのあとは，
棒を２本加えることによって，正三角形が１個ずつできていきます。

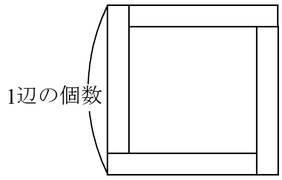
正三角形を９個作るには，1＋2×9＝19（本）の棒が必要です。

(2)　55 本のうち，はじめの１本をとりのぞくと，残りの本数は 55－1＝54（本）です。

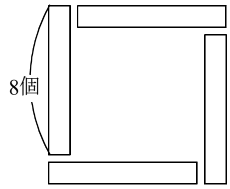
棒を２本加えることによって，正三角形が１個ずつできていくのですから，54 本では，54÷2＝27（個）の正三角形ができます。

ステップ① $\boxed{6}$

(1)　全部のご石の個数を求めるには，右の図の１辺の個数を求めて，「１辺×１辺」で全部の個数を求めます。

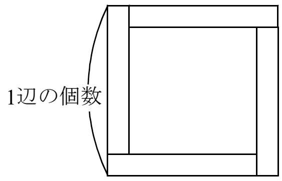


外側のまわりの個数が 32 個ですから，右の図の４本ぶんが 32 個です。



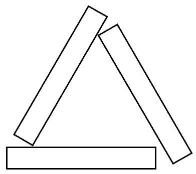
１本ぶんは，32÷4＝８（個）です。

よって１辺の個数は 8＋1＝９（個）です。



全部の個数は「１辺×１辺」ですから，9×9＝81（個）です。

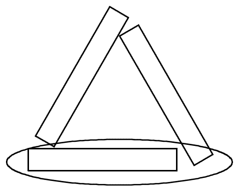
(2)　右のような図を書きます。



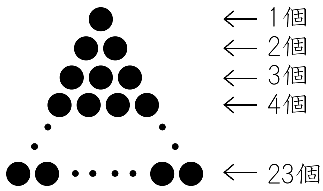
外側のひとまわりに並んでいるご石の個数が 66 個ですから，右の図の３本ぶんが 66 個です。

１本ぶんは，66÷3＝22（個）です。

１番下の段には，22＋1＝23（個）並んでいます。



１番上の段には１個，２段目には２個，３段目には３個，…と並んでいて，１番下の段には 23 個並んでいます。

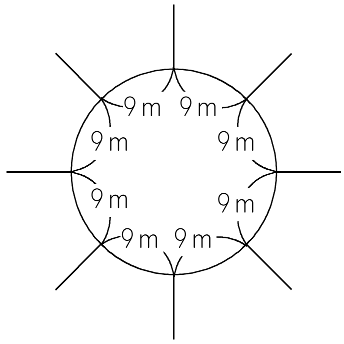


よって，1＋2＋3＋…＋23 の計算をすれば，全部の個数がわかります。

（はじめ＋おわり）×個数÷2＝(1＋23)×23÷2＝276 ですから，全部で 276 個並んでいることがわかりました。

ステップ①　7

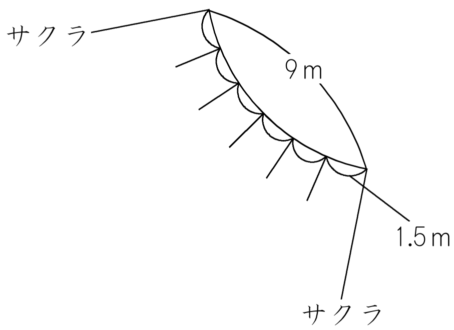
(1)　池のまわりに，もし９ｍ間かくで８本のサクラの木を植えたとすると，右の図のようになり，９ｍも８個あります。
つまり，木の本数と間の数は同じです。



25 本のサクラの木を植えたときも，木の本数と間の数は同じなので，９ｍも 25 個あることになります。

よって池のまわりの長さは，9×25＝225（ｍ）になります。

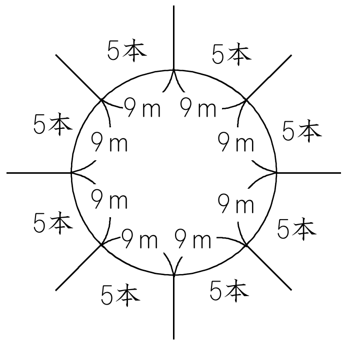
(2)　サクラとサクラの木の間に 1.5 ｍの間隔でくいを立てると，右の図のようになります。



９ｍの中に 1.5 ｍは，9÷1.5＝６（個）あります。

しかし両側にはサクラの木を植えてあるので，くいの数は，6－1＝５（本）になります。

たとえばサクラの木が８本のときは，どのサクラとサクラの木の間も５本ずつくいを打つので，くいの本数は，5×8＝40（本）になります。



いま，サクラの木は 25 本あるのですから，５本ずつ 25 個の間にくいを打つので，全部のくいの本数は，5×25＝125（本）になります。

別解　サクラの木があるのを無視して，(1)で求めた 225 ｍのまわりに，1.5 ｍおきにくいを打つとすれば，くいは全部で 225÷1.5＝150（本）になります。

実際は，150 本のうち 25 本はサクラの木です。
よってくいだけの本数は，150－25＝125（本）になります。

ステップ① $\boxed{8}$

(1)　３月１日が月曜日ですから，３月２日が火曜日，３月３日が水曜日です。

よって，この月の第１水曜日は３月３日です。

第２水曜日は１週間後の３月 10 日，同じようにして第３水曜日は３月 17 日，第４水曜日は３月 24 日，第５水曜日は３月 31 日です。

この月の水曜日の日付の和は，3＋10＋17＋24＋31＝85（日）です。

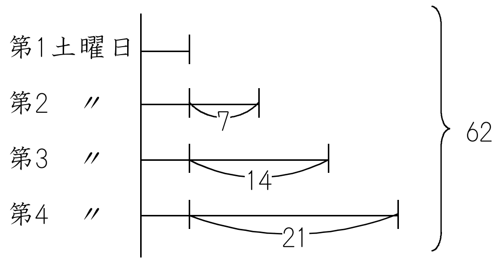
$\boxed{\text{注意}}$　3＋10＋17＋24＋31 のような，奇数個（この問題では５個）の等差数列の和を求めるときは，真ん中の数（この問題では 17）を奇数個倍して，17×5＝85 と求めると計算がラクです。

(2)　どんな月でも，土曜日は４回か５回あります。
したがって，４回の土曜日の日付の和が 62 か，または，５回の土曜日の日付の和が 62 です。

ところで(1)の $\boxed{\text{注意}}$ でわかった通り，もし土曜日が５回あるとしたら，その日付の和は，「真ん中の数」×５ で求められます。しかしこの問題では和が 62 ですから，「真ん中の数」×５が 62 になり，「真ん中の数」は 62÷5 がわり切れないのでおかしいです。

よってこの月の土曜日は５回ではなく，４回だけあることになります。

４回の土曜日を線分図で書くと，右の図のようになります。



62－(7＋14＋21)＝20

20÷4＝5

したがって，この月の第１土曜日は５日になります。

ステップ① $\boxed{9}$ (1)

右のように，1 行に 6 個ずつ，数がならんでいます。

1	2	3	4	5	6	→	6個
7	8	9	10	11	12	→	6個
13	14	15	16	17	…	→	6個

100÷6＝ 16 あまり 4 ですから，100 までには，16 行ならんでいて，あと 4 個あまっています。

4 個あまっている数のうち，最後の数が，100 になります。

16行
1	2	3	4	5	6	→	6個
7	8	9	10	11	12	→	6個
13	14	15	16	17	…	→	6個

…………………………

…………………………

○　○　○　○

これが100

ということは，100 があるのは，16 行目ではなく，その次の，17 行目になります。

よって，100 は，**17 行目の 4 列目**の数になります。

16行
1	2	3	4	5	6	→	6個
7	8	9	10	11	12	→	6個
13	14	15	16	17	…	→	6個

…………………………

…………………………

17行目　○　○　○　○

これが100

ステップ① $\boxed{9}$ (2)

５列目に並んでいる数は，5，11，17，… のように，6ずつ増える等差数列になっています。

(1)で，100 は 17 行目の４列目であることがわかっていますから，17 行目は４列目までしか並んでいません。

よって，５列目に並んでいるのは，16 行目までということになります。

５列目に並ぶ整数の和を求めるときは，和の公式である「(はじめ＋おわり)×個数÷２」を利用します。

はじめの数は５ですが，おわりの数はわかっていません。個数は，16 行目まででですから 16 個です。

おわりの数さえわかれば，和の公式で答えを求めることができます。

おわりの数は，5，11，17，…という等差数列の 16 番目の数ですから，Ｎ番目を求める公式である，「はじめ＋増える数×(Ｎ－１)」の公式を利用します。

はじめ＋増える数×(Ｎ－１)＝ 5＋6×(16－1)＝ 5＋6×15＝ 5＋90＝ 95 ですから，おわりの数は 95 であることがわかりました。

よって，和の公式＝(はじめ＋おわり)×個数÷2＝ (5＋95)×16÷2＝ 100×8＝ 800 です。

ステップ① $\boxed{9}$ (3)

問題の表の太枠の中の４個の数は，8，9，14，15 です。

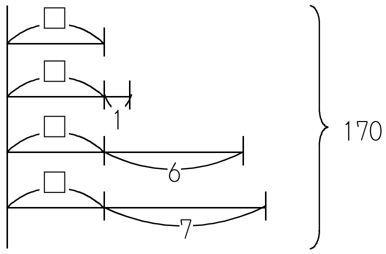
最も小さい数である８を基準にすると，9 は８より１大きく，14 は８より６大きく，15 は８より７大きくなっています。

同じようにして，たとえば「15，16，21，22」のところを太枠にして，最も小さい数である 15 を基準にすると，16 は 15 より１大きく，21 は 15 より６大きく，22 は 15 より７大きくなっています。

つまり，どのように太枠でかこっても，最も小さい数を基準にして□にすると，太枠内の４個の数は，「□，□＋１，□＋６，□＋７」となります。

(3)では，太枠でかこまれた４個の数の和が 170 になりました。

線分図にすると，右の図のようになります。



170－(1＋6＋7)＝ 156

156÷4＝ 39

よって，最も小さい数は 39 です。

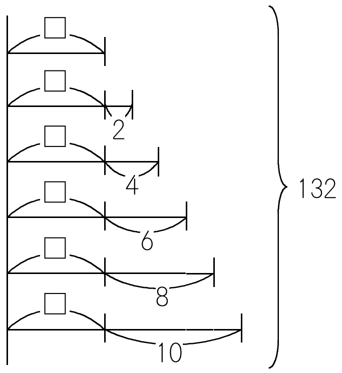
ステップ② $\boxed{1}$ (1)

たとえば，最初の奇数を 15 とします。次の奇数は 17 で，その次の奇数は 19 です。

最初の奇数を 87 とすると次の奇数は 89 で，その次の奇数は 91 です。

このように，最初の奇数をどれにしても，次の奇数は前の奇数よりも 2 だけ増えた数になります。

線分図を書くと，右の図のようになります。



132 − (2 + 4 + 6 + 8 + 10) = 102

102 ÷ 6 = 17

よって最も小さい奇数は 17 です。図

ステップ② $\boxed{1}$ (2)

12 月 8 日から前にもどっていって 9 月 20 日までが何日間あるかというのは，
9 月 20 日から 12 月 8 日までが何日間あるかというのと同じです。

9 月 20 日から 9 月 30 日までは，30－20＋1＝11（日間）あります。
（10 日ではないことに注意しましょう。）

10 月は 1 日から 31 日まであるので，31 日間です。
11 月は 1 日から 30 日まであるので，30 日間です。
12 月は 1 日から 8 日までの，8 日間です。

全部で，11＋31＋30＋8＝80（日間）です。

1 週間は 7 日間ですから，80÷7＝11 あまり 3 により，80 日間は，11 週間と，あと 3 日間です。

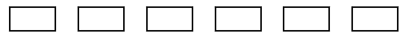
1 週間は，12 月 8 日の日曜日から始まりますが，ここで注意！
1 週間は，「日月火水木金土」ではありません。
12 月 8 日から前にもどっていくので，1 週間は「日土金木水火月」です！

12 月 8 日から前にもどっていって 9 月 20 日までの 80 日間は，
「日土金木水火月」が 11 週間と，あと 3 日のあまりです。
あと 3 日間のあまりは「日土金」です。

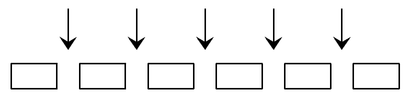
よって 9 月 20 日は，金曜日になります。

ステップ② $\boxed{1}$ (3)

1.5 m = 150 cmの材木を，25 cmずつに切り分けるのですから，150÷25= 6(本)に切り分けられます。

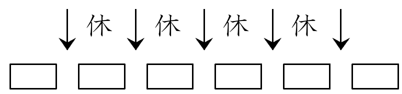


切った回数は６回ではありません。右の図の矢印の部分で切ったので，切った回数は５回です。



つまり，切った回数は，個数よりも１だけ小さい数になります。

切ってから，次に切るまでのあいだに休みが入ります。休みは，右の図のように４回です。



つまり，休んだ回数は，切った回数よりも１だけ小さい数になります。

６本に切り分けるのに，５回切って，４回休んだことがわかりました。
１回切るのに５分かかるので，５回切るのに 5×5= 25（分）かかります。
また，1回休むのに２分かかるので，４回休むのに 2×4= 8（分）かかります。

全部で，25＋8= 33（分）かかることになります。

ステップ② $\boxed{2}$ (1)

右の図のように，3 個ずつの段にして考えましょう。

たとえば 10 は，3 段目の最も右にはじめて現れています。

たとえば 12 は，4 段目の最も右にはじめて現れています。

2，	4，	6，
4，	6，	8，
6，	8，	10，
8，	10，	12，
10，	12，	14，
12，	14，	16，

同じように考えると，26 がはじめて現れるのは，何段目かの最も右です。

何段目に現れたのか知りたいですねー。

何段目なのかは，最も左の数を求めるのが有効です。

2，	4，	6，
4，	6，	8，
6，	8，	10，
8，	10，	12，
10，	12，	14，
12，	14，	16，
		⋮
		26，

26 が現れた段の，最も左の数は 22 です。

2，	4，	6，
4，	6，	8，
6，	8，	10，
8，	10，	12，
10，	12，	14，
12，	14，	16，
		⋮
22，	24，	26，

たとえば 1 段目の最も左の数は 2，
2 段目の最も左の数は 4，
3 段目の最も左の数は 6，
4 段目の最も左の数は 8，
……………………………

1 段目→	2，	4，	6，
2 段目→	4，	6，	8，
3 段目→	6，	8，	10，
4 段目→	8，	10，	12，
5 段目→	10，	12，	14，
6 段目→	12，	14，	16，
			⋮
11 段目→	22，	24，	26，

のように，□段目なら最も左の数は(□×2)になっています。

よって，26 がはじめて現れたのは，22÷2＝11(段目)です。

1 段に 3 個ずつ，11 段目まであるのですから，全部で 3×11＝33(個)あります。

よって，26 がはじめて現れるのは，左から 33 番目にになります。

ステップ② $\boxed{2}$ (2)

(1)と同様に，3個ずつの段にして考えましょう。

(2)は全部で50個の和を求める問題です。

50÷3＝16 あまり 2 ですから，16段と，あと2個の数があまります。

2，	4，	6，
4，	6，	8，
6，	8，	10，
8，	10，	12，
10，	12，	14，
12，	14，	16，

(1)でも説明しましたが，1段目の最も左の数は2，
2段目の最も左の数は4，
3段目の最も左の数は6，
4段目の最も左の数は8，
………………………………
のように，□段目なら最も左の数は(□×2)になっています。

16段目は 16×2＝32 が最も左で，
17段目は 17×2＝34 と，その次の36が並んでいます。

1段目→	2，	4，	6，
2段目→	4，	6，	8，
3段目→	6，	8，	10，
4段目→	8，	10，	12，
5段目→	10，	12，	14，
6段目→	12，	14，	16，
			⋮
16段目→	32，	34，	36，
17段目→	34，	36	
		↑ 50番目	

1段目の和は 2＋4＋6＝12，
2段目の和は 4＋6＋8＝18，
3段目の和は 6＋8＋10＝24，
4段目の和は 8＋10＋12＝30，
………………………………
のように和は6ずつ増えていき，16段目の和は，
32＋34＋36＝102です。

				和
1段目→	2，	4，	6，	12
2段目→	4，	6，	8，	18
3段目→	6，	8，	10，	24
4段目→	8，	10，	12，	30
5段目→	10，	12，	14，	36
6段目→	12，	14，	16，	42
			⋮	
16段目→	32，	34，	36，	102
17段目→	34，	36		
		↑ 50番目		

等差数列の和を求めることになりますから，
16段目までの和は，
(はじめ＋おわり)×個数÷2＝(12＋102)×16÷2＝114×16÷2＝ 912です。

17段目は34と36ですから，全部で，912＋34＋36＝982です。

ステップ②$\boxed{3}$

(1)　分母によってグループ分けしましょう。

分母が１の分数は１個です。
分母が２の分数は２個です。
分母が３の分数は３個です。

このように考えていくと，分母が10の分数は10個あることになり，分母が１の分数から全部数えると，$1+2+3+\cdots+10=55$(個)あります。オーバーしてしまいましたね。知りたいのは48番目の分数です。

分母が９の分数まで全部数えると，$1+2+3+\cdots+9=45$(個)あります。知りたいのは48番目の分数ですから，あと　$48-45=3$(個)です。

この３個は，分母が10の分数の３番目ですから，答えは$\frac{3}{10}$です。

(2)　グループ分けして，それぞれのグループの和を「小数」で表すと，解きやすくなります。

分母が１の分数は１個で，$\frac{1}{1}=1$です。

分母が２の分数は２個で，その和は$\frac{1}{2}+\frac{2}{2}=\frac{3}{2}=1.5$です。

分母が３の分数は３個で，その和は$\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{3}{3}=\frac{6}{3}=2$です。

……………………………………………………………………

このように考えていくと，和は　1，1.5，2，… のように，0.5ずつ増えていきます。

等差数列ですから，分母が９の分数の和は，
はじめ＋増える数×(N－１)＝$1+0.5\times(9-1)=1+0.5\times8=1+4=5$です。

よって，分母が１の分数から，分母が９の分数までの45個の和は，
(はじめ＋おわり)×個数÷2＝$(1+5)\times9\div2=27$です。

残りの３個の分数は，$\frac{1}{10}$，$\frac{2}{10}$，$\frac{3}{10}$ですから，48個全部の和は，

$27+\frac{1}{10}+\frac{2}{10}+\frac{3}{10}=27\frac{6}{10}=27\frac{3}{5}$です。

ステップ② $\boxed{4}$

(1)　１段目の右はしの数は１です。

２段目の右はしの数は４です。2×2＝４ですね。

３段目の右はしの数は９です。3×3＝９ですね。

このように，□段目の右はしの数なら(□×□)という平方数になっています。

75 に近い平方数を発見しましょう。

8×8＝64 が近いですね。あと，75－64＝11 で 75 です。

８段目の右はしの数が 64 ですから，75 は，その次の９段目の左から 11 番目にあります。

(2)　20 段目のすぐ上の，19 段目の右はしの数は，19×19＝361 です。

よって 20 段目は，362 から始まります。

20 段目の右はしの数は，20×20＝400 です。

よって 20 段目は，362 から 400 までの，400－362＋1＝39(個)が並んでいます。
(38 個ではないことに注意しましょう。)

20 段目に並ぶ数の和は，
(はじめ＋おわり)×個数÷２＝(362＋400)×39÷2＝762×39÷2＝14859 です。

ステップ② $\boxed{5}$ (1)

買った牛乳を○で，無料でもらった牛乳を×であらわすことにします。

１本買ったときは無料牛乳はもらえません。手元に空きビンが１本あります。
２本買ったときも無料牛乳はもらえません。手元に空きビンが２本あります。
３本買ったときは無料牛乳はもらえません。手元に空きビンが３本あります。
４本買ったときは無料牛乳はもらえません。手元に空きビンが４本あります。
５本買ったときは空きビンが５本あるので，それを無料牛乳に交換することができます。５本の空きビンはお店に取られてしまいます(取られないと，無限に無料牛乳をもらえることになる)が，無料牛乳には空きビンがついているので，いま手元に空きビンが１本あります。

つまり，５本買ったときは，買った牛乳が５本と，無料牛乳が１本ですから，右の図のようになります。

○○○○○
×

いま，無料牛乳についていた空きビン１本をもっていますから，あと４本の空きビンをもらえば，つまりあと４本買えば，空きビンは５本になって，無料牛乳がもらえます。

よって，右の図のようになったときに，また無料牛乳がもらえる状態になっています。

○○○○○
×○○○○
×

(1)では，1400 円もっていて，牛乳１本は 60 円ですから，1400÷60＝23 あまり 20 により，23 本の牛乳を買うことができます。

○が 23 個になればいいのですから，右の図のような状態になればいいわけです。

○○○○○
×○○○○
×○○○○
×○○○○
×○○○○
×○○

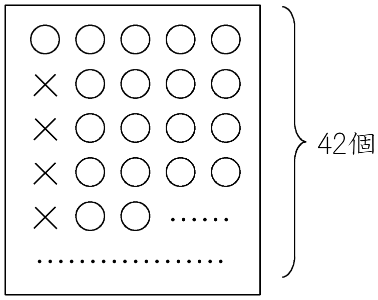
無料牛乳である×は５個あるので，買った牛乳が 23 本と，無料牛乳が５本あることになり，全部で 23＋5＝ 28(本)の牛乳を飲むことができます。

ステップ② $\boxed{5}$ (2)

この問題の解説を読むときは，(1)の解説も必ず読むことにしましょう。

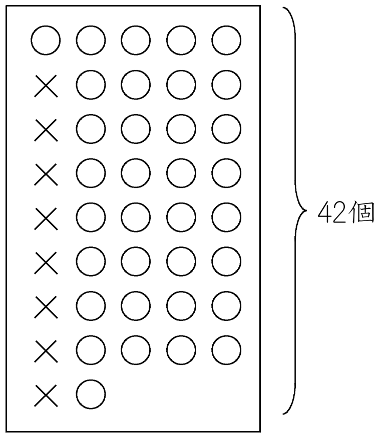
全部で 42 本の牛乳を手に入れるのですから，買った牛乳である○と，無料牛乳である×が，合わせて 42 個になればいいわけです。

右の図のようになったときを求めることになります。



一番上の段は○ばかり５個，それ以外の段は○と×が合わせて５個ですから，結局どの段も，５個ずつあります。

42÷5＝８ あまり ２ ですから，全部で８段と，あと２個のあまりがあればよいです。



右の図のようになっていればよいので，×は８個，つまり，無料牛乳は８本で，買うのは 42－8＝ 34(本)です。

１本 60 円で買うのですから，60×34＝ 2040(円)あれば，42 本分の牛乳を飲むことができます。

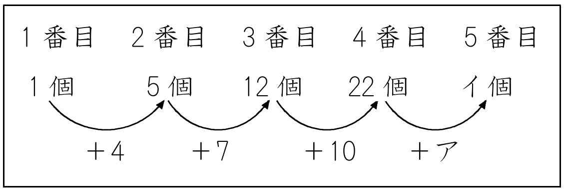
ステップ② $\boxed{6}$ (1)

せっかくのサンプルを有効に利用しましょう。

1 番目は 1 個，2 番目は 5 個，3 番目は 12 個，4 番目は 22 個，の点がかいてありました。

このように増えていくと，右の表のようになります。

7－4＝ 3 なので，プラスの部分は 3 増えています。

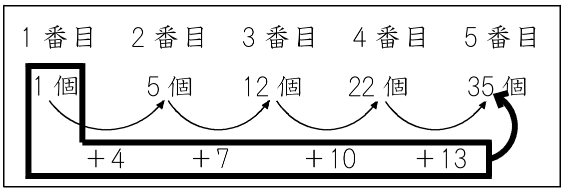


ずっと 3 ずつ増えると考えれば，アは 10＋3＝13です。

よってイは，22＋13＝ 35 (個)になります。

ステップ② $\boxed{6}$ (2)

ずっと書いていって求める方法もありますが，もう一度(1)の図をよく見て 5 番目の求め方を確認することにします。



1 番目は 1 個でそれに ＋4， ＋7， ＋10， ＋13 をしたのが 5 番目の 35 個ですから，式にすると，1＋4＋7＋10＋13＝ 35 ということです。

つまり，「1，4，7，10，13」という 5 個の等差数列の和が，5 番目である 35 個になっています。

同じようにして，(2)では 11 番目の個数を求めるのですから，「1，4，7，10，13，…」という等差数列の，はじめの 11 個の和を求めればよいことになります。

この等差数列の 11 番目は，はじめ＋増える数×(N －1)＝ 1＋3×(11－1)＝ 31 ですから，11 個の和は，(はじめ＋おわり)× 個数÷ 2 ＝(1＋31)×11÷2＝ 176 です。

これで，11 番目の図にはご石が 176 個並んでいることがわかりました。

ステップ③ $\boxed{1}$ (1)

このような問題では，「平方数」に注目します。

1から左に1マス，上に1マス進めば，3の平方数である9があります。
1から左に2マス，上に2マス進めば，5の平方数である25があります。
つまり，1から左に★マス，上に★マス進めば，奇数の平方数がある，ということです。
同じように考えて，1から左に3マス，上に3マス進めば，7の平方数である49があります。

(1)では，1から左に4マス，上に4マス進んだところの数を求めるのですから，9の平方数である81になります。

	26	27	…			
	25	10	11	12	13	
	24	9	2	3	14	
	23	8	1	4	15	
	22	7	6	5	16	
	21	20	19	18	17	

ステップ③ $\boxed{1}$ (2)

(1)では，奇数の平方数が登場していましたね。

(2)では，偶数の平方数を考えていきます。

１のすぐ右のマスには，２の平方数である４があります。

１から右に２マス，下に１マス進めば，４の平方数である 16 があります。

(2)では，１から右に 10 マス，下に 10 マス進んだところにある数を求めます。

	26	27	…			
	25	10	11	12	13	
	24	9	2	3	14	
	23	8	1	4	15	
	22	7	6	5	16	
	21	20	19	18	17	

１から右に１マス，下に１マス進めば，２の平方数である４に１プラスした，５があります。

１から右に２マス，下に２マス進めば，４の平方数である 16 に１プラスした，17 があります。

同じように考えると，１から右に３マス，下に３マス進めば，６の平方数である 36 に１プラスした，37 があることになります。

つまり，１から右に★マス，下に★マス進んだところには，(★×２)の平方数に１プラスした数があることになります。

	26	27	…			
	25	10	11	12	13	
	24	9	2	3	14	
	23	8	1	4	15	
	22	7	6	5	16	
	21	20	19	18	17	

１から右に 10 マス，下に 10 マス進んだところには，10×２＝ 20 の平方数である，20×20＝ 400 に１プラスした，400＋1＝ 401 があることになります。

ステップ③ $\boxed{1}$(3)

(1)も(2)も，「平方数」を利用することがポイントでしたね。

(3)も，580 に近い平方数を見つけることから考えましょう。

平方数を見つけることは簡単ではありません。だいたいの予測をしながら考えていくことになります。

たとえば，20 の平方数ならば，20×20＝ 400 ですから，小さすぎます。

30 の平方数ならば，30×30＝ 900 ですから，大きすぎます。

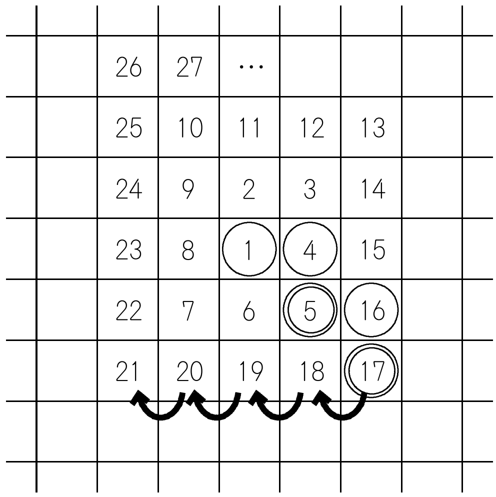
25 の平方数は，25×25＝ 625 で，これも大きすぎます。

24×24＝ 576 で，これが 580 に近いです。

ところで，576 は 24 の平方数ですから，「偶数の平方数」です。

偶数の平方数については，(2)で考えましたね。

そう，1 から右へ 12 マス，下へ 12 マス進んだところにある数は，12×2＝ 24 の平方数である，24×24＝ 576 に 1 プラスした，577 です。



たとえばサンプルとして，1 から右へ 2 マス，下へ 2 マス進んだところにある 17 を見てみましょう。

17 から 18，19，20，21 と，数は左の方へ並んでいます。

同じように考えると，

577 は，1 から右へ 12 マス，下へ 12 マス進んだところにある数でした。
578 は，1 から右へ 11 マス，下へ 12 マス進んだところにある数です。
579 は，1 から右へ 10 マス，下へ 12 マス進んだところにある数です。
したがって(3)で求めるべき 580 は，1 から右へ 9 マス，下へ 12 マス進んだところにある数です。

答えは，アが 9，イが 12 であることがわかりました。

ステップ③ $\boxed{2}$ (1)

４回目の作業をした図を書くと大変で，時間もかかりますし数えるときにミスをしやすくなります。
それよりも，はじめから１回目，１回目から２回目と，どのように変化していくかを考えた方が，うまくいきます。
まず，４回目の作業をしたときの，黒い正三角形の個数を求めてみましょう。

はじめの図には，黒い正三角形は１個のみです。

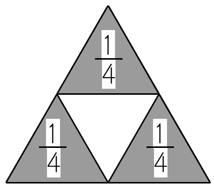
１回目の図には，黒い正三角形は３個あります。はじめの図の３倍の個数になっていますね。

２回目の図には，黒い正三角形は９個あります。１回目の図の３倍の個数になっていますね。
なぜ３倍になったかというと，１回目の黒い部分１つ１つが，小さな黒い部分３個（と，白い部分１個）に分かれたからです。

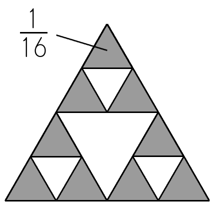
３回目の図の場合も，２回目の黒い部分１つ１つが，小さな黒い部分３個（と，白い部分１個）に分かれていきますから，２回目の黒い正三角形が９個なら，３回目の黒い正三角形は $9\times3=27$（個）です。

同じように考えれば，４回目の正三角形には，３回目の黒い正三角形の個数である27個の３倍になり，$27\times3=81$（個）になります。

次に，４回目の作業をしたときの黒い正三角形の面積が，はじめの黒い正三角形の面積の何倍になるかを考えます。



1回目



2回目

はじめの黒い正三角形の面積を１とすると，
１回目の黒い正三角形の面積は，$\frac{1}{4}$ が3個ありますから，$\frac{3}{4}$ になります。
つまり，はじめの黒い正三角形の面積の $\frac{3}{4}$ になっています。

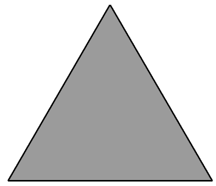
２回目の黒い正三角形は，１つの面積が $\frac{1}{4}\div4=\frac{1}{16}$ になり，それが９個ありますから，$\frac{1}{16}\times9=\frac{9}{16}$ になります。
つまり，２回目の黒い正三角形は，はじめの黒い正三角形の面積の，
$\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{16}$ になっています。

同じように考えると，３回目の黒い正三角形は，$\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{27}{64}$ になります。

４回目の黒い正三角形は，$\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{81}{256}$ になります。

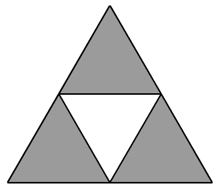
ステップ③ $\boxed{2}$ (2)

はじめは，白い正三角形は１個もありません。



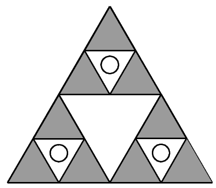
はじめ

１回目に，白い正三角形は１個できました。



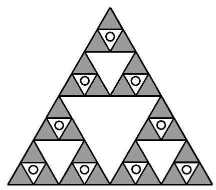
1回目

２回目には，白い正三角形は新しく３個できました。
今までのと合わせて，(1＋3) 個になりました。



2回目

３回目には，白い正三角形は新しく3×3＝ 9(個)できました。
今までのと合わせて，(1＋3＋9) 個になりました。



3回目

４回目も同じように考えると，白い正三角形は新しく9×3＝ 27(個)できました。
今までのと合わせて，(1＋3＋9＋27) 個になりました。

５回目も同じように考えると，白い正三角形は新しく27×3＝ 81(個)できました。
今までのと合わせて，(1＋3＋9＋27＋81) 個になりました。

６回目も同じように考えると，白い正三角形は新しく81×3＝ 243(個)できました。
今までのと合わせて，(1＋3＋9＋27＋81＋243) 個になりました。

よって，６回目の白い正三角形は，1＋3＋9＋27＋81＋243＝ 364(個)になります。